

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**А. О. РАДЧЕНКО  
О. Ю. УСАЧОВА**

# **ОСНОВИ АРХІТЕКТУРНОЇ ГРАФІКИ**

**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

**Харків – ХНУМГ ім. О. М. Бекетова – 2017**

УДК 72:76(075.8)

P15

**Рецензенти :**

**В. В. Товбич**, доктор архітектури, професор, завідувач кафедри інформаційних технологій в архітектурі Київського національного університету будівництва і архітектури;

**В. В. Герасіменко**, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри графіки Харківського національного університету будівництва та архітектури;

**Н. Я. Крижановська**, доктор архітектури, професор кафедри архітектури будівель і споруд та дизайну архітектурного середовища Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

*Рекомендовано до друку Вченою радою Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова як навчальний посібник для студентів архітектурних спеціальностей вищих навчальних закладів (протокол № 13 від 02.06.2017)*

**Радченко А. О.**

P15 Основи архітектурної графіки : навч. посібник / А. О. Радченко, О. Ю. Усачова ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 248 с.

ISBN 978-966-695-439-1

У навчальному посібнику викладено теоретичні основи і практичне використання методів зображень, які застосовуються в архітектурному проектуванні, а саме ортогональні проекції, аксонометрія, перспектива і прийоми побудови тіней в цих проекціях.

Навчальний посібник складається з 14 розділів. Крім теоретичних основ утворення зображень викладено правила оформлення креслень і геометричні побудови, необхідні під час їх виконання, а також основи будівельного креслення. Порядок рішення геометричних задач докладно розглядається на конкретних прикладах.

Посібник розраховано на студентів архітектурних спеціальностей факультетів як матеріал для практичних аудиторних та індивідуальних занять, а також всіх, хто бажає поглибити свої знання з методів побудови зображень об'єктів на площині.

УДК 72:76(075.8)

ISBN 978-966-695-439-1

© А. О. Радченко, О. Ю. Усачова, 2017

© ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017

# ЗМІСТ

ВСТУП .....	6
ПРИЙНЯТІ ПОЗНАЧЕННЯ.....	7
1 КРЕСЛЯРСЬКІ ІНСТРУМЕНТИ, МАТЕРІАЛИ І ПРИЛАДИ .....	8
2 ОСНОВНІ ПРАВИЛА ВИКОНАННЯ КРЕСЛЕНЬ.....	13
2.1 Формат, рамка, основний напис. Компонування креслення.....	13
2.2 Лінії креслення.....	15
2.3 Застосування масштабу в кресленні .....	16
2.4 Шрифти .....	17
2.5 Нанесення розмірів на кресленнях.....	21
3 ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ, НЕОБХІДНІ У ПРОЦЕСІ ВИКОНАННЯ КРЕСЛЕНЬ .....	25
3.1 Побудова перпендикулярних і паралельних прямих .....	25
3.2 Поділ відрізка прямої .....	27
3.3 Побудова і поділ кутів.....	29
3.4 Поділ кола на рівні частини. Побудова правильних багатокутників .....	30
4 СПРЯЖЕННЯ.....	33
4.1 Загальні положення .....	33
4.2 Побудова дотичних і дотик кіл .....	33
4.3 Спряження за допомогою дуги кола.....	35
4.4 Архітектурні обломи .....	37
5 ПЛОСКІ КРИВІ ЛІНІЇ .....	40
5.1 Циркульні криві .....	40
5.2 Лекальні криві.....	46
6 ОСНОВИ ПРОЕЦІЮВАННЯ.....	51
6.1 Метод проєкцій.....	51
6.2 Проєціювання на одну, дві та три взаємно перпендикулярні площини проєкцій .....	53
7 ПРОЕКТІЇ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ .....	57
7.1 Проєкції точки .....	57
7.2 Проєкції прямої лінії .....	58
7.3 Взаємне положення прямих .....	62
7.4 Проєкції площини.....	64
7.5 Взаємне положення двох площин.....	67
7.6 Взаємне положення прямої та площини.....	69
8 ПРОЕКТІЇ БАГАТОГРАННИХ ПОВЕРХОНЬ .....	73
8.1 Види багатогранників.....	73
8.2 Точки і лінії на поверхні багатогранника.....	76
8.3 Переріз багатогранника площиною .....	78
8.4 Перетин прямої лінії з багатогранником .....	79

8.5	Взаємний перетин багатогранників .....	80
9	ПРОЕКЦІЇ КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ .....	82
9.1	Загальні відомості .....	82
9.2	Поверхні обертання .....	83
9.2.1	Поверхні обертання, утворені обертанням кривої лінії .....	84
9.2.2	Поверхні обертання, утворені обертанням прямої лінії .....	87
9.3	Гвинтові поверхні .....	89
9.4	Поверхні, які розгортаються .....	90
9.5	Поверхні з площиною паралелізму .....	92
9.6	Побудова перерізів поверхонь .....	95
9.7	Перетин прямої лінії з кривою поверхнею .....	98
9.8	Перетин кривих поверхонь .....	101
9.8.1	Спосіб допоміжних січних площин .....	101
9.8.2	Спосіб допоміжних січних сфер .....	106
10	РОЗГОРТАННЯ ПОВЕРХОНЬ .....	109
10.1	Розгортки багатогранних поверхонь .....	109
10.2	Побудова розгорток поверхонь, що розгортаються .....	111
10.3	Умовні розгортки поверхонь .....	114
11	ТІНІ В ОРТОГОНАЛЬНИХ ПРОЕКЦІЯХ .....	117
11.1	Теоретичні основи побудови тіней .....	117
11.2	Тіні основних геометричних фігур .....	119
11.3	Тіні геометричних тіл .....	125
11.4	Способи побудови тіней .....	129
11.4.1	Спосіб променевих перерізів .....	129
11.4.2	Спосіб допоміжних дотичних поверхонь .....	131
11.4.3	Спосіб зворотних променів .....	133
11.4.4	Спосіб «виносу» .....	134
11.4.5	Спосіб допоміжних площин рівня .....	136
11.5	Тіні архітектурних деталей .....	140
11.5.1	Тіні багатогранних поверхонь .....	140
11.5.2	Тіні в нішах .....	141
11.5.3	Тіні кронштейнів .....	143
11.5.4	Тіні карнизів .....	144
11.5.5	Тіні поверхонь обертання з вертикальною віссю .....	144
12	АКСОНОМЕТРІЯ .....	148
12.1	Сутність методу .....	148
12.2	Стандартні аксонометричні проекції .....	150
12.3	Побудова аксонометричних зображень об'єктів .....	154
12.3.1	Аксонометрія граней поверхонь .....	155

12.3.2 Аксонометрія поверхонь обертання.....	157
12.4 Побудова тіней в аксонометрії.....	162
13 ПЕРСПЕКТИВА.....	167
13.1 Загальні положення .....	168
13.2 Перспектива елементарних геометричних об'єктів .....	169
13.3 Поділ перспективи відрізків прямих.....	177
13.4 Перспектива кола.....	179
13.5 Способи побудови перспективи.....	183
13.5.1 Спосіб архітекторів.....	185
13.5.2 Радіальний спосіб.....	190
13.5.3 Спосіб суміщених висот .....	191
13.5.4 Спосіб прямокутних координат і перспективної сітки.....	192
13.5.5 Проведення перспектив прямих у недоступну точку сходження.....	196
13.6 Перспектива інтер'єру.....	197
13.7 Перспектива деталей і архітектурних фрагментів.....	202
13.8 Побудова тіней у перспективі .....	207
13.8.1 Побудова тіней в інтер'єрі.....	212
13.9 Побудова відображень.....	216
14 ОСНОВИ БУДІВЕЛЬНОГО КРЕСЛЕННЯ.....	219
14.1 Загальні відомості.....	219
14.2 Архітектурно-будівельні робочі креслення.....	224
14.3 Креслення планів будинків .....	229
14.4 Креслення сходів .....	238
14.5 Креслення розрізів будинків .....	240
14.6 Креслення фасадів будинків.....	244
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	247

## ВСТУП

Професійна діяльність сучасного архітектора багатогранна і включає всі етапи проектування, починаючи з розробки творчої ідеї і закінчуючи її втіленням у життя. Творчий процес проектування вимагає технічної підготовки в цій галузі, просторового уявлення, навичок і вміння виконувати складні графічні побудови. У придбанні необхідних знань для цього значну роль грає графічна грамотність.

Виконання зображень являє собою необхідну складову частину творчого процесу архітектурного проектування. Зображення слугує найважливішим засобом, за допомогою якого конкретизується архітектурний задум об'єкта, який проектується.

Процес архітектурного проектування супроводжується графічною фіксацією об'єкта на всіх стадіях проектування, починаючи з ескізних начерків і проєкційних креслень і закінчуючи розробкою робочих креслень, призначених для будівництва. Детально розроблений проєкт дозволяє здійснити будівництво в точній відповідності до зафіксованого в кресленні задуму.

Архітектурна графіка – це сукупність видів професійного зображення, які виявляють образні, масштабні й просторові властивості об'єкта. Величезне значення методів зображення, що вивчаються в курсі архітектурної графіки, полягає в можливості з великою наочністю і метричною достовірністю відобразити не тільки існуючі предмети, а й виникаючі у нашому уявленні образи майбутнього об'єкта. Сучасна архітектурна графіка різноманітна, охоплює всі види засобів, за допомогою яких просторові форми зображуються на площині. В зв'язку з цим вона спирається на курс нарисної геометрії.

У наші дні зустрічається думка, що нарисна геометрія не потрібна з впровадженням машинної графіки. Однак ефективність використання машин залежить від знань основ теорії зображень та вміння їх використовувати як на стадії розробки системних програм, так і у вирішенні прикладних задач. Усе креслення базується на нарисній геометрії і у різних країнах відрізняється тільки правилами, які встановлюють умовності оформлення і розміщення тих чи інших зображень і документів, які називаються конструкторськими, або будівельними.

Головна мета архітектурної графіки — вивчення законів центрального і паралельного проєціювання для збагачення фахового досвіту у майбутній професії архітектора та здобуття навичок побудови зображень у таких предметах як малюнок, живопис, архітектурне проектування та композиція.

У запропонованому посібнику розглядається сутність методу проєкцій, аналізуються основні способи побудови зображень. На основі теорії методу двох зображень показується утворення і властивості комплексного й аксонометричного креслення та методи вирішення конкретних задач на них.

Великий розділ посібника присвячений центральному проєціюванню, або перспективі, за допомогою якої можна якнайвиразніше зобразити архітектурну споруду і яка є невід'ємним елементом архітектурного проєкту.

Зображення, які виконують в процесі архітектурного проектування, крім метричної визначеності, мають бути і наочними. Тому в посібнику кожен з методів побудови зображень — ортогональні проєкції, аксонометрія і перспектива — доповнений прийомами побудови тіней.

Наведення на початку посібника відомостей щодо конструкторських документів і правил їх оформлення цілком виправдане. Це спрямовує роботу викладача і студента в річище креслення, що необхідно під час виконання графічних завдань і для технічної підготовки студента до вивчення спеціальних дисциплін.

Крім того, у посібнику подано основи будівельного креслення, необхідні архітекторам на початковій стадії навчання для виконання завдань з архітектурного проектування.

Практика показує, що викладення навіть добре систематизованих теоретичних основ не забезпечує їх глибокого практичного засвоєння. Тому в запропонованому посібнику основні теоретичні положення супроводжуються конкретними прикладами їх застосування.

## ПРИЙНЯТІ ПОЗНАЧЕННЯ

1. Точки, розташовані в просторі, позначають великими літерами латинського алфавіту  $A, B, C, D, \dots$  або арабськими цифрами  $1, 2, 3, \dots$ .

Ортогональні проекції точок — літерами або цифрами, відповідними натурі, з додаванням підрядкового індексу, що позначає відповідну площину проекцій:  $A_1, B_1, C_1$  — на горизонтальній площині проекцій,  $A_2, B_2, C_2$  — на фронтальній площині проекцій,  $A_3, B_3, C_3$  — на профільній площині проекцій.

2. Прямі лінії в просторі, що задаються відрізками:  $AB, CD, EF, \dots$ ;  $1-2, 1-A, \dots$ .

Проекції відрізків прямих ліній:  $A_1B_1, C_1D_1, E_1F_1, A_2B_2, \dots$ ;  $1_1-2_1, 1_2-2_2, \dots$ ;  $1_1-A_1, \dots$ .

3. Площини, розташовані в просторі, — великими літерами латинського алфавіту:  $P, Q, R, S, T, \dots$  або  $ABC$  — відсіки площин.

Проекції відсіків площин:  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ .

Площини проекцій:  $\Pi_1$  — горизонтальна,  $\Pi_2$  — фронтальна,  $\Pi_3$  — профільна.

4. Поверхні — великими літерами грецького алфавіту:  $\Gamma, \Delta, \Sigma, \Phi, \dots$ .

5. Кути — малими літерами грецького алфавіту:  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ .

6. Проекції тіней від точок, прямих і площин в ортогональних проекціях — буквами або цифрами, відповідними натурі, з підрядковим індексом, що позначає площину проекцій і нарядковим індексом  $T$  — на площини проекцій або паралельні площинам проекцій:  $A_2^T, B_1^T, \dots$  або з нарядковим індексом  $0$  — на інші площини та поверхні:  $1_2^0, B_1^0, \dots$ .

7. Аксонометричні та перспективні проекції точок, прямих і площин — літерами або цифрами, відповідними натурі, з додаванням знака «штрих» або без нього:  $A', A'B', A'B'C', \dots$ .

Вторинні проекції точок, прямих і площин — літерами або цифрами, відповідними натурі, з підрядковим індексом, що позначає площину проекцій, та з додаванням знака «штрих» або без нього:  $A'_1, A'_2B'_2, A'_3B'_3C'_3, \dots$ .

8. Аксонометричні та перспективні проекції тіней від точок, прямих і площин — буквами або цифрами, відповідними натурі, і нарядковим індексом  $T$ :  $A^T, B^T, \dots$ .

9. Основні операції: співпадіння (тотожність) двох геометричних елементів —  $A \equiv B, A_1 \equiv B_1, \dots$ ; перетин прямих і площин — знаком  $\cap$ :  $(1-2) \cap (SA)$ ; паралельність прямих і площин — знаком  $\parallel$ :  $AB \parallel CD$ ; приналежність — знаком  $\in$ :  $\Sigma \in (SA)$ ; перпендикулярність — знаком  $\perp$ :  $\Sigma \perp \Pi_1$ .

# 1 КРЕСЛЯРСЬКІ ІНСТРУМЕНТИ, МАТЕРІАЛИ І ПРИЛАДИ

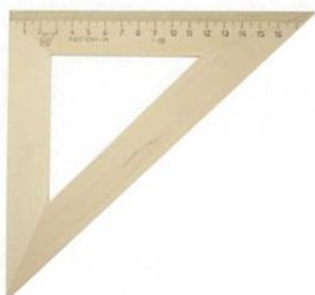
**ІНСТРУМЕНТИ:** лінійка, кутники, рейшина, циркуль креслярський, циркуль вимірвальний, транспорир, лекала.

**Лінійкою** вимірюють відстані та проводять по ній прямі лінії (рис. 1.1).



Рисунок 1.1 – Лінійки

**Кутники** бувають двох видів: з кутами  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  (рис. 1.2, а) і  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $30^\circ$  (рис. 1.2, б).



а)



б)

Рисунок 1.2 — Кутники

Кутники використовують для проведення вертикальних і похилих ліній, а також для побудови деяких кутів.

Крім того, за допомогою двох кутників або лінійки й кутника проводять паралельні лінії в різних напрямках. Для цього на лінію ставлять кутник будь-якою його стороною, під основу підкладають другий кутник або лінійку. Перший кутник рухають у напрямку стрілки, а другий залишається нерухомим (рис. 1.3).

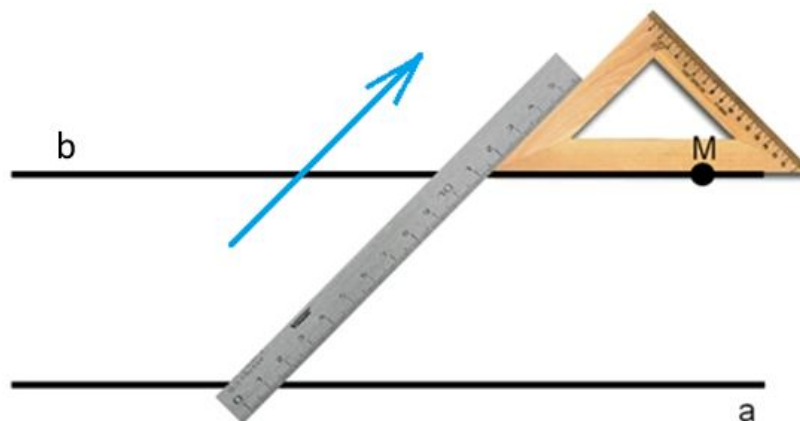


Рисунок 1.3 — Проведення паралельних ліній



**Рейшина** використовується для проведення паралельних прямих. Рейшини бувають різних видів, наприклад, як наведено на рисунку 1.4.



Рисунок 1.4 — Різновиди рейшин

**Циркуль** використовується для викреслювання кіл (креслярський, рис. 1.5, а) та вимірювання відстаней між точками (вимірювальний, або вимірювач, рис. 1.5, б). При проведенні кіл ніжку циркуля ставлять у центр і обертають за голівку в напрямку руху годинникової стрілки, трохи нахилиючи в бік руху (рис. 1.5, в). При цьому коротка ніжка й голка мають бути паралельні.



а)



б)



в)

Рисунок 1.5 — Різновиди циркулів

Для того щоб захистити папір від багаторазового проколювання при кресленні великої кількості концентричних кіл і збільшити точність зображення, користуються **центриком** (рис. 1.6).



Рисунок 1.6 — Центрик

**Транспортир** застосовується для вимірювання та побудови різних кутів (рис. 1.7, а). **Лекало** використовується для креслення кривих ліній, які не можуть бути побудовані за допомогою циркуля (рис. 1.7, б).



## Папір

Креслення виконується на креслярському папері. Креслярський папір має бути білим, міцним і здатним витримувати багаторазове нанесення і стирання ліній, а також рівно сприймати туш і акварельні фарби. Від креслярського паперу потрібна мінімальна лінійна деформація при його змочуванні і подальшому висушуванні. Папір хорошої якості при розгляданні його на світло має виглядати однотонним. Оптимальним папером для креслення є папір типу ватман щільністю 200 г/м<sup>2</sup>.

## Олівці

Для виконання креслень використовують олівці прості звичайні й механічні. Звичайні прості олівці — це традиційні олівці, в яких грифель утримується дерев'яною оправою. Дерево для їх виготовлення підбирають однорідної структури, яке не сколюється при заточуванні. Графітні стрижні, залежно від виду роботи (малювання, креслення), використовують різної м'якості чи твердості. У кресленні зазвичай використовують олівці тверді марки 3Т, 2Т, Т або 3Н, 2Н, Н; м'які марки М або В і середні марки ТМ або F, НВ. Твердими олівцями креслять тонкі лінії, м'які використовують для наведення креслення. У циркуль зазвичай вставляють стрижень, у якого твердість графіту на номер менше, ніж прийнята для обведення без циркуля. Марку олівців ретельно підбирають для певного типу паперу.

Заточувати олівець потрібно на правильний конус довжиною близько 3 см з кінця, вільного від фабричного клейма і позначення твердості. Іноді графіт заточують у вигляді лопатки і гострим її кутом креслять лінію по лінійці. Для заточування графіту під час роботи застосовують наждачний папір (середньо або дрібнозернистий), наклеєний для зручності на фанерну або картонну пластинку.

Зберігати олівці рекомендується в пеналі з м'якою вставкою для запобігання псуванню загостреного грифеля.

Механічні (цангові) олівці мають металевий чи пластмасовий корпус і змінний грифель різних марок. Користування такими олівцями має певні особливості, оскільки грифель механічних олівців часто ламається при нахилі олівця в процесі креслення. Не завжди механічний олівець добре стикується з робочим краєм лінійки, що ускладнює виконання креслення. Ефективне використання механічних олівців для наведення креслення, оскільки вони забезпечують сталу товщину ліній.

Олівець при проведенні лінії має бути злегка відхилений від вертикалі в напрямку руху.

Обведення креслення необхідно починати з кіл і заокруглень, а потім обводити горизонтальні, вертикальні і похилі лінії. В останню чергу наносять тонкі лінії штрихування.

Креслення необхідно виконувати на креслярській дошці з рейшиною. Рейшина може бути роликвою або механічною, типу кульман (рис. 1.10).



Рисунок 1.10 — Кульман

Рекомендується придбати або виготовити самостійно креслярську дошку розміром 500×700 мм, яка б мала рівну гладку поверхню, в яку входять кнопки.

### **Загальні рекомендації щодо виконання креслення такі:**

Необхідно придбати якісні креслярські інструменти, набір олівців, якісний папір і гумки. Правильно зберігати інструменти та матеріали. Інструменти періодично чистити, а саме пластмасові лінійки, трикутники, транспаранти промивати водою з мийними засобами, дерев'яні — протирати вологою ганчіркою або гумкою. Не рекомендується зберігати папір у рулонах. Тримати папір потрібно в місцях, захищених від потрапляння вологи та світла.

Виконуючи креслення, необхідно під руку підкладати клаптик паперу або кальку. Змітати з паперу пил грифеля, залишки гумки рекомендується спеціальною м'якою щіточкою, необхідно періодично мити руки від грифельного пилу в процесі виконання креслення.

Особливе значення для забезпечення якісного і продуктивного процесу креслення має правильність облаштування робочого місця. Для виконання креслень необхідно організувати робочу зону, робочий стіл, на якому вільно розташовується креслярська дошка зі змінним кутом нахилу. При цьому має залишатися місце для розташування креслярських інструментів і матеріалів (рис. 1.11).

Стіл повинен мати тумби із шухлядами для зберігання креслярських матеріалів й інструментів. Робоче крісло має забезпечити оптимальну висоту поверхні сидіння. Робоче місце повинно мати денне або штучне освітлення (зліва спереду). На доступній відстані має бути книжкова шафа й контейнер для зіпсованого паперу, стружки з олівців тощо.



Рисунок 1.11 — Робоче місце для креслення

## 2 ОСНОВНІ ПРАВИЛА ВИКОНАННЯ КРЕСЛЕНЬ

Документ, який встановлює єдині правила виконання та оформлення конструкторських документів, називається стандартом. У нашій країні діють стандарти «Єдиної системи конструкторської документації» (ЄСКД). До найбільш поширених стандартів із графічного оформлення креслень належать стандарти зі збірника «Общие правила выполнения чертежей» [4].

### 2.1 Формат, рамка, основний напис. Компонування креслення

Креслення виконують на стандартних аркушах креслярського паперу — форматах. Формат А0 з розмірами сторін 841×1189 мм має площу 1 м<sup>2</sup>. Шляхом послідовного поділу його на дві рівні частини паралельно меншій стороні утворюють інші формати. ГОСТ 2.301-68 встановлює такі основні формати А1, А2, А3, А4 (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 — Основні формати

Позначення формату	А0	А1	А2	А3	А4
Розміри сторін, мм	841×1189	594×841	420×594	297×420	210×297

Креслення розташовують на форматі горизонтально або вертикально, крім формату А4, на якому креслення рекомендується розташовувати вертикально (рис. 2.1).

Усередині формату креслять рамку, що обмежує поле креслення. Рамку проводять зверху, праворуч і знизу на відстані 5 мм від зовнішньої сторони формату й ліворуч на відстані 20 мм, утворене поле використовується для брошурування креслень в альбом.

У правому нижньому куті формату поміщають основний напис креслення. Після креслення рамки й основного напису всередині формату залишається площа, що становить робоче поле креслення. Аркуш обрізають за форматом після того, як повністю закінчено креслення.

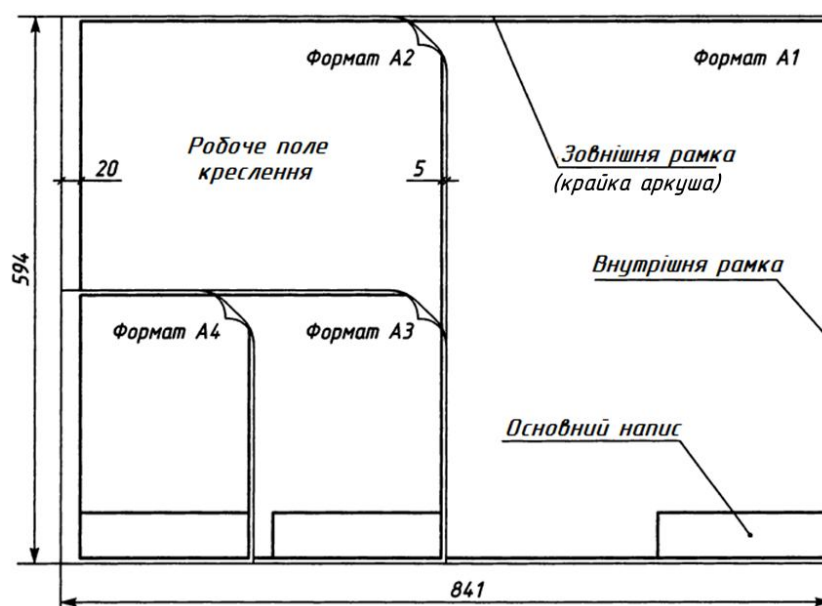


Рисунок 2.1 — Формати аркушів креслярського паперу

Основний напис — це характеристика креслення, що включає основні відомості про зміст креслення та його виконавця. Стандарт встановлює форму, розміри та порядок заповнення основного напису (рис. 2.2).

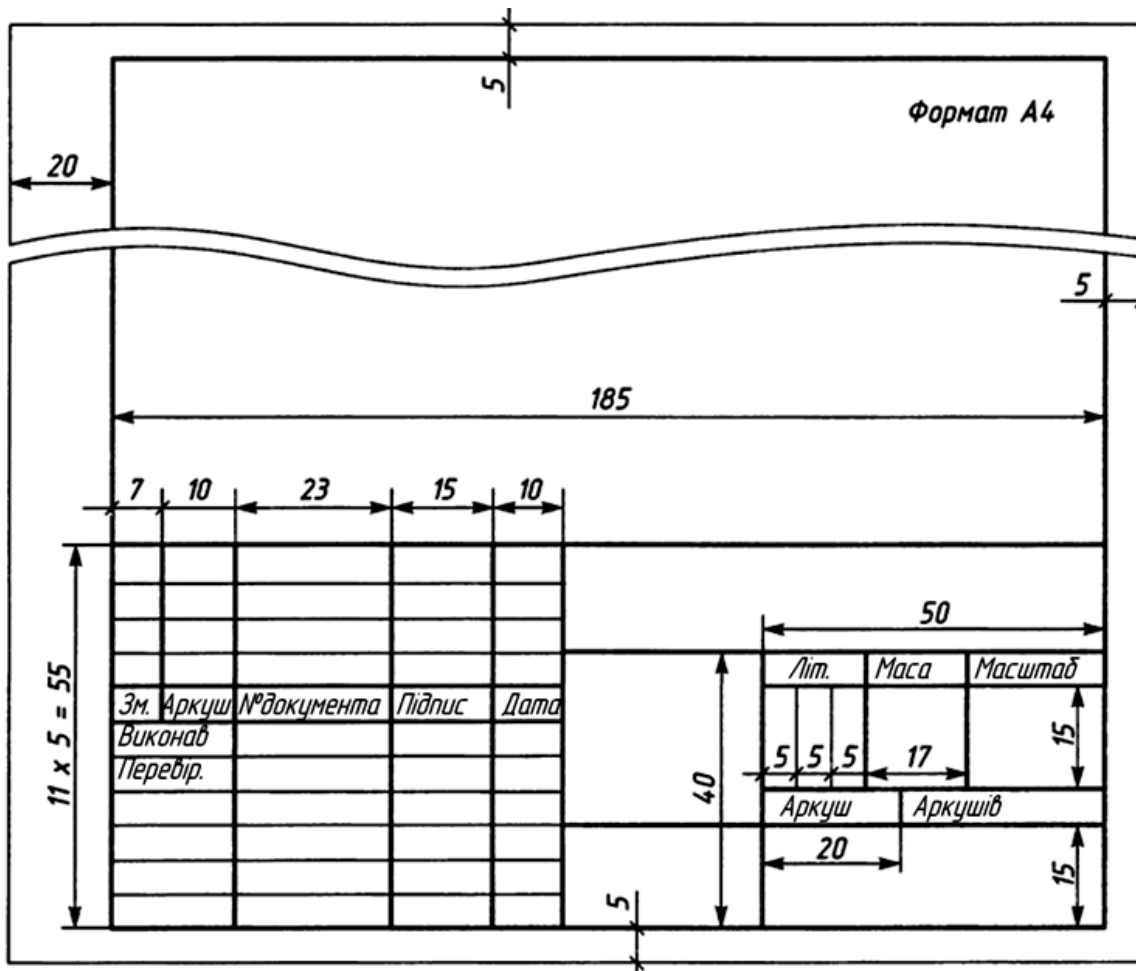


Рисунок 2.2 — Основний напис

Компонуванням креслення називають розташування графічного матеріалу всередині формату. Графічний матеріал розташовують так, щоб повністю використати робоче поле креслення, не переобтяжувати окремих його місць. Для цього перед роботою визначають габарити зображень і у вигляді прямокутників намічають їх на кресленні (рис. 2.3, а).

Прямокутники розміщують так, щоб відстані від рамки до них і між ними були приблизно рівні за всіма напрямками (рис. 2.3, б).

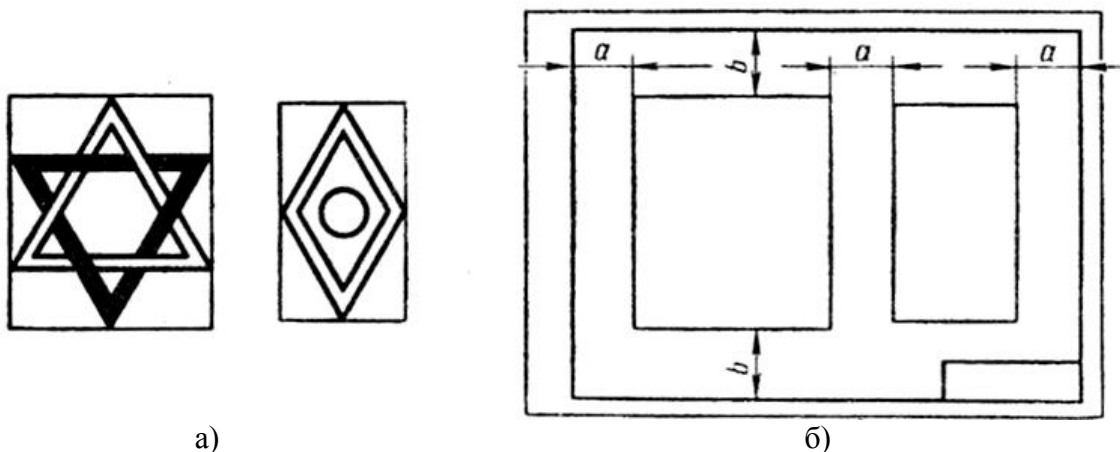




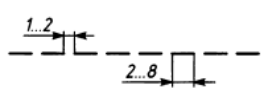
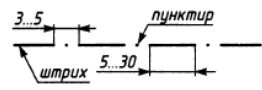

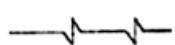

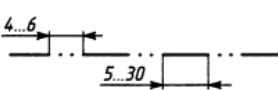
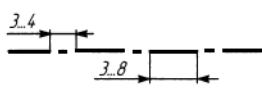
Рисунок 2.3 — Компонування креслення

## 2.2 Лінії креслення

Щоб креслення було всім зрозумілим, стандарт встановлює лінії, які застосовують на кресленнях. Дев'ять стандартних типів ліній визначені ГОСТ 2.303-68 «Лінії». Виокремлюють чотири основні типи ліній: суцільна основна, суцільна тонка, штрихова і штрихпунктирна.

Назви ліній, що використовуються для виконання креслень, їх призначення, зображення і товщину відповідно до стандарту наведено у таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 — Стандартні лінії креслення

№	Назва	Зображення	Товщина	Призначення
1	Суцільна товста основна		s	Лінії видимого контуру, видимого переходу, контуру перерізу
2	Суцільна тонка		$s/3 \div s/2$	Лінії розмірні, виносні, лінії побудови, штрихування, контуру накладеного перерізу
3	Штрихова		$s/3 \div s/2$	Лінії невидимого контуру, лінії переходу невидимі
4	Штрихпунктирна		$s/3 \div s/2$	Лінії осьові, центрові
5	Суцільна хвиляста		$s/3 \div s/2$	Лінії обриву, розмежування вигляду і розрізу
6	Суцільна тонка зі зломом		$s/3 \div s/2$	Лінії обриву, виконання довгих ліній обриву
7	Розімкнена		$s \div 1,5s$	Лінії перерізів
8	Штрихпунктирна з двома точками		$s/3 \div s/2$	Лінії згину на розгортках, лінії для зображення частин виробу в крайніх або проміжних положеннях
9	Штрихпунктирна потовщена		$s/2 \div 2s/3$	Лінії для позначення поверхонь, які піддаються термообробці або мають покриття

Застосування ліній креслення зображено на рисунку 2.4.

Товщина ліній залежить від їх призначення. Головним на кресленні є обрис зображеного предмета, тому лінії видимого контуру вважають основними. Товщину основної лінії позначають буквою s і беруть залежно від розміру креслення і його насиченості в межах від 0,5 до 1,4 мм. Товщина інших ліній залежить від прийнятої товщини основної.

Основна лінія використовується також для ліній рамки та граф основного напису.

У межах одного формату обрана товщина однотипних ліній має бути однаковою.

Важливо знати, що штрихові лінії у місцях їх перетину з іншими лініями й між собою не повинні мати розривів.

При нанесенні центрових ліній у всіх випадках центр кола визначається перетином штрихів. Осьові й центрові лінії мають виходити за межі контурних на 3–5 мм.

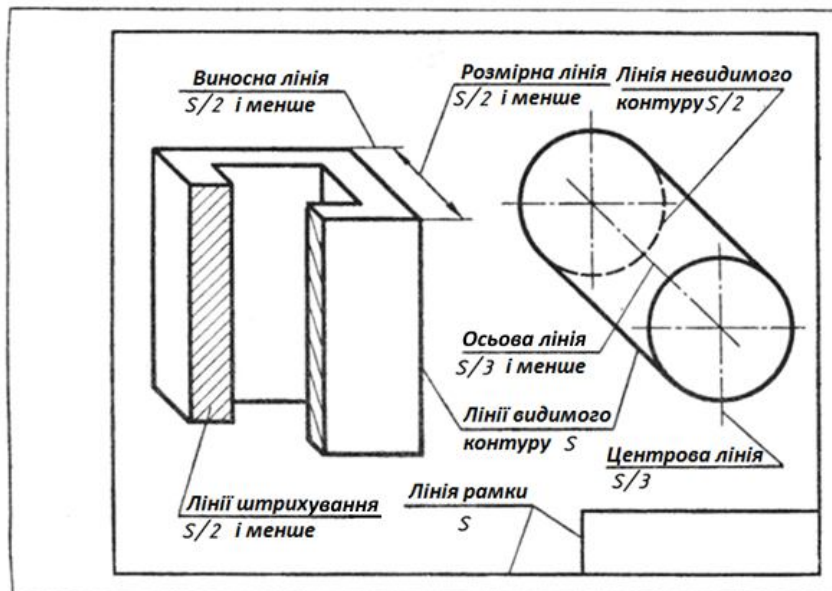


Рисунок 2.4 — Застосування ліній креслення

### 2.3 Застосування масштабу в кресленні

Предмет на кресленні бажано зображувати в натуральну величину. Однак великі предмети доводиться зменшувати, а дрібні — збільшувати. Для цього користуються масштабом креслення.

Масштабом називають відношення лінійних розмірів зображення предмета до його дійсних розмірів.

Масштаб позначається відношенням двох чисел, наприклад (2:1). Масштаби вибирають з ряду, передбаченого ГОСТ 2.302-68 і наведеного в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 — Стандартні масштаби

Назва	Величина
Масштаби зменшення	1:2; 1:2.5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:15; 1:20...
Дійсний розмір	1 : 1
Масштаби збільшення	2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1...

При будь-якому масштабі на кресленні проставляють дійсні розміри предмета (рис. 2.5).

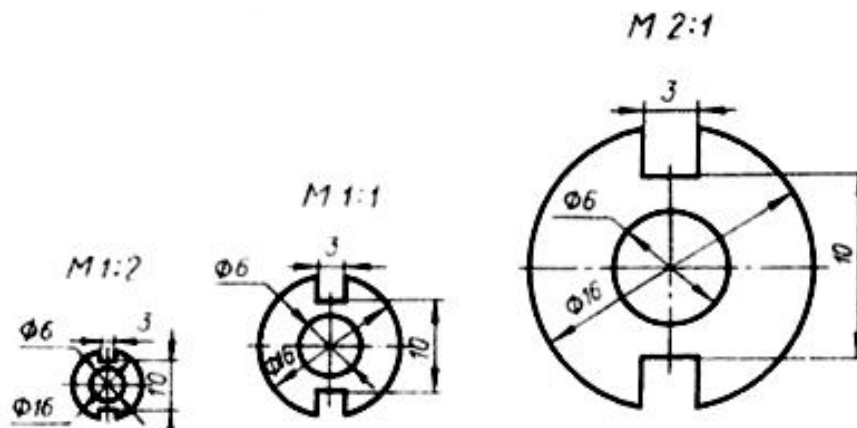


Рисунок 2.5 — Застосування масштабу в кресленні



## 2.4 Шрифти

Для виконання текстових написів і цифрових позначень у кресленні використовують стандартні шрифти.

На архітектурних кресленнях використовують архітектурний шрифт, усі параметри якого кратні його висоті.

*Архітектурний вузький прямий шрифт* складається тільки з великих літер і цифр. Співвідношення висоти  $h$  та інших розмірів рекомендуються такі: ширина  $g$  літер і цифр, крім широких літер Ж, М, Ф, Ш, Щ, Ю, дорівнює  $1/5h$ . Для широких літер ширина  $g_1$  дорівнює  $3/10h$ . Ширина  $g_2$  цифри 1 дорівнює  $2/3g$ . Товщину  $d$  ліній літер і цифр приймають від  $1/5$  до  $1/7g$ . Відстань між літерами рекомендується брати в 3–4 рази, а відстань між словами — у 8–10 разів більше за ширину літери.

Зображення архітектурного шрифту та залежності його параметрів наведено на рисунку 2.6.



Рисунок 2.6 — Архітектурний шрифт

*Креслярський шрифт* застосовують для виконання написів і нанесення розмірних чисел на машинобудівних та інших кресленнях, а також на учбових кресленнях під час вивчення курсу архітектурної графіки. Крім креслярського, є безліч інших шрифтів, таких як плакатний, академічний, капітальний тощо.

Креслярський шрифт максимально простий за зображенням, відрізняється великою чіткістю форм і дуже зручний для написання від руки.

Форма й розміри креслярського шрифту встановлені ГОСТ 2.304-81. Розмір шрифту визначається висотою  $h$  великих літер і цифр і виражається в міліметрах (рис. 2.7).

Стандарт встановлює такі розміри шрифтів: 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40.

Крім висоти великих літер і цифр, стандартом визначається:

- висота малих літер —  $c$ ;
- ширина літер —  $g$ ;
- товщина лінії шрифту (крок допоміжної сітки) —  $d$ ;
- відстань між літерами —  $a$ ;
- відстань між словами —  $e$ ;
- відстань між основами рядків —  $b$ .

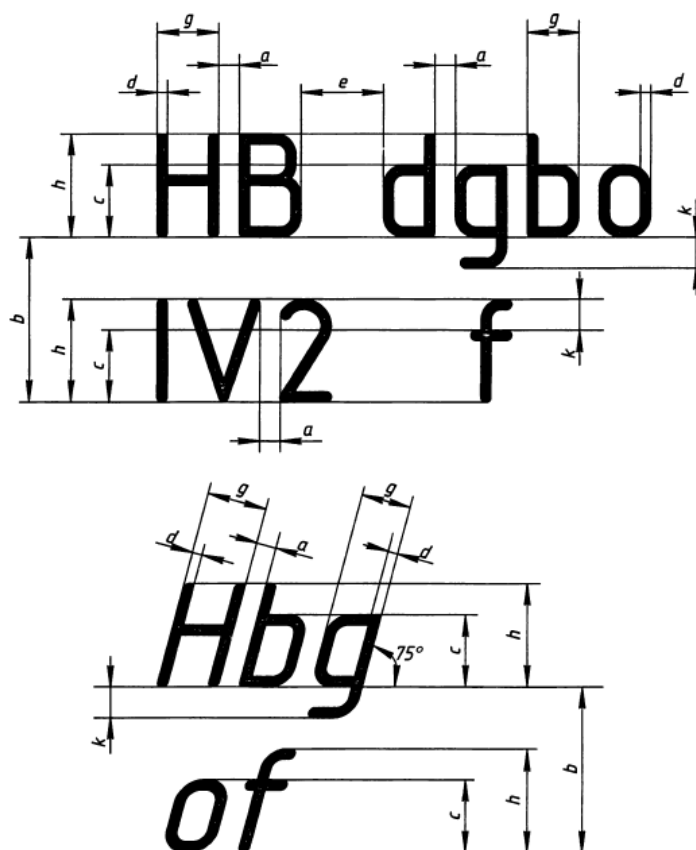


Рисунок 2.7 — Основні параметри шрифту

Розрізняють стандартні шрифти з нахилом  $75^\circ$  до горизонтальної лінії та прямий без нахилу, із товщиною ліній шрифту 1:14 (тип А) і 1:10 (тип Б) від розміру шрифту.

Стандартний шрифт пишуть по сітці. Сітка утворена перетином допоміжних ліній, в які вписують літери (рис. 2.8).

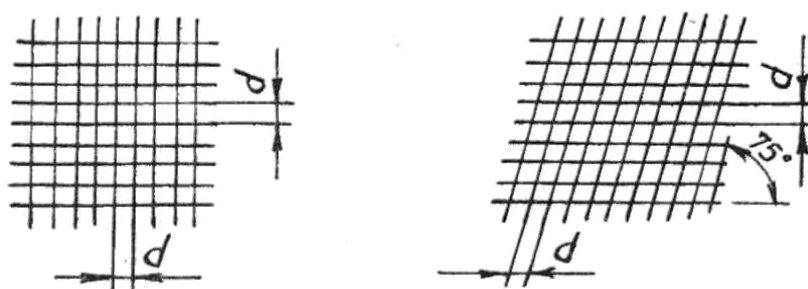


Рисунок 2.8 — Допоміжна сітка

Виконуючи учбові креслення, використовують шрифт типу Б із нахилом. Ширина більшості великих літер дорівнює  $6/10$  висоти. Виняток становлять літери Ж, Ф, Ш, Щ, И, Ю, ширина яких дорівнює  $8/10h$ , і літери А і М, ширина яких дорівнює  $7/10h$ .

Нижні і бокові засічки літер Д, Ц, Щ, цифри 4 і верхній елемент літери Й входять у проміжок між рядками і літерами.

Висота малих літер дорівнює  $7/10h$ , що приблизно відповідає висоті попереднього розміру шрифту. Наприклад, висота малих літер для шрифту 14 дорівнює 10 мм. Виняток становлять літери б, в, д, р, у (їх загальна висота дорівнює  $h$ ) і літери ф, ц, щ.

Ширина малих літер дорівнює  $5/10h$ , крім літер ж, т, ф, ш, щ, ширина яких дорівнює їх висоті, літер м, ю, ширина яких  $6/10h$ , і літери с, ширина якої  $4/10h$ . Так само, як і у великих літер, засічки малих літер входять у проміжок між літерами та рядками.

Стандартний шрифт типу Б із нахилом наведено на рисунку 2.9.

АБВГДЕЖЗИИКЛ

МНОПРСТУФХЦЧ

ШЩЪЫЬЭЮЯ

абвгдежзийклм

нопрстуфхцчш

щъыьэюяііє

1234567890 3

1234567890 3

I III IV VI VIII XV

I III IV VI VIII XV

Рисунок 2.9 — Шрифт типу Б з нахилом

Ширину літер і цифр у частках від розміру шрифту  $h$  наведено в таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 — Параметри шрифту типу Б

Параметри шрифту	Позначення	Відносний розмір	
Висота великих літер	$h$	$10/10h$	$10d$
Висота малих літер	$c$	$7/10h$	$7d$
Відстань між літерами	$a$	$2/10h$	$2d$
Мінімальний крок рядків (відстань між основами рядків)	$b$	$17/10h$	$17d$
Мінімальна відстань між словами	$e$	$6/10h$	$6d$
Товщина лінії шрифту (крок допоміжної сітки)	$d$	$1/10h$	$d$

При уявному збільшенні інтервалів між деякими великими літерами (наприклад, поєднання ГА, ТА) літери пишуть щільно одна до одної без інтервалів або проміжок зменшують удвічі (рис. 2.10).



Рисунок 2.10 — Зменшення проміжку між літерами

Для вироблення навичок рекомендується робити розмітку рядка, розміщення літер, наведення шрифту, як зображено на рисунку 2.11.

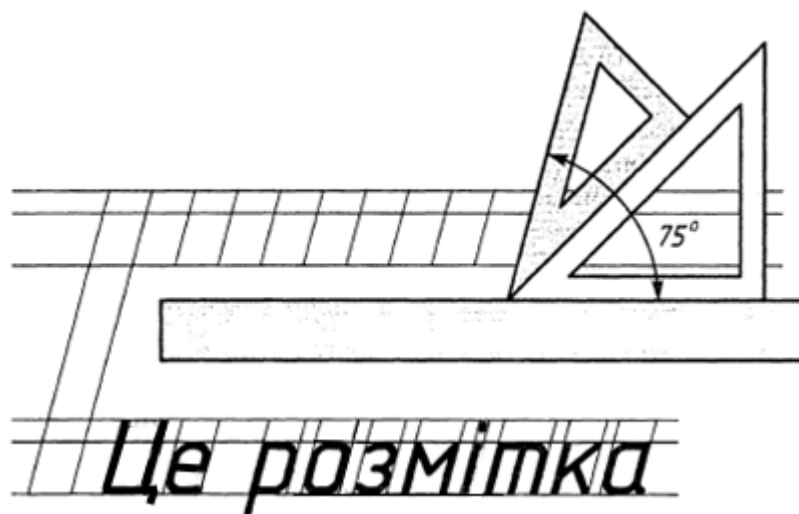


Рисунок 2.11 — Попередня розмітка рядка

## 2.5 Нанесення розмірів на кресленнях

Розміри на кресленнях ставлять відповідно до ГОСТ 2.305-68. Розміри мають бути правильно й чітко написані, щоб за ними можна було судити про величину зображеного предмета і його частин. Розміри завжди мають відображати справжню величину предмета незалежно від масштабу зображення. Кількість розмірів має бути такою, щоб за ними можна було виготовити виріб, до того ж кожен розмір на кресленні потрібно проставляти один раз.

Порядок нанесення розмірів:

1. Проводять виносні лінії перпендикулярно тому відрізку, розмір якого зазначають.
2. На відстані не менше 10 мм від контуру деталі паралельно йому між виносними лініями проводять розмірну лінію, яка з двох боків обмежується стрілками.
3. Над розмірною лінією (на 1,5–2 мм вище), ближче до її середини, наносять розмірне число.

Приклад нанесення розмірів наведено на рисунку 2.12, а. Форму стрілки показано на рисунку 2.12, б.

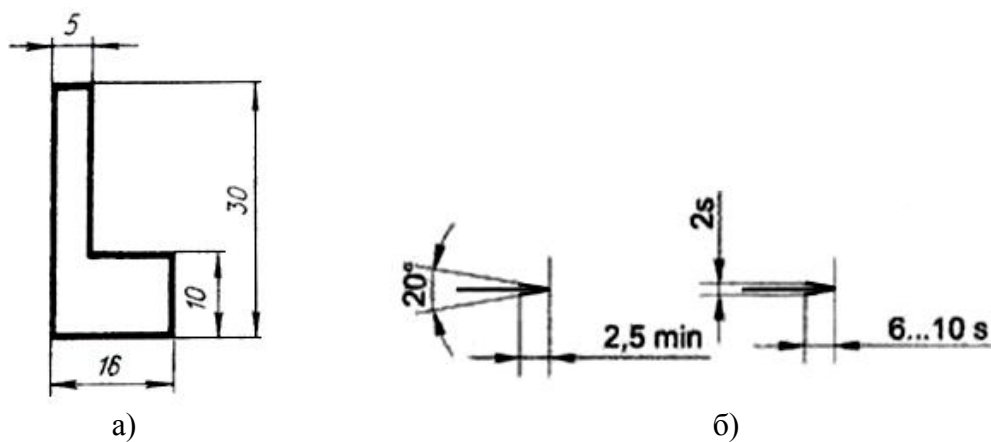


Рисунок 2.12 — Нанесення розмірів та форма стрілки

Стрілка може упиратися не тільки у виносну, але й у контурну, і в осьову лінії. Якщо стрілка упирається у виносну лінію, то остання має виходити за кінець стрілки на 2–3 мм.

При проведенні розмірних ліній потрібно враховувати, що лінії контуру, осьові, центрові й виносні не мають використовуватися як розмірні.

Розмірні, а по можливості й виносні лінії, не мають перетинатися. Тому на кресленні спочатку проставляють менші розміри, а потім великі. Відстань між паралельними розмірними лініями має бути на всьому форматі однаковою та дорівнювати 7–10 мм (рис. 2.13). Щоб не заважати читанню креслення, розмірні лінії поміщають по можливості поза контуром зображення.

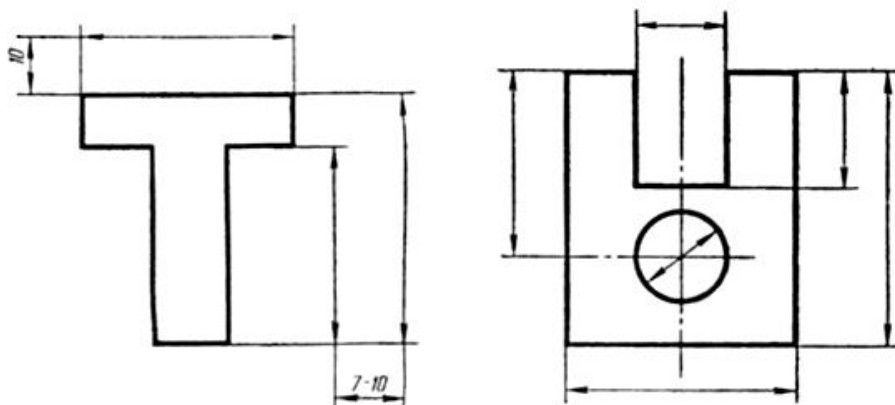


Рисунок 2.13 — Розташування розмірних ліній

Якщо довжина розмірної лінії дорівнює або менше 10 мм, стрілки креслять із зовнішнього боку виносних ліній (рис. 2.14, а). Якщо на розмірній лінії мало місця для нанесення стрілок, то їх замінюють точками або штрихами (рис. 2.14, б, в).

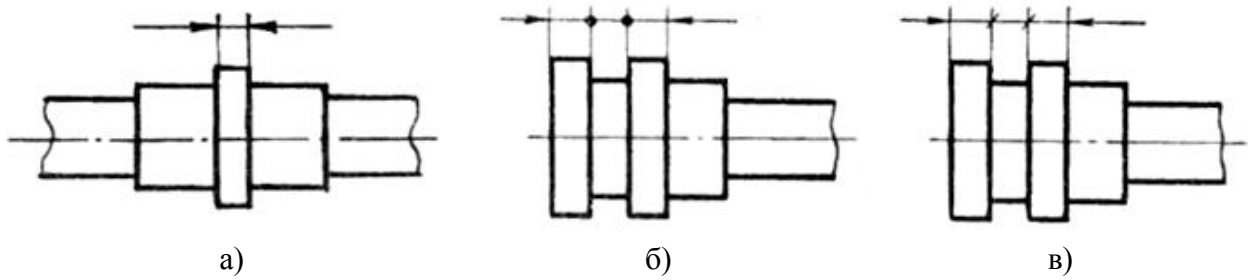


Рисунок 2.14 — Приклади розміщення стрілок

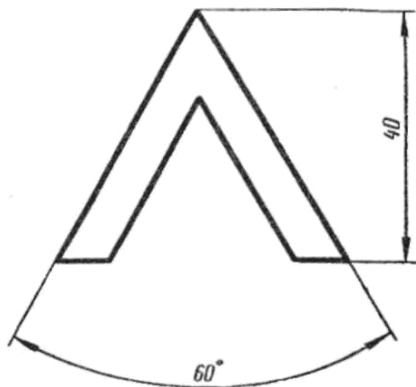


Рисунок 2.15 — Нанесення кутових розмірів

Розмірні числа застосовують для нанесення лінійних і кутових розмірів на кресленнях. Значення лінійних розмірів проставляють у міліметрах, не зазначаючи при цьому одиниць вимірювання. Величину кутів зазначають у градусах із позначенням одиниці вимірювання ( $^{\circ}$ ). Розмірну лінію при цьому проводять у вигляді дуги кола з центром у вершині кута (рис. 2.15).

Усі розмірні числа повинні мати однакову висоту в межах одного формату (найчастіше 3,5 або 5 мм).

Розмірні числа ставлять над розмірною лінією ближче до її середини, але за наявності декількох паралельних розмірних ліній цифри розміщують у шаховому порядку (рис. 2.16, а).

Цифри зміщують і тоді, коли вони попадають на осьову лінію. Якщо зміщення неможливе, то осьову лінію необхідно перервати (рис. 2.16, б).

У випадках, коли розмірна лінія виявляється на заштрихованій поверхні, для розмірного числа переривають штрихування (рис. 2.16, в).

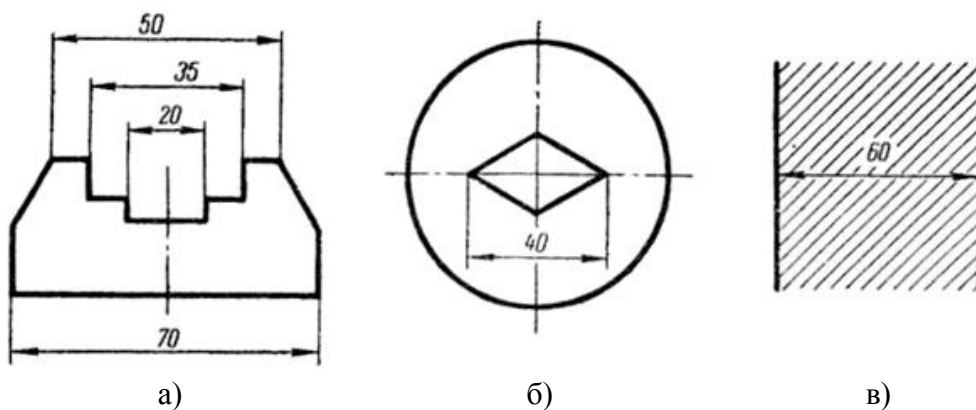


Рисунок 2.16 — Приклади нанесення розмірів

Наносячи лінійні й кутові розміри з різними нахилами розмірних ліній, необхідно керуватися кресленням на рисунку 2.17. Штрихуванням на ньому виділені зони, де розміри рекомендовано наносити на полицях-виносках.

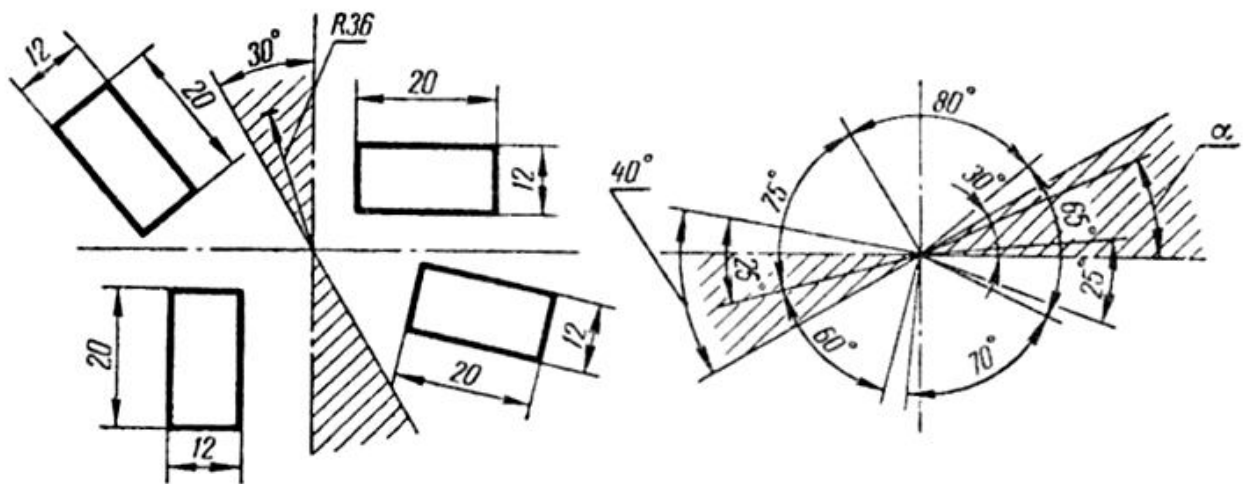


Рисунок 2.17 — Нанесення розмірів із різними нахилами розмірних ліній

Коли, під час нанесення розмірів, на невеликих ділянках між розмірними стрілками або точками (штрихами) немає місця для розмірного числа, цифри пишуть на полицях або над розмірною лінією за межами відрізка, що вимірюється, але бажано завжди праворуч (рис. 2.18).

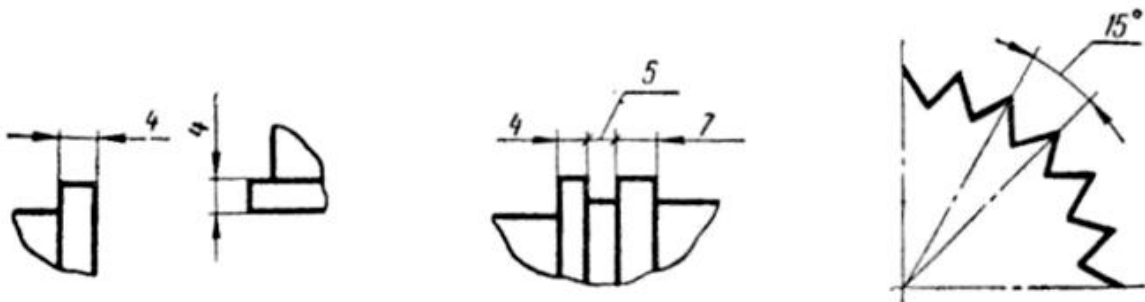


Рисунок 2.18 — Приклади нанесення розмірів на невеликих ділянках

Якщо на деталі є декілька однакових елементів, то на кресленні рекомендовано наносити розмір тільки одного з них із зазначенням кількості (рис. 2.19).

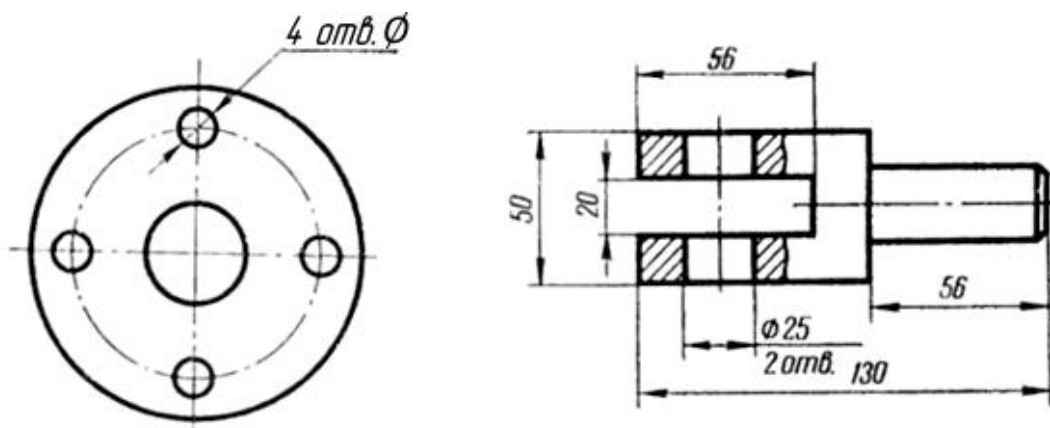


Рисунок 2.19 — Приклади нанесення розмірів однакових елементів

Перед розмірними числами часто ставлять такі умовні знаки:

- $\varnothing$  — діаметр кола (рис. 2.20, а);
- R — радіус дуги кола (рис. 2.20, б);
- □ — квадратний елемент (рис. 2.20, в);
- S — товщина деталі (рис. 2.20, г).

Перед розмірним числом радіуса або діаметра сфери необхідно додавати слово «Сфера» (рис. 2.20, г).

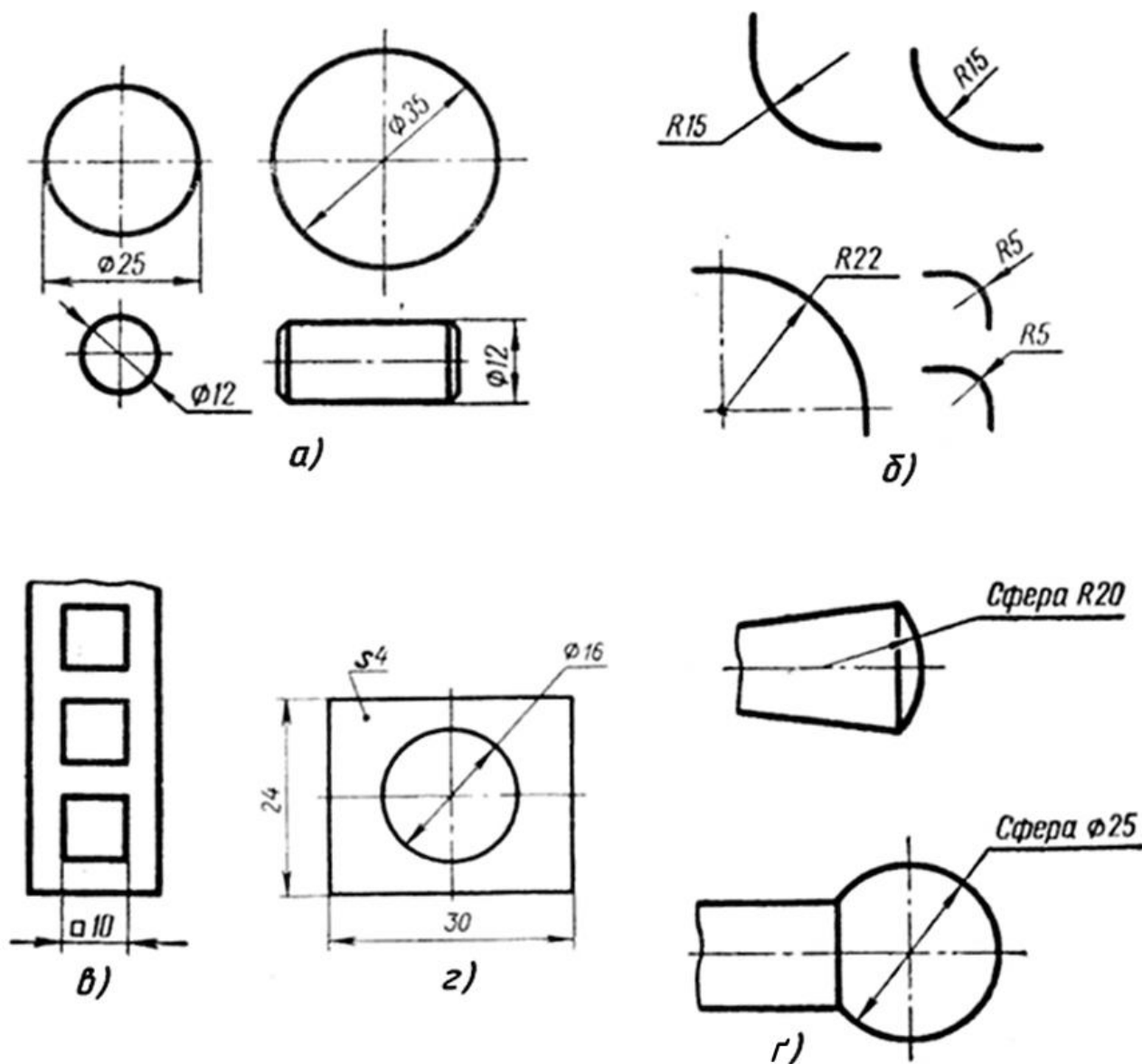


Рисунок 2.20 — Умовні знаки перед розмірними числами



### 3 ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ, НЕОБХІДНІ У ПРОЦЕСІ ВИКОНАННЯ КРЕСЛЕНЬ

Під геометричними побудовами розуміють елементарні побудови на площині, що базуються на положеннях геометрії. Їх виконують за допомогою циркуля і лінійки або лінійки й кутника. Геометричні побудови є основою для виконання креслення. Їх необхідно виконувати дуже точно й акуратно. При цьому потрібно зважати на таке:

1. Точку на кресленні необхідно задавати як точку перетину двох прямих, двох дуг або прямої та дуги. При цьому потрібно намагатися, щоб кут між цими лініями був прямим або близьким до нього (рис. 3.1).



Рисунок 3.1 — Приклади перетину ліній

2. Проводячи пряму через дві точки, бажано брати їх якомога далі одна від одної, оскільки у разі зближення точок збільшується можливість відхилення прямої від її справжнього напрямку (рис. 3.2).

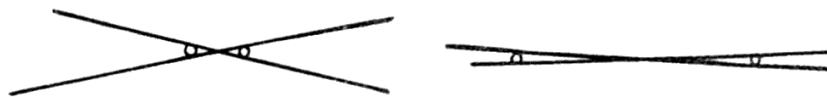


Рисунок 3.2 — Проведення прямої лінії через дві точки

#### 3.1 Побудова перпендикулярних і паралельних прямих

##### 1. Побудова перпендикуляра до прямої MN у заданій на ній точці A

З точки A (рис. 3.3, а) довільним радіусом описують дугу до перетину її з прямою MN у точках  $O_1$  і  $O_2$ . Радіусом  $R_2$ , більше радіуса  $R_1$ , із точок  $O_1$  і  $O_2$  проводять дуги до їх взаємного перетину в точках B і C. З'єднавши прямою точки B і C, отримують шуканий перпендикуляр.

На рисунку 3.3, б та сама задача вирішена за допомогою лінійки та кутника.

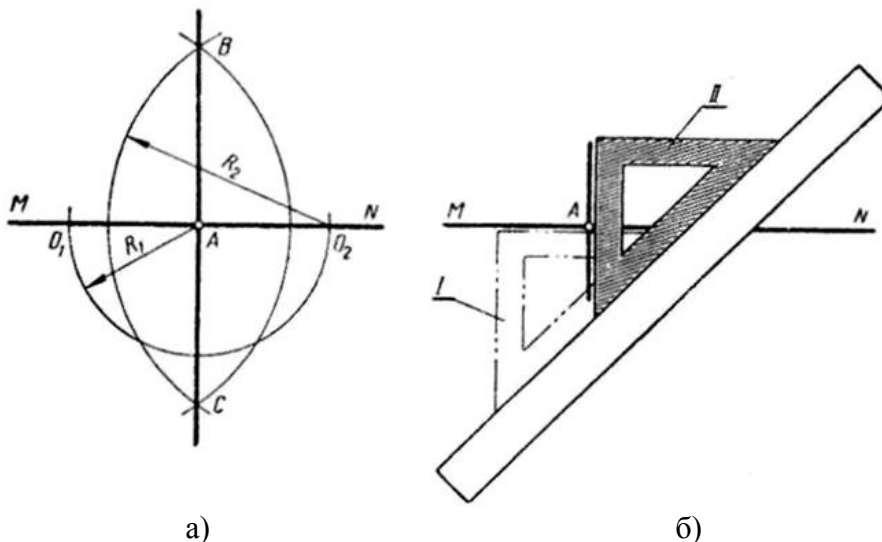


Рисунок 3.3 — Побудова перпендикуляра до прямої у заданій на ній точці

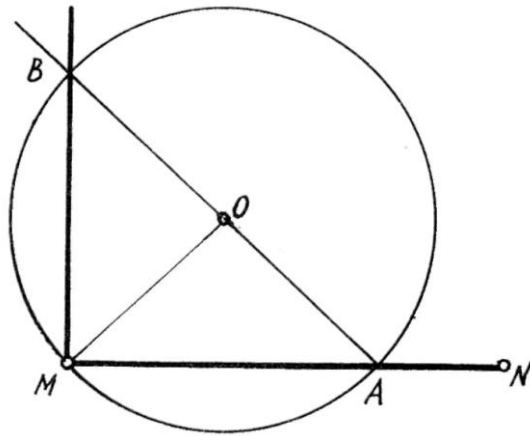


Рисунок 3.4 — Побудова прямої, перпендикулярної до відрізка MN у точці M

**2. Побудова прямої, перпендикулярної до відрізка MN, яка проходить через точку M**

Поза відрізком MN (рис. 3.4) вибирають довільну точку O. З центра O проводять коло радіусом OM, яке перетне відрізок MN у точці A. Через точки O і A проводять пряму до перетину її з колом у точці B. Пряма, проведена через точки B і M, буде перпендикулярна до заданої.

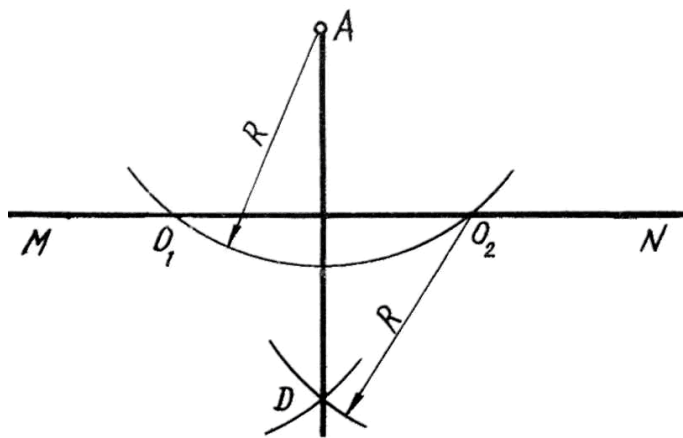


Рисунок 3.5 — Побудова перпендикуляра до прямої із зовнішньої точки

**3. Побудова перпендикуляра до прямої MN із точки A, розташованої поза цією прямою**

З точки A (рис. 3.5) як із центра довільним радіусом R проводять дугу, що перетинає пряму MN у точках  $O_1$  і  $O_2$ . Таким самим радіусом R із точок  $O_1$  і  $O_2$  проводять дуги до їх взаємного перетину в точці D. Пряма, проведена через точки A і D, перпендикулярна до заданої.

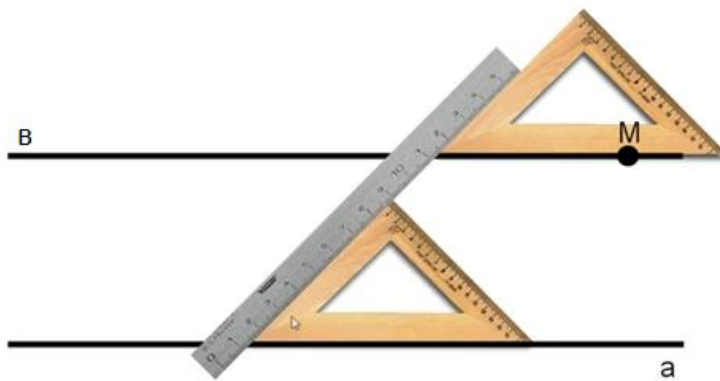


Рисунок 3.6 — Проведення паралельних прямих

**4. Проведення прямої, паралельної заданій прямій a, через точку M, розташовану поза цією прямою**

Побудови зручніше виконувати за допомогою кутника та лінійки (рис. 3.6), тому іншого способу не наводиться. Послідовність зрозуміла з креслення.

## 3.2 Поділ відрізка прямої

### 1. Поділ відрізка АВ навпіл

З кінців відрізка (рис. 3.7) радіусом  $R$  більше половини відрізка проводять дві дуги до їх перетину у точках  $E$  і  $D$ . Пряма, що проходить через точки  $E$  і  $D$ , ділить заданий відрізок навпіл (рис. 3.7, а). Подальшим поділом навпіл отримують  $1/4$  і  $1/8$  частини відрізка (рис. 3.7, б).

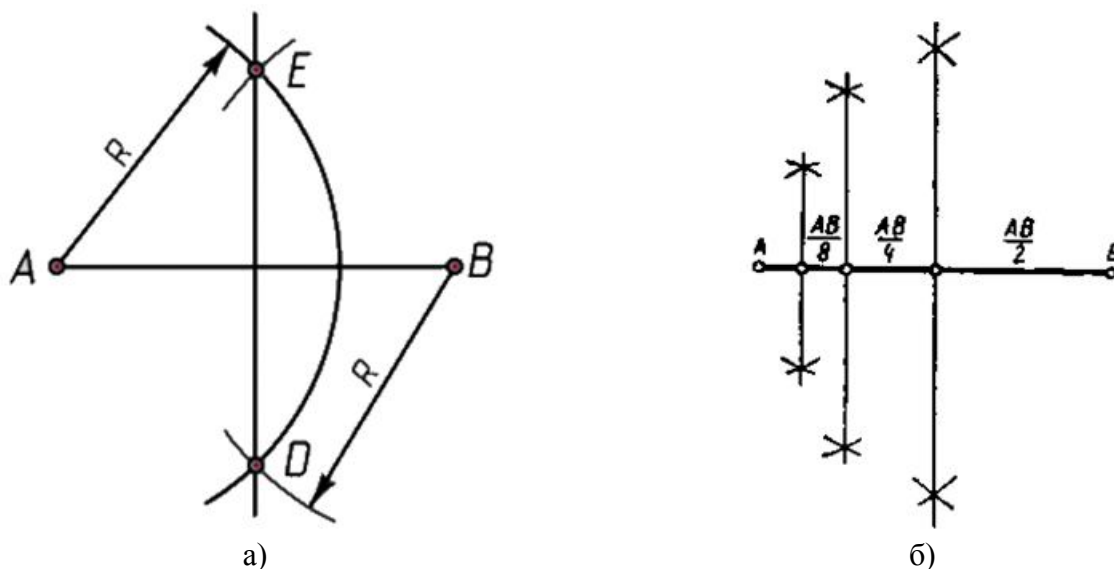


Рисунок 3.7 — Поділ відрізка навпіл

### 2. Поділ відрізка прямої на довільну кількість рівних частин

Такий поділ ґрунтується на властивості подібних трикутників. Через будь-який кінець відрізка (рис. 3.8, а) під довільним кутом до нього (краще гострим) проводять пряму, на якій відкладають циркулем потрібну кількість довільних, але рівних відрізків. З'єднують останню точку з точкою  $B$ , а через інші точки проводять прямі, паралельні крайній ( $B9$ ), до їх перетину з прямою  $AB$ .

На рисунку 3.8, б показано фрагмент стіни будинку зі стандартної цегли з розмірами  $250 \times 125 \times 65$  мм. Відомо, що в одному метрі цегляної кладки міститься 13 рядів цегли. Розбивку 1 метра цегляної кладки на ділянці  $AB$  на 13 рівних частин виконано описаним способом.

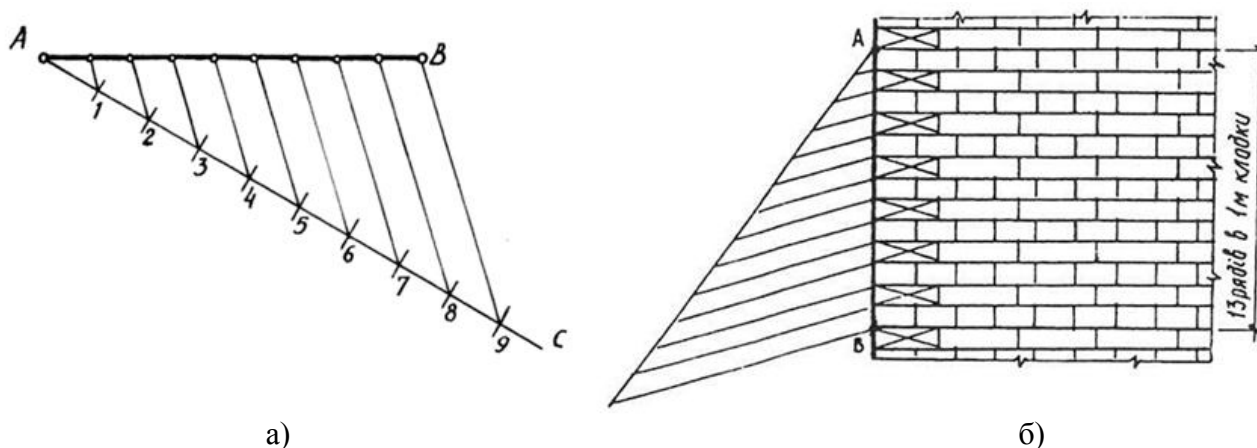


Рисунок 3.8 — Поділ відрізка на довільну кількість рівних частин

### 3. Поділ відрізка в заданому відношенні

Виконується аналогічно попередній задачі. Причому відношення (рис. 3.9) може бути задане як числами, так і відрізками ( $m$  і  $n$ ). На допоміжній прямій відкладається сума чисел або відрізків відношення.

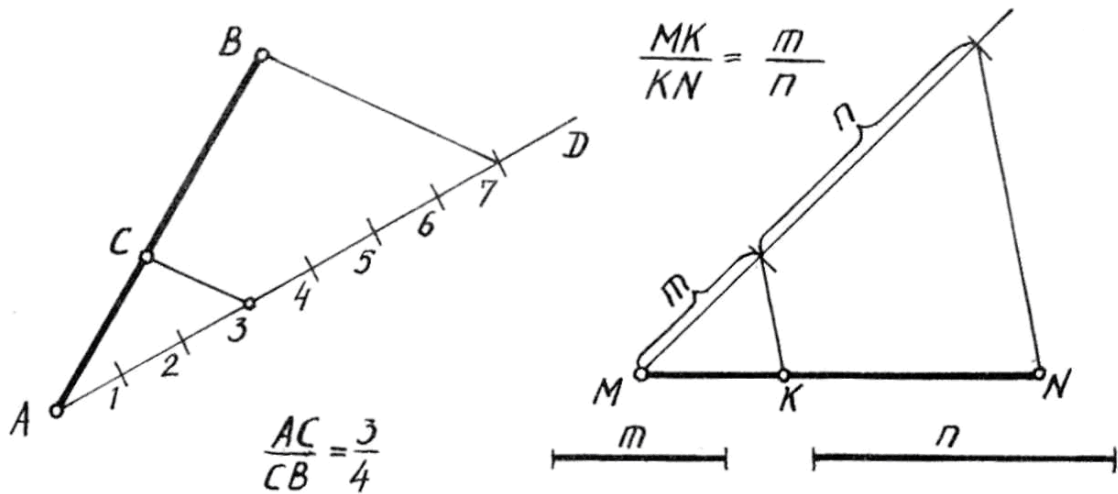


Рисунок 3.9 — Поділ відрізка в заданому відношенні

### 4. Поділ відрізка у відношенні «золотого перерізу»

Відрізок  $AB$  ділять у точці  $C$  навпіл і через один із його кінців, наприклад точку  $B$ , проводять пряму  $BM$ , перпендикулярну до нього (рис. 3.10, а). На перпендикулярі відкладають відрізок  $BD = BC$ . Точки  $A$  і  $D$  з'єднують прямою (рис. 3.10, б). На відрізку  $AD$  отримують точку  $E$  за допомогою дуги радіуса  $DB$  з центра  $D$ . З точки  $A$  проводять дугу радіусом  $AE$  до перетину з відрізком  $AB$  у точці  $F$ . Точка  $F$  є точкою поділу відрізка  $AB$  в середньому і крайньому відношенні, яке називають «золотим перерізом».

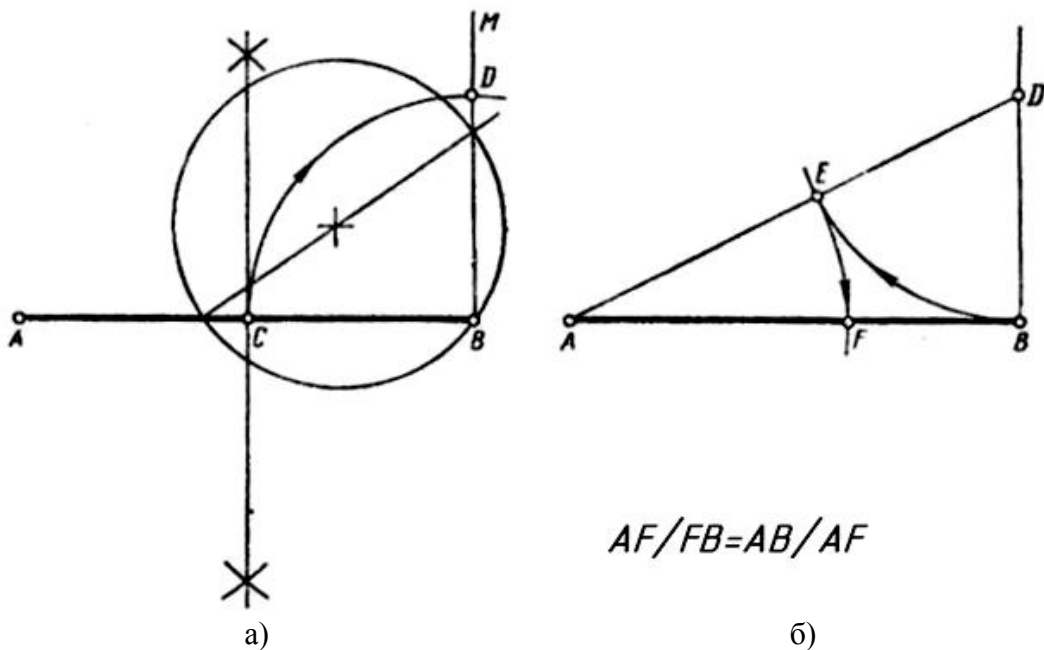


Рисунок 3.10 — Поділ відрізка у відношенні «золотого перерізу»

Це відношення дорівнює приблизно 1,618... і дає змогу підібрати найкращі пропорції найрізноманітніших форм, тому часто використовується в архітектурі та прикладному мистецтві. Звідси й назва, яка прийшла ще з давнини.

Одним із найкрасивіших витворів давньогрецької архітектури є Парфенон (V ст. до н. е.). На малюнках видно цілу низку закономірностей, пов'язаних із «золотим перерізом». Пропорції будівлі можна виразити через різні ступені числа  $\Phi = 1,618...$  (рис. 3.11).

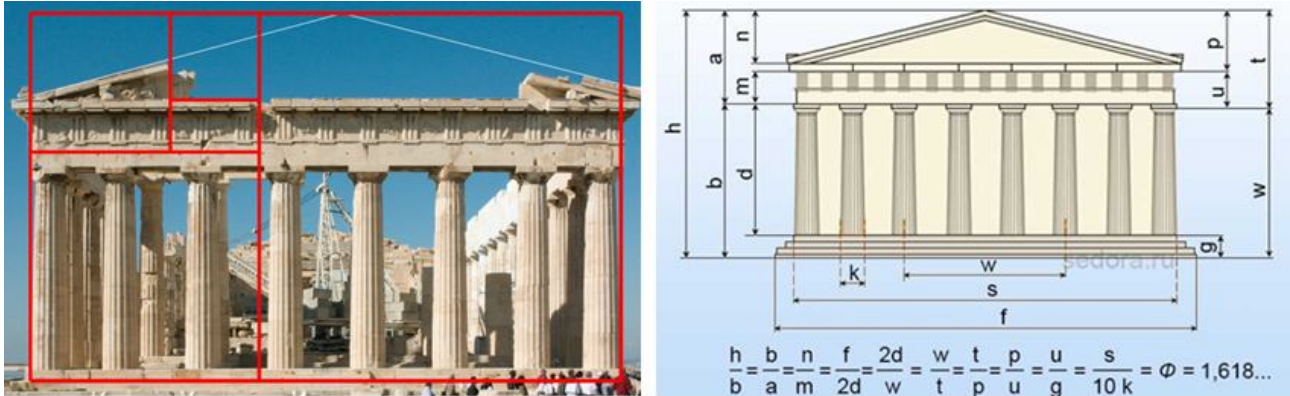


Рисунок 3.11 — Приклад застосування «золотого перерізу» в архітектурі

### 3.3 Побудова і поділ кутів

#### 1. Побудова кута, що дорівнює даному

Припустимо, потрібно на прямій MN при точці D побудувати кут, що дорівнює куту ABC (рис. 3.12). Довільним радіусом R проводять дві дуги з точок B і D. Отримують точки L, K і F. З точки F радіусом  $r = KL$  проводять дугу до перетину з дугою радіуса R у точці E. Проводячи через точки D і E пряму, отримують кут EDF, який дорівнює куту ABC.

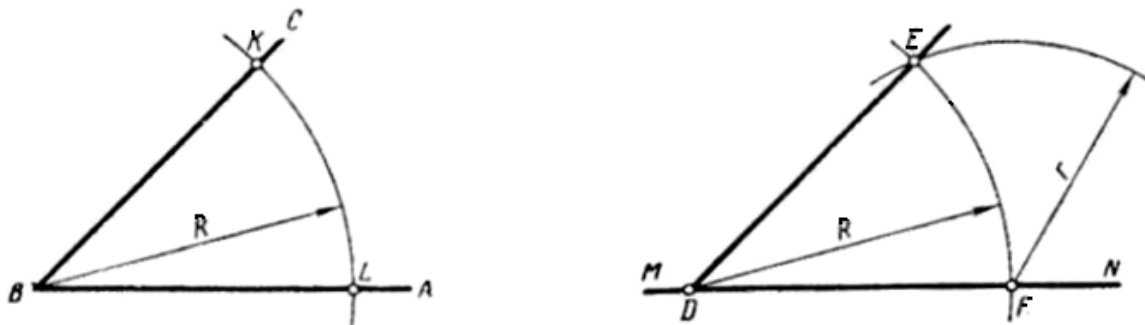


Рисунок 3.12 — Побудова кута, що дорівнює даному

#### 2. Поділ кута навпіл

З вершини B (рис. 3.13, а) довільним радіусом  $R_1$  проводять дугу до перетину зі сторонами кута в точках M і N. Потім з точок M і N проводять дуги радіусом  $\geq R_1$  до їх взаємного перетину в точці D. Пряма BD ділить даний кут навпіл.

Коли кут заданий сторонами, що не перетинаються в межах креслення (рис. 3.13, б), поділ кута навпіл виконують так. На довільній, але однаковій відстані  $l$  від сторін кута проводять прямі  $KL \parallel AB$  і  $MN \parallel CD$  і продовжують їх до перетину в точці O. Отриманий кут LON ділять навпіл.

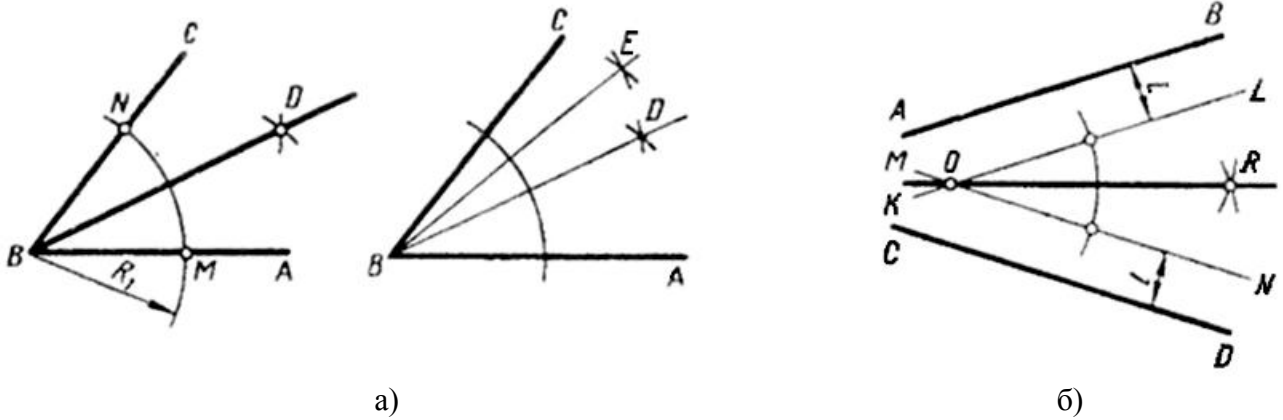


Рисунок 3.13 — Поділ кута навпіл

### 3. Поділ прямого кута на три рівні частини

З вершини прямого кута  $B$  (рис. 3.14) проводять дугу довільним радіусом  $R$  до перетину зі сторонами кута в точках  $A$  і  $C$ . Тим самим радіусом із точок  $A$  і  $C$  проводять дуги до перетину з дугою  $AC$  у точках  $M$  і  $N$ . Прямі  $BM$  і  $BN$  ділять прямий кут на три рівні частини.

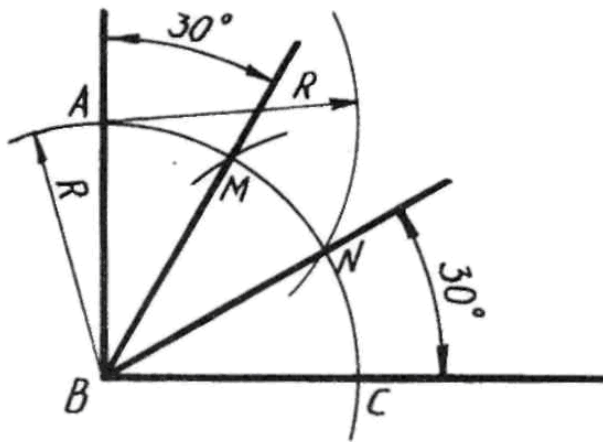


Рисунок 3.14 — Поділ прямого кута на три рівні частини

## 3.4 Поділ кола на рівні частини. Побудова правильних багатокутників

1. Поділ кола на 2, 4, 8 і далі рівних частин (рис. 3.15).

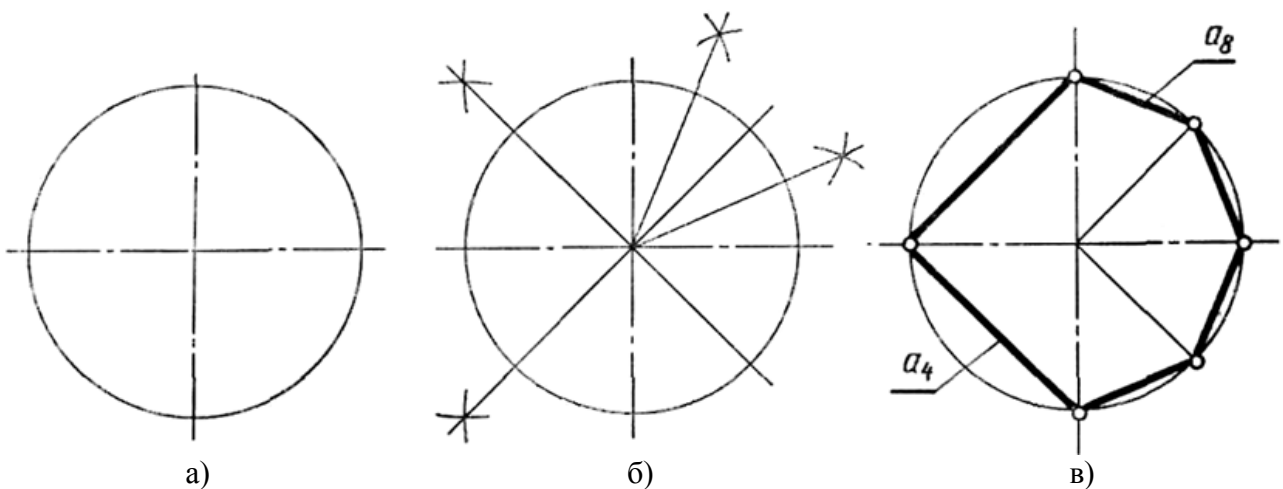


Рисунок 3.15 — Поділ кола на 2, 4, 8 і далі рівних частин

Для поділу кола навпіл досить провести будь-який його діаметр. Два взаємно перпендикулярних діаметра ділять коло на чотири рівні частини (рис. 3.15, а). Розділивши кожен четверту частину навпіл, отримують восьми частини, а при подальшому поділі шістнадцяті, тридцять другі частини тощо. (рис. 3.15, б). Поєднавши прямими точками ділення, отримують сторони правильного вписаного квадрата ( $a_4$ ), восьмикутника ( $a_8$ ) тощо (рис. 3.15, в).

## 2. Поділ кола на 3, 6, 12 і далі рівних частин (рис. 3.16).

Біля кола проводять два взаємно перпендикулярних діаметра 1–2 і 3–4 (рис. 3.16, а). З центрів 1 і 2 описують дуги радіусом кола  $R$  до перетину з ним у точках А, В, С і D. Точки А, В, 1, С, D, 2 ділять коло на шість рівних частин. Ці самі точки, взяті через одну, ділять коло на три рівні частини (рис. 3.16, б). Для поділу на 12 рівних частин описують ще 2 дуги радіусом кола з точок 3 і 4 (рис. 3.16, в).

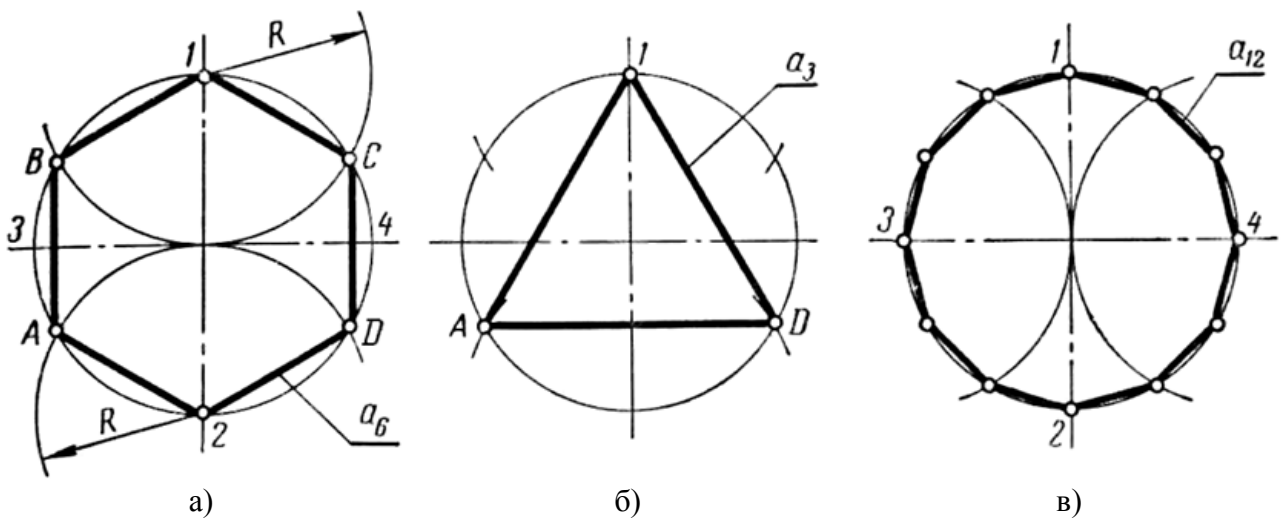


Рисунок 3.16 — Поділ кола на 3, 6, 12 і далі рівних частин

## 3. Поділ кола на сім рівних частин

Поділ кола на сім рівних частин і побудову правильного вписаного семикутника (рис. 3.17) виконують за допомогою половини сторони вписаного трикутника, що приблизно дорівнює стороні семикутника.

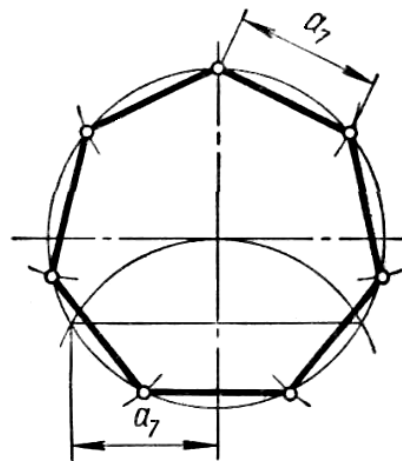


Рисунок 3.17 — Поділ кола на сім рівних частин

## 4. Поділ кола на п'ять або десять рівних частин

На рисунку 3.18 показано побудову правильного п'ятикутника. Знаходять точку В — середину відрізка ОА. Дуга 1 із центром В і радіусом ВС перетинає ОВ у точці F. Відрізок CF — сторона правильного п'ятикутника CMNKL. Для побудови правильного десятикутника достатньо провести бісектриси кутів COL, LOK, KON.





## 4 СПРЯЖЕННЯ

### 4.1 Загальні положення

Обриси багатьох предметів являють собою поєднання декількох ліній, які здебільшого плавно переходять одна в одну. Плавний перехід однієї лінії в іншу називають *дотиком*, а точку, в якій відбувається дотик, *точкою дотику* або *переходу* (рис. 4.1).

Через будь-яку точку дотику можна провести загальну дотичну, яка буде перпендикулярна до радіусів дуг, проведених у точку дотику.

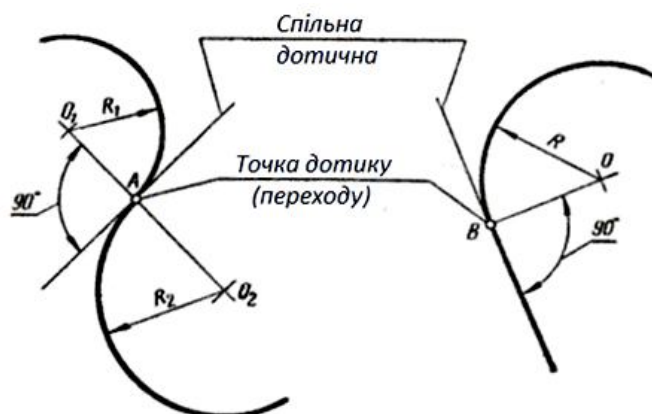


Рисунок 4.1 — Елементи дотику

Плавний перехід однієї лінії в іншу за допомогою проміжної лінії називають *спряженням*. На рисунку 4.2 такою лінією є дуга АВ радіуса  $R_c$ . Її називають *дугою спряження*, радіус  $R_c$  — *радіусом спряження*, а центр цієї дуги — *центром спряження*.

У спряженні завжди є дві точки переходу, і через кожну з них можна провести по одній загальній дотичній.

Отже, побудова спряжень заснована на властивостях дотичної до дуги кола і дотику двох дуг кіл.

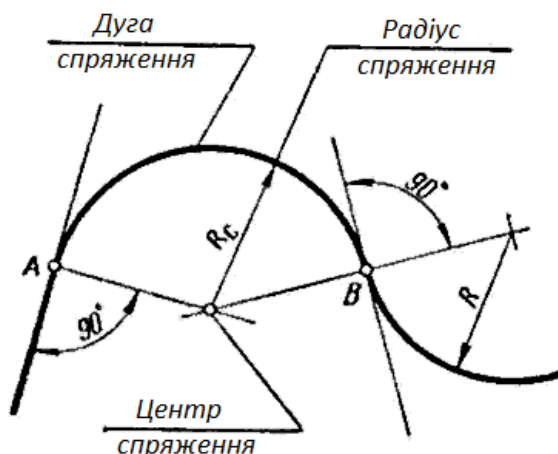


Рисунок 4.2 — Елементи спряження

### 4.2 Побудова дотичних і дотик кіл

#### 1. Побудова дотичної до кола у заданій на ньому точці

Через точку А (рис. 4.3) і центр О проводять пряму й у точці А відновлюють до неї перпендикуляр (побудову перпендикуляра до прямої у заданій на ній точці було розглянуто на рис. 3.3).

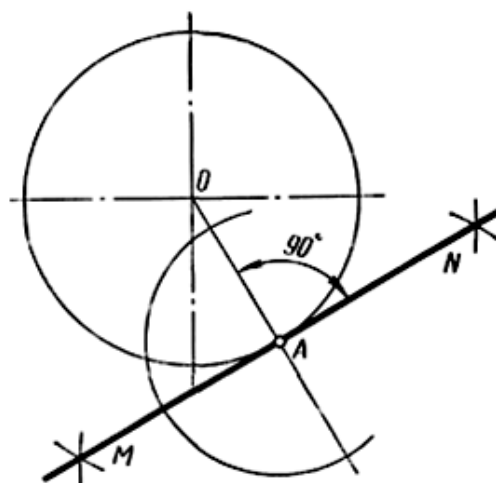


Рисунок 4.3 — Побудова дотичної до кола у заданій на ньому точці

## 2. Побудова дотичної до кола з точки поза колом

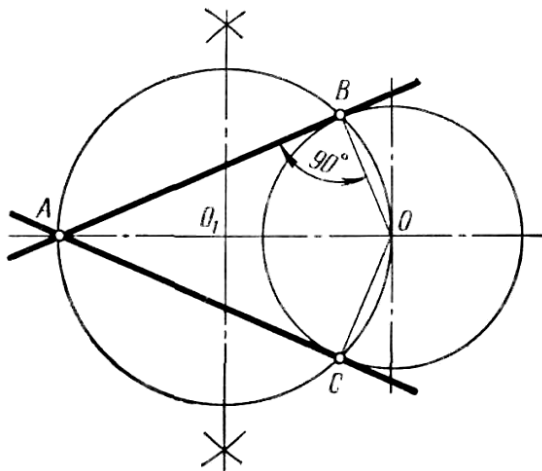


Рисунок 4.4 — Побудова дотичної до кола з точки поза колом

Центр кола  $O$  (рис. 4.4) і точку  $A$  з'єднують прямою. Відрізок  $OA$  беруть за діаметр допоміжного кола. Розділивши відрізок  $OA$  навпіл, отримують точку  $O_1$ . З точки  $O_1$  описують коло радіусом  $O_1A$ , яке перетинає задане коло в точках дотику  $B$  і  $C$ .

## 3. Побудова дотичних кіл

У разі зовнішнього дотику кіл центри  $O_1$  і  $O_2$  розташовані на відстані  $R + r$  один від одного. Точка дотику лежить на прямій, що з'єднує центри  $O_1$  і  $O_2$ , а загальна дотична  $MN$  до цієї прямої в точці  $A$  перпендикулярна (рис. 4.5, а).

У разі внутрішнього дотику відстань між центрами кіл дорівнює різниці радіусів  $R - r$ . Точка дотику  $A$  розташована на продовженні прямої, що з'єднує центри  $O_1$  і  $O_2$  (рис. 4.5, б).

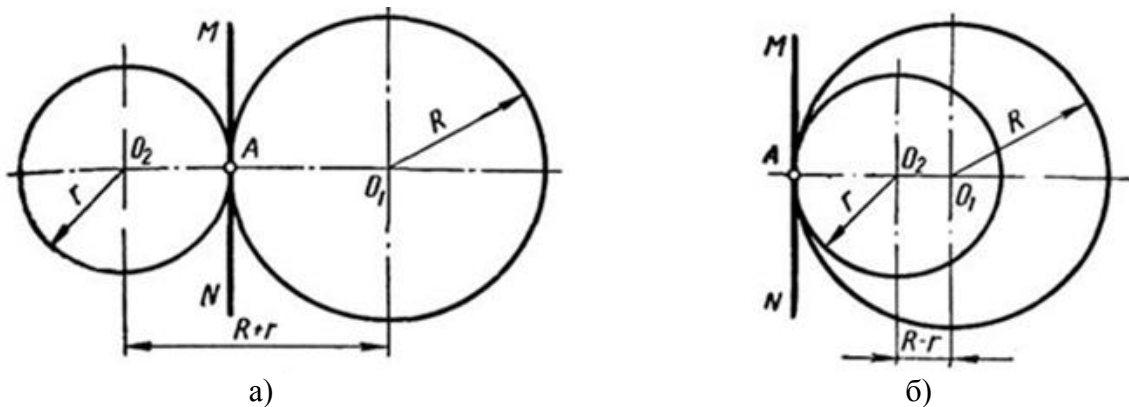


Рисунок 4.5 — Побудова дотичних кіл

## 4. Побудова зовнішньої дотичної до двох кіл (рис. 4.6).

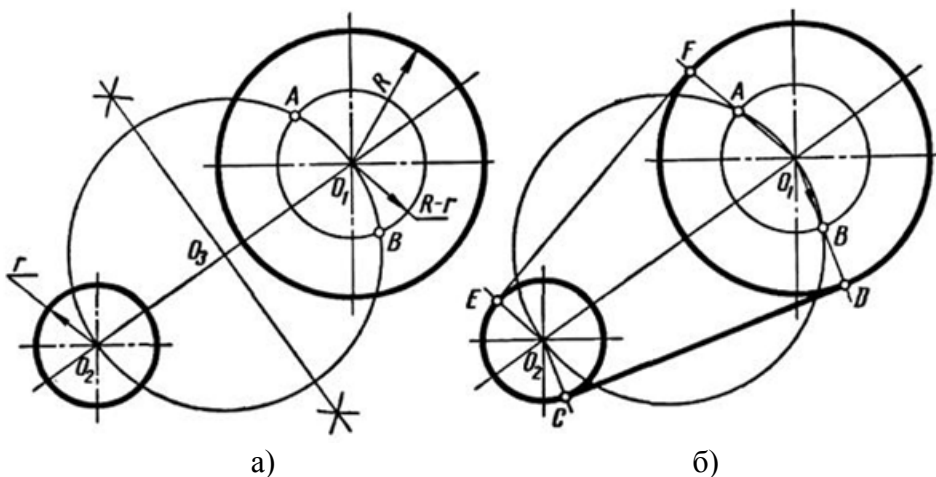


Рисунок 4.6 — Побудова зовнішньої дотичної до двох кіл

З центра  $O_1$  більшого кола описують коло радіусом  $R - r$  (рис. 4.6, а). Знаходять середину відрізка  $O_1O_2$  — точку  $O_3$ , з якої проводять коло радіусом  $O_1O_3$ . Обидва проведені кола перетинаються у точках  $A$  і  $B$ . Точки  $O_1$  і  $B$  з'єднують прямою та в перетині її з колом радіуса  $R$  визначають точку дотику  $D$  (рис. 4.6, б). З точки  $O_2$  паралельно прямій  $O_1D$  проводять лінію до перетину з колом радіуса  $r$  і отримують другу точку дотику  $C$ .

### 5. Побудова внутрішньої дотичної до двох кіл

З центра будь-якого кола описують коло радіусом  $R + r$  (рис. 4.7, а). Розділивши відрізок  $O_1O_2$  навпіл, отримують точку  $O_3$ . З точки  $O_3$  описують коло радіусом  $O_1O_3$  і відзначають точки  $A$  і  $B$  перетину допоміжних кіл. Поєднавши точки  $O_1$  і  $A$  (рис. 4.7, б), отримують точку дотику  $D$ . Через точку  $O_2$  проводять пряму, паралельну  $O_1A$ , і отримують другу точку дотику  $C$ .

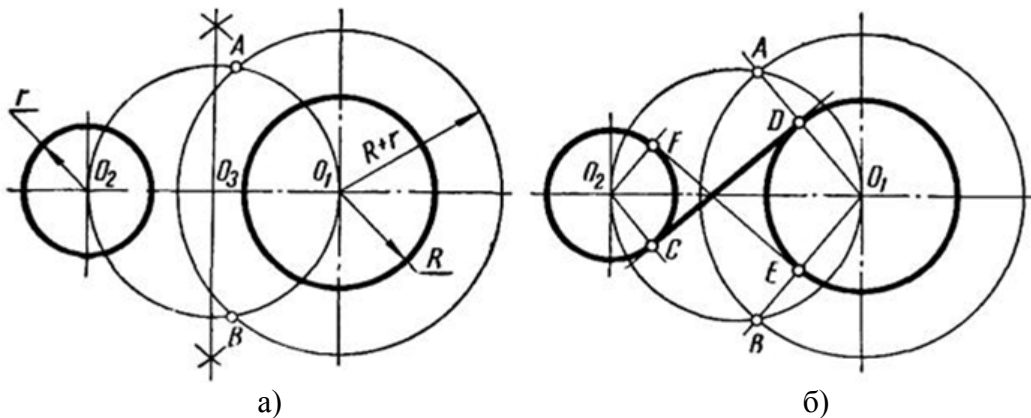


Рисунок 4.7 — Побудова внутрішньої дотичної до двох кіл

## 4.3 Спряження за допомогою дуги кола

Усі задачі на побудову спряжень зводяться до знаходження центра дуги спряження і точок спряження.

### 1. Спряження двох прямих дугою кола

Проводять дві прямі, паралельні заданим і віддалені від них на величину радіуса  $R_c$  (рис. 4.8, а). У перетині відзначають точку  $O$  — центр спряження. З точки  $O$  опускають перпендикуляри на задані прямі й отримують точки дотику  $A$  і  $B$  дуги спряження. Такі побудови справедливі для будь-якого кута між заданими прямими.

Для спряження сторін прямого кута можна скористатися способом, зазначеним на рисунку 4.8, б.

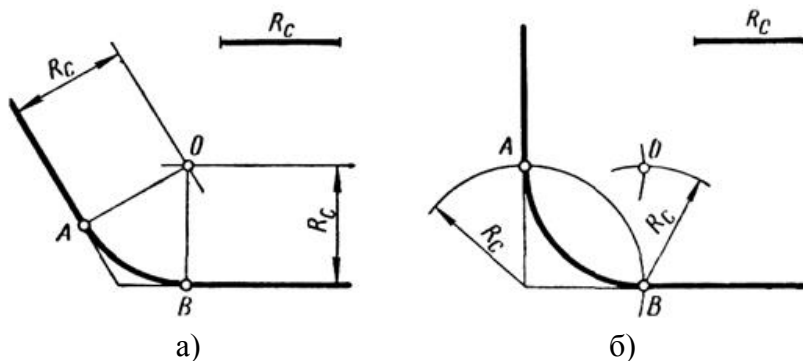


Рисунок 4.8 — Випадки спряження двох прямих дугою кола

## 2. Спряження дуги кола із прямою лінією

Можуть бути два випадки такого спряження: зовнішній дотик дуги спряження із заданою прямою (рис. 4.9, а) і внутрішній (рис. 4.9, б). У разі зовнішнього дотику з центра  $O_1$  проводять дугу радіусом  $R + R_c$  і пряму, паралельну заданій, на відстані  $R_c$  від неї. На перетині отримують точку  $O$  центра спряження. На прямій  $OO_1$  відзначають точку дотику  $A$ . Точку дотику  $B$  отримують, опустив перпендикуляр із центра  $O$  на задану пряму.

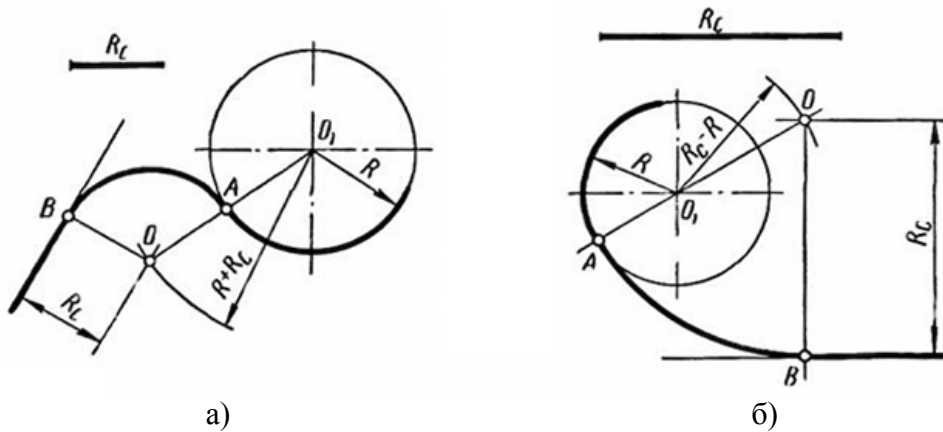


Рисунок 4.9 — Два випадки спряження дуги кола із прямою лінією

У разі внутрішнього дотику побудови аналогічні, тільки радіус допоміжної дуги дорівнює  $R_c - R$ .

## 3. Спряження двох дуг дугою кола заданого радіуса (рис. 4.10).

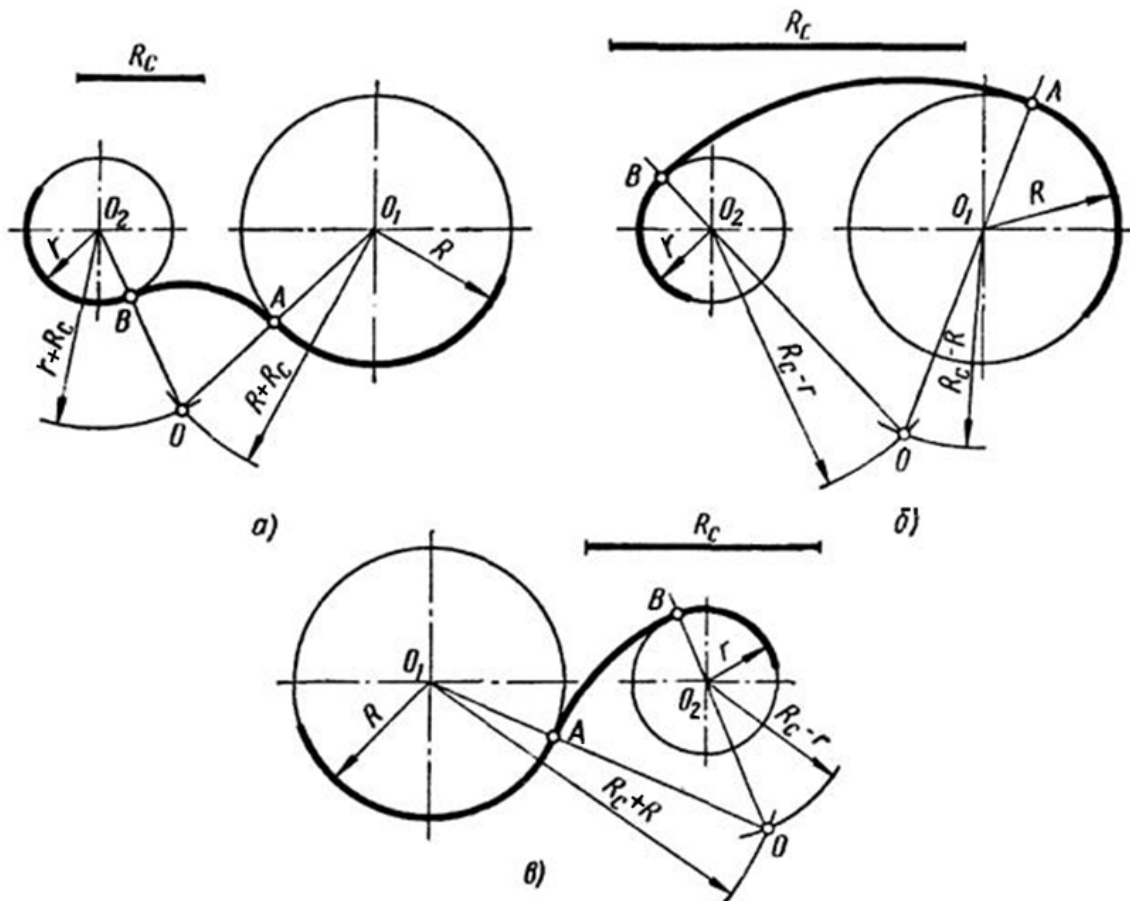


Рисунок 4.10 — Випадки спряження двох дуг дугою кола

Розрізняють три таких різновиди цього спряження: зовнішнє, внутрішнє та змішане. У разі зовнішнього спряження (рис. 4.10, а) центр спряження  $O$  розташовується на перетині дуг радіусів  $R + R_c$  і  $r + R_c$ , проведених з центрів  $O_1$  і  $O_2$ . Точки дотику  $A$  і  $B$  визначають як точки перетину заданих дуг із прямими  $OO_1$  і  $OO_2$ .

У разі внутрішнього спряження (рис. 4.10, б) проводять допоміжні дуги радіусами  $R_c - R$  і  $R_c - r$  з центрів  $O_1$  і  $O_2$ . Через точки  $OO_1$  і  $OO_2$  проводять прямі до перетину з заданими дугами і знаходять точки дотику  $A$  і  $B$ .

У разі змішаного спряження (рис. 4.10, в) побудови аналогічні та зрозумілі з креслення.

## 4.4 Архітектурні обломи

Багато будинків зовні та всередині мають різні архітектурні прикраси. Профіль архітектурних прикрас складається з елементів, які називають архітектурними обломами. Архітектурні обломи прикрашають не тільки будівлі. Їх можна побачити в контурі постаментів, декоративних ваз, меблів тощо.

За формою архітектурні обломи можуть бути *прямолінійними* (рис. 4.11) і *криволінійними* (рис. 4.12, 4.13).



Рисунок 4.11 — Прямолінійні архітектурні обломи

Архітектурні обломи мають встановлені форми. Деякі з них пов'язані певними співвідношеннями, які можуть бути виражені через величину радіуса або через модуль — умовну величину, взяту за одиницю масштабу.

Прості криволінійні обломи, такі як напіввал, шийка, прямий і зворотний четвертний вал, пряме і зворотне викруглення (рис. 4.12), окреслені за допомогою однієї дуги, і спосіб їх побудови зрозумілий із креслення.

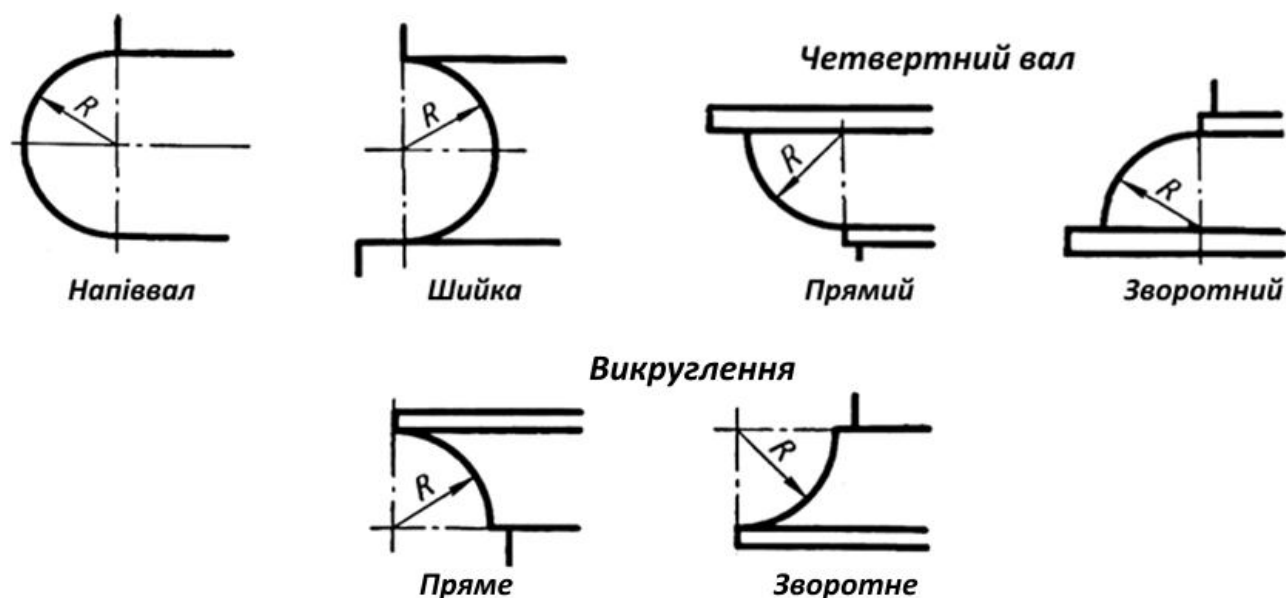


Рисунок 4.12 — Прості криволінійні обломи

Складніші криволінійні обломи складаються з двох дуг. До них належать: гусьок прямий і зворотний, каблучок прямий і зворотний, скоція, складний торус (рис. 4.13).

Існує комбінація з двох паралельно з'єднаних елементів, що складається з валика та полички. Вона отримала назву астрагала (рис. 4.13).

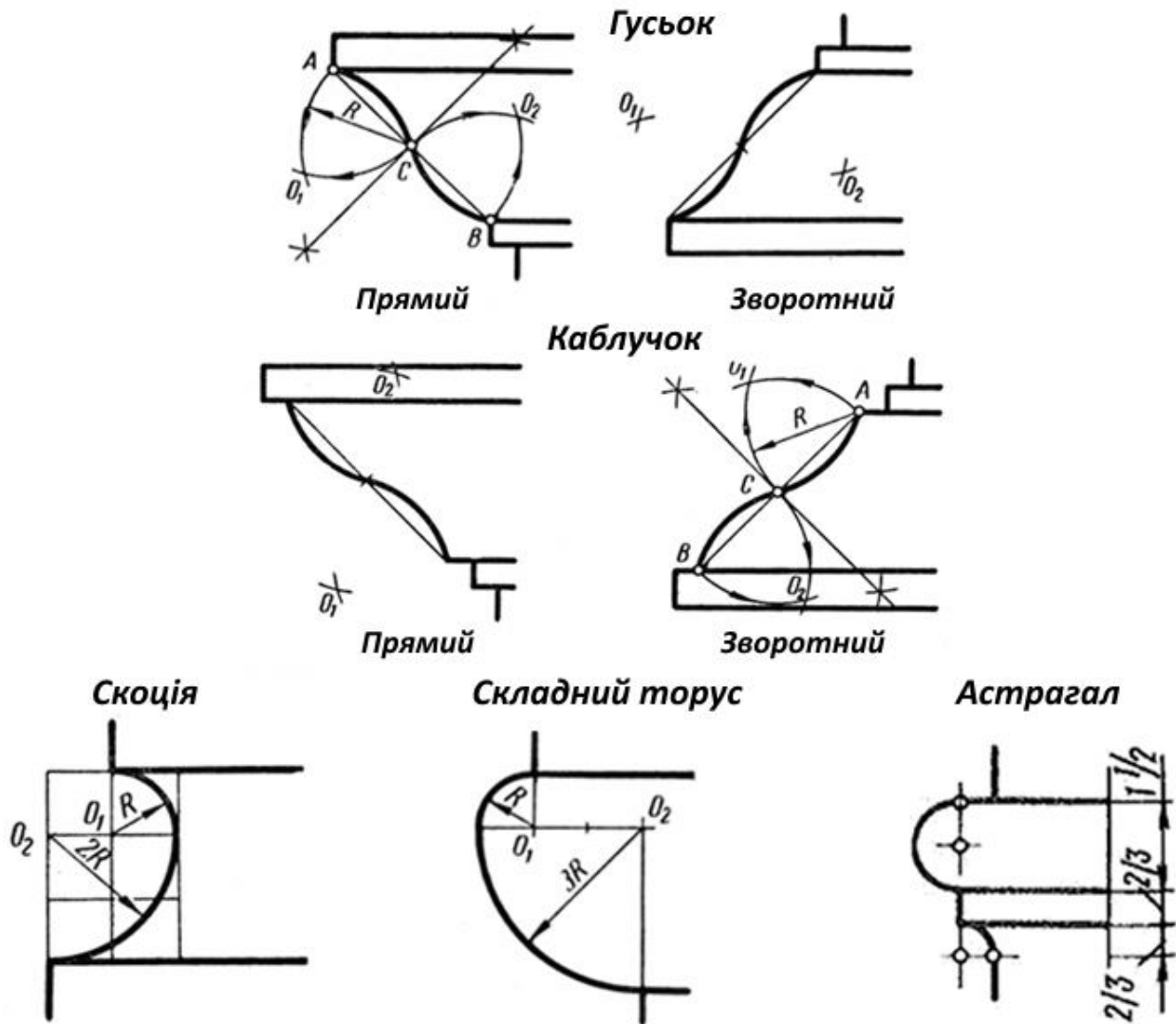


Рисунок 4.13 — Складні криволінійні обломи

У побудові гуська й каблучка багато спільного. Для побудови, наприклад, прямого гуська задані точки  $A$  і  $B$  з'єднують прямою лінією. Відрізок  $AB$  ділять навпіл у точці  $C$ . Радіусом  $R = AC = CB$  із точок  $A, C$  і  $B$  проводять дуги до взаємного перетину в точках  $O_1$  і  $O_2$  і з них тим самим радіусом  $R$  описують дві дуги, що є профілем прямого гуська. Креслення зворотного гуська або одного з різновидів каблучка аналогічне кресленню прямого гуська, при цьому змінюється тільки положення центрів  $O_1$  і  $O_2$ .

Для побудови скоції задають радіус  $R$  і будують шість квадратів зі сторонами, що дорівнюють заданому радіусу. Намічають точки  $O_1$  і  $O_2$ , описують дві дуги радіусами  $R$  і  $2R$ .

Складний торус також будують за заданим радіусом  $R$ . Проводять пряму, на якій відзначають два центри —  $O_1$  і  $O_2$  на відстані  $2R$ . З центра  $O_1$  описують чверть кола радіусом  $R$ , а з центра  $O_2$  — радіусом  $3R$ .

На рисунку 4.14 подано приклади оформлення фасадів за допомогою архітектурних обломів та інших деталей.



Рисунок 4.14 — Приклади оформлення фасадів

## 5 ПЛОСКІ КРИВІ ЛІНІЇ

Криві, у яких усі точки розташовані в одній площині, називають *плоскими*. Частина плоских кривих, що складаються з дуг кіл, утворює групу *циркульних кривих*. Дуги циркульних кривих торкаються одна одної, тому їх побудова ґрунтується на правилах спряження та виконується за допомогою циркуля.

Інша частина плоских кривих, які не можна побудувати за допомогою циркуля, належить до групи *лекальних кривих*. Лекальні криві будують за точками, знаючи закон їх утворення, а обводять за лекалом.

### 5.1 Циркульні криві

#### 1. Завитки

Спіральна крива, накреслена циркулем шляхом спряження дуг кіл різних радіусів, називається *завитком*. На рисунку 5.1, а зображено побудову двоцентрового завитка. Він складається з ряду півкіл, описаних поперемінно із заданих центрів  $O_1$  і  $O_2$ . Точки дотику проведених дуг розташовані на прямій, що з'єднає ці центри. Перше півколо описують радіусом  $R$ , що дорівнює відстані між центрами  $O_1$  і  $O_2$ . Радіус кожного наступного півкола збільшують на величину початкового радіуса  $R$ . Отже, друге півколо описують радіусом  $2R$ , третє — радіусом  $3R$  тощо.

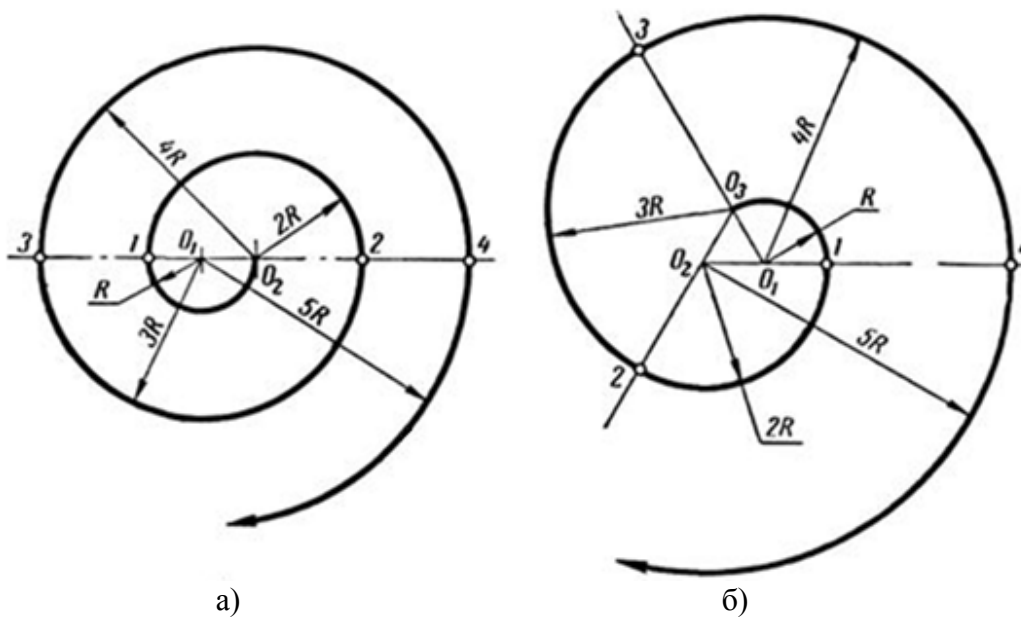


Рисунок 5.1 — Дво- та трицентрові завитки

Побудову трицентрового завитка за заданими центрами  $O_1$ ,  $O_2$  і  $O_3$ , розташованими у вершинах рівностороннього трикутника, наведено на рисунку 5.1, б. Через кожну пару центрів проводять пряму лінію. З центра  $O_1$  описують дугу радіусом  $R = O_1O_3$  у межах між точками  $O_3$  і 1. Наступну дугу радіусом  $2R$  проводять із центра  $O_2$  до точки 2. Потім описують дугу радіусом  $3R$  із центра  $O_3$ . Дуга, проведена знову з центра  $O_1$ , має радіус  $4R$  тощо.

Завитки чотирьохцентрові, п'ятицентрові тощо будують так само.

#### 2. Коробові криві

*Коробовою кривою* називається односторонньо опукла циркульна крива (замкнена або незамкнена), утворена спряженням дуг кіл. Існує декілька різновидів коробових кривих.



**Овал** — замкнена коробова крива, що має дві осі симетрії. Елементами, що визначають розмір овала, є його довжина і ширина, які вимірюються за осями симетрії.

Побудову овала за його довжиною  $AB$  і шириною  $CD$  наведено на рисунку 5.2. Спочатку проводять дві взаємно перпендикулярні прямі, що перетинаються в точці  $O$  (рис. 5.2, а). На горизонтальній прямій в обидві сторони від точки  $O$  відкладають відрізок  $AB/2$ , а на вертикальній —  $CD/2$ . Точки  $A$  і  $C$  з'єднують прямою лінією. З точки  $O$  описують дугу радіусом  $OA$  до перетину її з прямою  $CD$  у точці  $E$ . На прямій  $AC$  відкладають відрізок  $CF = CE$  і отримують точку  $F$ . Через середину відрізка  $AF$  проводять перпендикуляр і на перетині його з прямими  $AB$  і  $CD$  отримують точки  $O_1$  і  $O_2$ . На прямих  $AB$  і  $CD$  будують точки  $O_3$  і  $O_4$ , симетричні точкам  $O_1$  і  $O_2$  щодо центра  $O$  (рис. 5.2, б). Точки  $O_1, O_2, O_3, O_4$  є центрами сполучених дуг, що визначають контур овала, а точки дотику дуг розташовуються на прямих  $O_1O_2, O_3O_2, O_1O_4$  і  $O_3O_4$ . З центрів  $O_1$  і  $O_3$  описують дуги радіусом  $R_1 = O_1A$ , а з центрів  $O_2$  і  $O_4$  — дуги радіусом  $R_2 = O_2C$  і отримують контур овала.

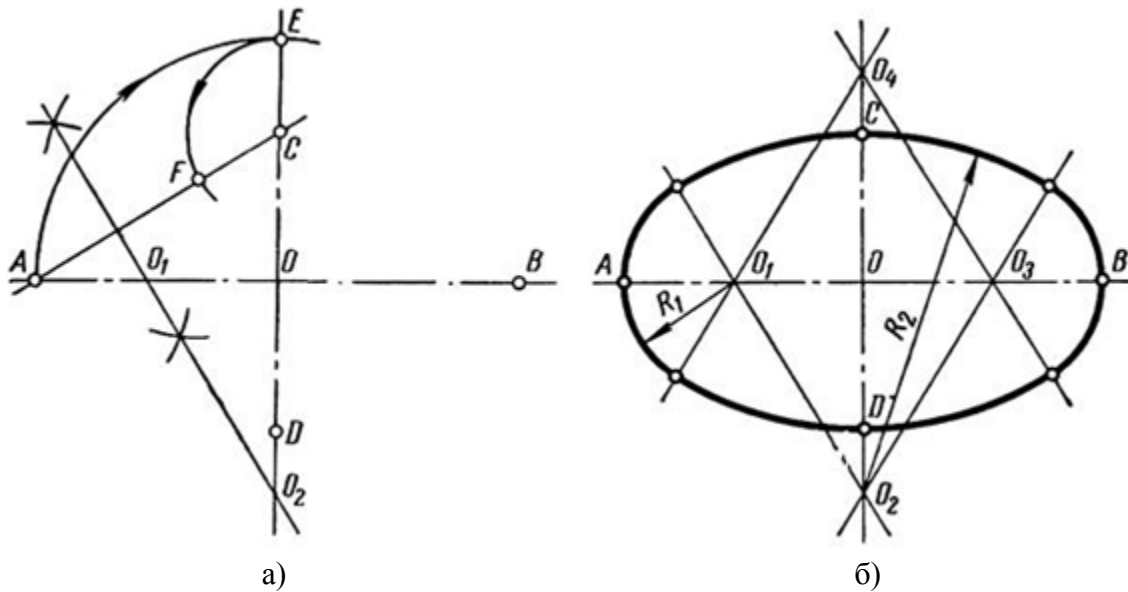


Рисунок 5.2 — Побудова овала

В архітектурі (рис. 5.3–5.5) овальні форми мають арки споруд, зокрема стилю бароко. Одна з принципових відмінностей ренесансу від бароко полягає в тому, що перший стиль використовує коло, а другий — овал або еліпс.



Рисунок 5.3 — Арка Мосту Зігхань у Венеції (близько 1600 р.)



Рисунок 5.4 — Купол церкви Сан Карло біля чотирьох фонтанів у Римі (початок будівництва — 1634 р.)



Рисунок 5.5 — Вілла д'Есте. Овальний фонтан. 1567, архітектор П'єрро Лігоріо

**Овоїд** — замкнена коробова крива, що має одну вісь симетрії. Побудову овоїда за його шириною — відрізком  $AB$  — наведено на рисунку 5.6, а. Через середину відрізка  $AB$  — точку  $O_1$  — проводять пряму, перпендикулярну до нього. З точки  $O_1$  описують коло радіусом  $R_1 = AB/2$  і на перетині його з перпендикуляром отримують точку  $O_2$ . Далі проводять прямі  $AO_2$  і  $BO_2$  і продовжують їх за точку  $O_2$ . З точок  $A$  і  $B$  радіусом  $R_2 = AB$  описують дві дуги до їх перетину у точках  $C$  і  $D$  із проведеними прямими. Останню дугу радіусом  $R_3 = O_2C$  описують із точки  $O_2$ .

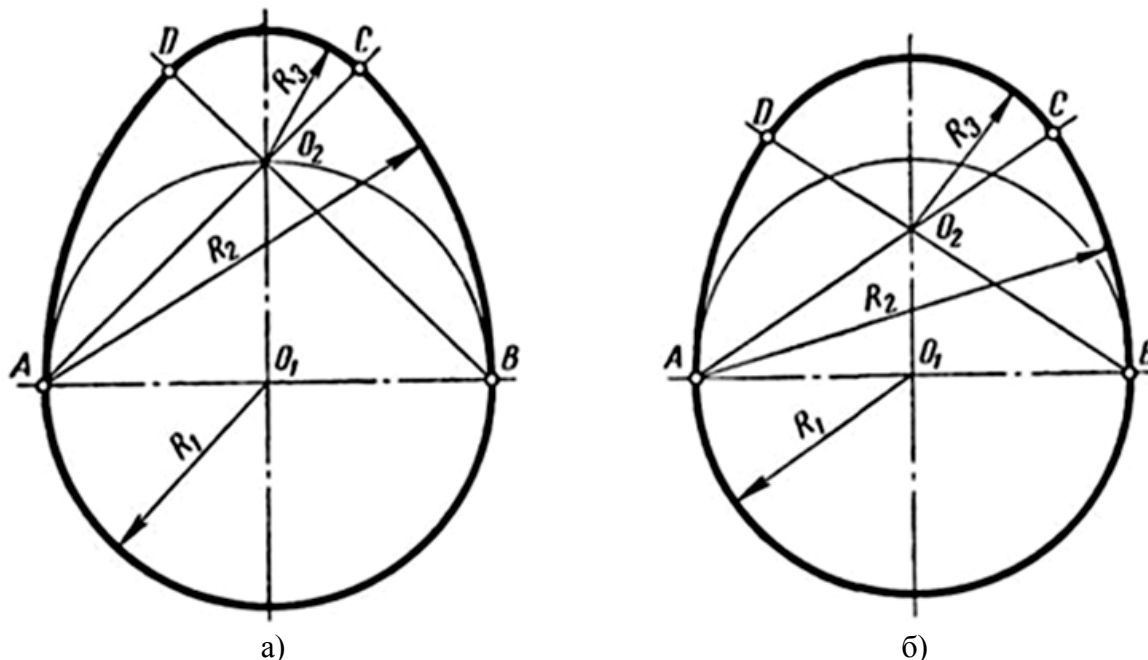


Рисунок 5.6 — Овоїди

Якщо точку  $O_2$  розташувати ближче до точки  $O_1$  або далі від неї, то овоїд вийде відповідно тупішим або гострішим. Для побудови тупого овоїда задають його ширину  $AB$  і відстань між центрами  $O_1O_2$  (рис. 5.6, б). Порядок побудови залишається незмінним.

**Коробові криві зводів** — криві, що належать до незамкнених коробових кривих. Вони застосовуються у будівництві зводів і арок мостів, входів до будинків, різних перекриттів, наприклад метро тощо. Нижче розібрано побудову коробових кривих пологого, крутого й повзучого зводів.

### 1. Побудова коробової кривої пологого зводу за його шириною $AB$ і висотою $OC$

На горизонтальній прямій (рис. 5.7) відкладають ширину зводу — відрізок  $AB$  і через його середину — точку  $O$  проводять пряму, перпендикулярну до нього. На цій прямій від точки  $O$  відкладають висоту зводу — відрізок  $OC$ .

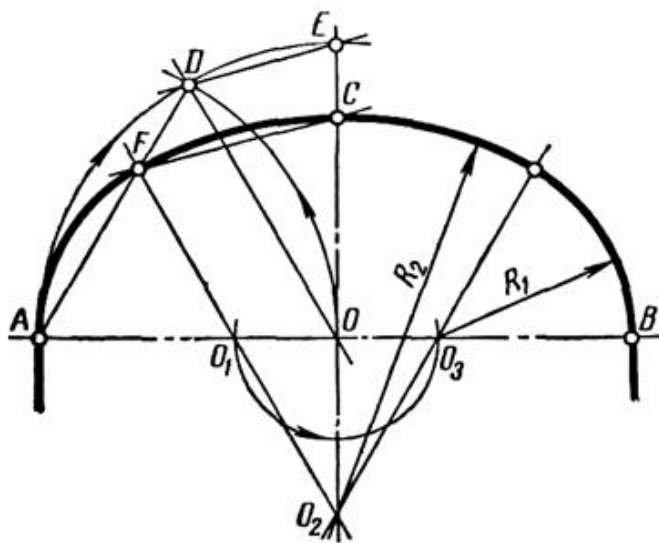


Рисунок 5.7 — Побудова коробової кривої пологого зводу

З точки  $O$  радіусом  $OA$  описують дугу  $AE$  і на ній відзначають точку  $D$  за допомогою того самого радіуса  $OA$ , але з центром у точці  $A$ . Точку  $D$  з'єднують прямими з точками  $A$ ,  $E$  і  $O$ . Потім через точку  $C$  проводять пряму  $CF \parallel DE$  до перетину її з прямою  $AD$  у точці  $F$ . Через точку  $F$  проводять пряму  $FO_2 \parallel DO$  до перетину її з відрізком  $AB$  у точці  $O_1$ , а з прямою  $OC$  у точці  $O_2$ . Точку  $O_3$  отримують за допомогою дуги радіуса  $OO_1$ . Отримані точки  $O_1$ ,  $O_2$  і  $O_3$  є центрами дуг, з яких складається ця крива. Радіусом  $R_1 = O_3B$  описують дуги з центрів  $O_1$  і  $O_3$ , а радіусом  $R_2 = O_2C$  — дугу з центра  $O_2$ .

На рисунку 5.8 наведено приклад застосування пологого зводу.

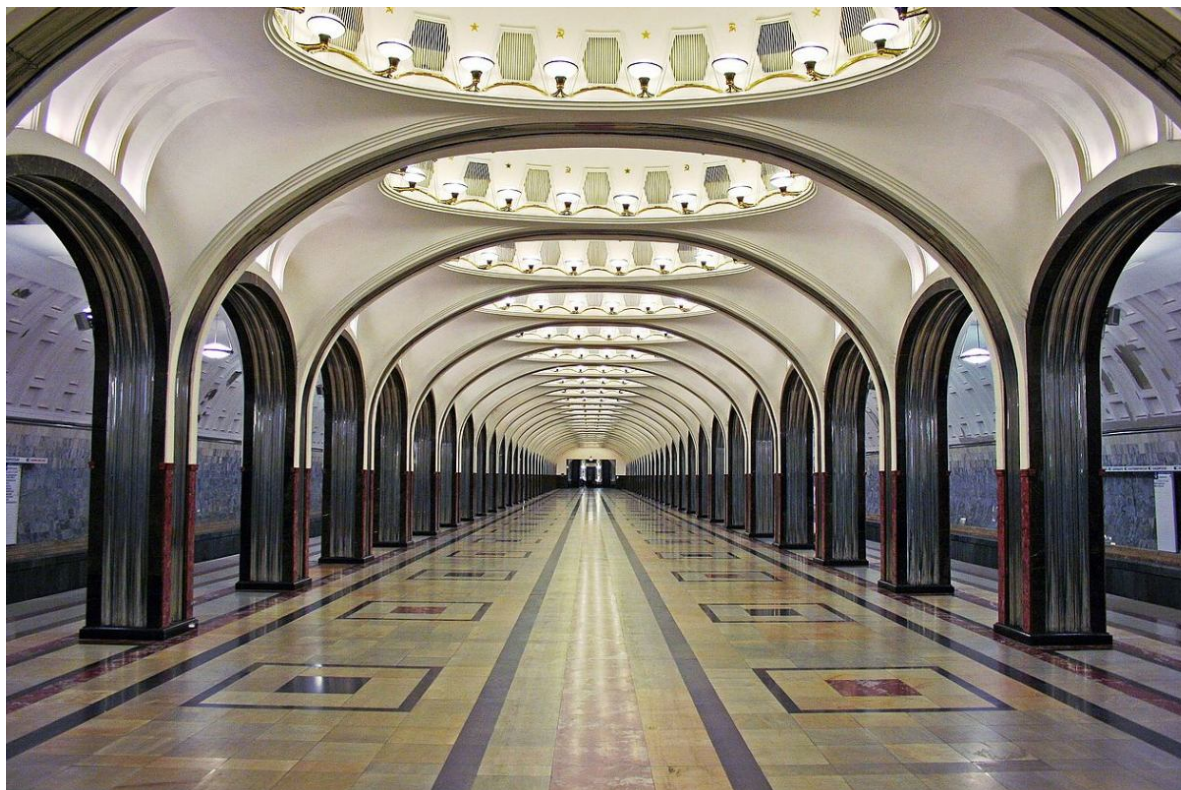


Рисунок 5.8 — Станція метро «Маяковська» в Москві

## 2. Побудова коробової кривої крутого зводу за його шириною $AB$ і висотою $OC$

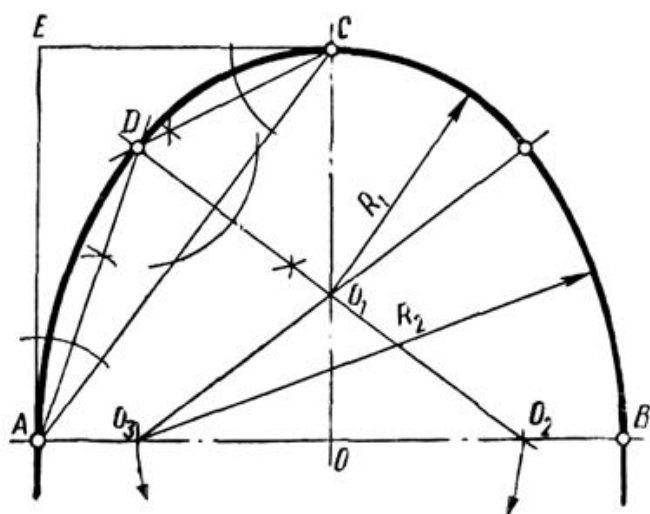


Рисунок 5.9 — Побудова коробової кривої крутого зводу

Відрізок  $AB$  (рис. 5.9) ділять навпіл, будують прямокутник  $AECO$  і проводять у ньому діагональ  $AC$ . Кути  $EAC$  і  $ECA$  ділять навпіл. На перетині бісектрис цих кутів отримують точку  $D$ , з якої опускають перпендикуляр на діагональ  $AC$ . Перпендикуляр продовжують до перетину з відрізками  $OC$  у точці  $O_1$  і  $AB$  у точці  $O_2$ . Точку  $O_3$  отримують за допомогою дуги радіуса  $OO_2$ . Точки  $O_1$ ,  $O_2$  і  $O_3$  є центрами дуг радіусів  $R_1$  і  $R_2$ , за допомогою яких будують контур кривої.

В архітектурі круті зводи найчастіше використовувалися у будівництві соборів. Вони відрізняються великою різноманітністю форм. Один з таких зводів наведено на рисунку 5.10.



Рисунок 5.10 — Собор Святого Петра у Вормсі

### 3. Побудова коробової кривої повзучого зводу за його шириною $AB$ і прямою $CD$ , дотичною до вершини зводу

Будують відрізок  $AB$  (рис. 5.11), що становить ширину зводу, і пряму  $CD$  (її називають замковою прямою). З точок  $A$  і  $B$  проводять до відрізка  $AB$  перпендикуляри і продовжують їх до перетину з прямою  $CD$  у точках  $M$  і  $N$ . На прямій  $CD$  відкладають відрізок  $EM = AM$ . З отриманої точки  $E$  — вершини зводу — проводять перпендикуляр до прямої  $CD$  і на перетині його з відрізком  $AB$  відзначають точку  $O_1$ . На прямій  $BN$  відкладають від точки  $N$  відрізок  $FN = EN$ . З точки  $F$  проводять пряму, паралельну відрізку  $AB$ , до перетину з прямою  $EO_1$  у точці  $O_2$ . У точках  $O_1$  і  $O_2$  знаходяться центри дуг  $R_1 = O_1A$  і  $R_2 = O_2F$ , що визначають контур повзучого зводу.

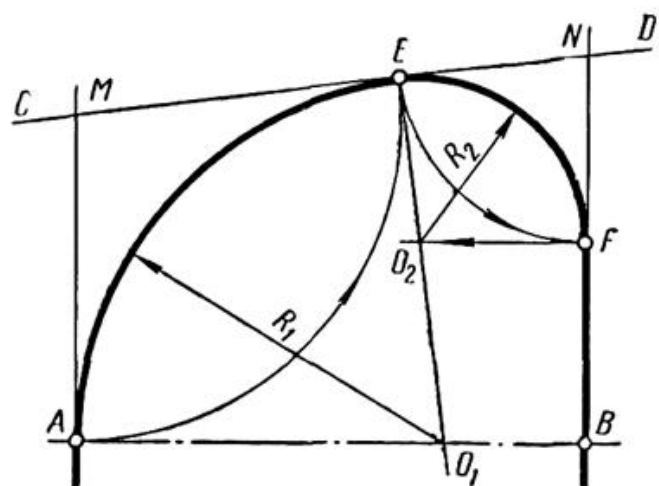


Рисунок 5.11 — Побудова коробової кривої повзучого зводу

Повзучі зводи застосовуються у оформленні арок входів, розташованих на похилих площинах, наприклад на сходах. Один із таких прикладів наведено на рисунку 5.12.



Рисунок 5.12 — Успенська церква в селі Зарево Смоленської області, Росія

## 5.2 Лекальні криві

*Лекальні криві* — це такі криві, які можуть бути накреслені тільки за допомогою лекала за попередньо побудованими точками. Лекальні криві широко застосовуються в обрисах різних деталей і предметів. Це можуть бути обриси кронштейнів, підвісів, посуду і меблів. Лекальні криві також можуть бути отримані внаслідок перетину циліндра, конуса та інших тіл обертання площиною.

### *Еліпс*

Якщо розікати поверхню кругового конуса похилою площиною  $P$  так, щоб вона перетнула всі його твірні, то в площині перетину вийде еліпс (рис. 5.13, а).

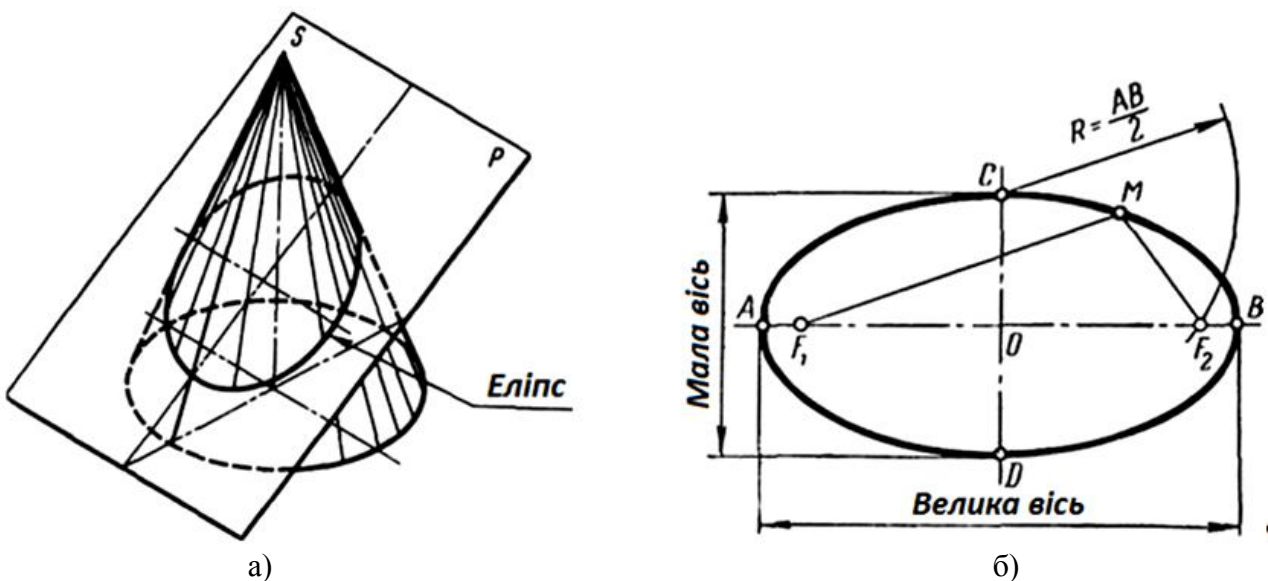


Рисунок 5.13 — Утворення еліпса

Еліпс (рис. 5.13, б) — плоска замкнута крива, в якій сума відстаней від будь-якої її точки (наприклад, від точки  $M$ ) до двох заданих точок  $F_1$  і  $F_2$  — *фокусів еліпса* — є постійною величиною й дорівнює довжині його великої осі  $AB$  (наприклад,  $F_1M + F_2M = AB$ ). Відрізок  $AB$  називається *великою віссю еліпса*, а відрізок  $CD$  — його *малою віссю*. Осі еліпса перетинаються в точці  $O$  — *центрі еліпса*, а його розмір визначає довжина великої і малої осей. Точки  $F_1$  і  $F_2$  розташовані на великій осі  $AB$  симетрично відносно точки  $O$  і віддалені від кінців малої осі (точок  $C$  і  $D$ ) на відстань, що дорівнює половині великої осі еліпса.

Існує декілька способів побудови еліпса. Найпростіше побудувати еліпс за двома його осями за допомогою допоміжних окружностей (рис. 5.14). У цьому разі задають центр еліпса — точку  $O$ , через яку проводять дві взаємно перпендикулярні прямі (рис. 5.14, а). З точки  $O$  описують два кола радіусами, що дорівнюють половині великої і малої осей. Велике коло ділять на 12 рівних частин і точки поділу з'єднують із точкою  $O$ . Проведені лінії розділять менше коло також на 12 рівних частин. Потім через точки поділу меншого кола проводять горизонтальні прямі (або прямі, паралельні великій осі еліпса), а через точки поділу більшого кола — вертикальні (або прямі, паралельні малій осі еліпса). Точки їх перетину (наприклад, точка  $M$ ) належать еліпсу. Поєднавши отримані точки плавною кривою, отримують еліпс (рис. 5.14, б).

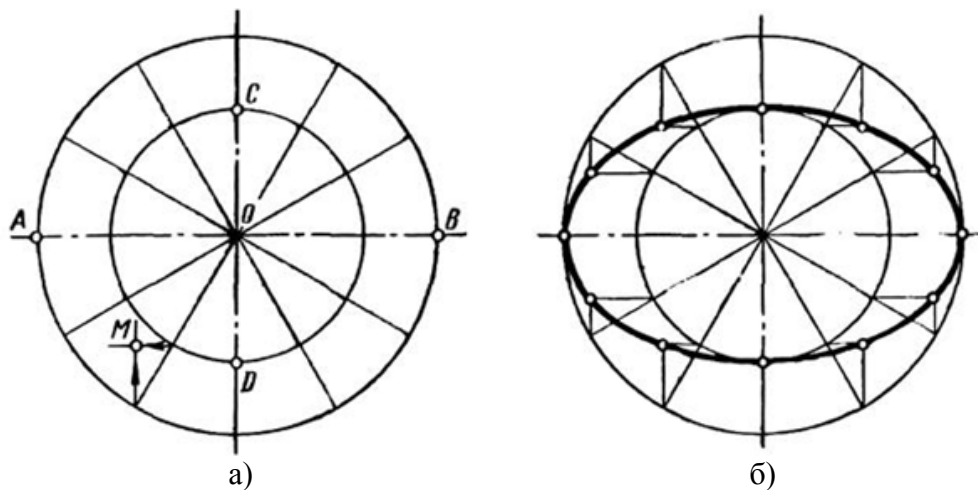


Рисунок 5.14 — Етапи побудови еліпса

### Парабола

Якщо круговий конус розікати площиною  $P$ , паралельною одній із його твірних, то в площині перетину вийде парабола (рис. 5.15, а).

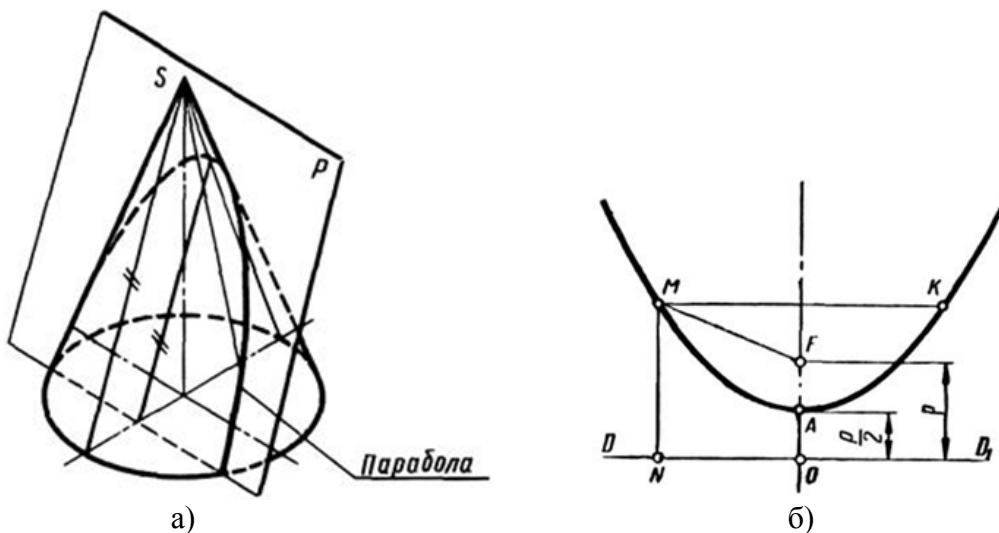


Рисунок 5.15 — Утворення параболи

*Парабола* (рис. 5.15, б) — плоска крива, кожна точка якої віддалена на однакову відстань від заданої прямої  $DD_1$ , яка називається *директрисою*, і точки  $F$  — *фокуса параболі*. Наприклад, для точки  $M$  відрізка  $MN$  (відстань до директриси) і  $MF$  (відстань до фокуса) рівні, тобто  $MN = MF$ .

Парабола має форму розімкнутої кривої з однією віссю симетрії, яка проходить через фокус параболі — точку  $F$  і розташована перпендикулярно до директриси  $DD_1$ . Точка  $A$ , що лежить на середині відрізка  $OF$ , називається *вершиною параболі*. Відстань від фокуса до директриси — відрізок  $OF = 2OA$  — позначають буквою  $p$  і називають *параметром параболі*. Чим більше параметр  $p$ , тим різкіше гілки параболі відходять від її осі. Відрізок, укладений між двома точками параболі, розташованими симетрично щодо осі параболі, називається *хордою* (наприклад, хорда  $MK$ ).

### Побудова параболі за її директрисою $DD_1$ і фокусом $F$

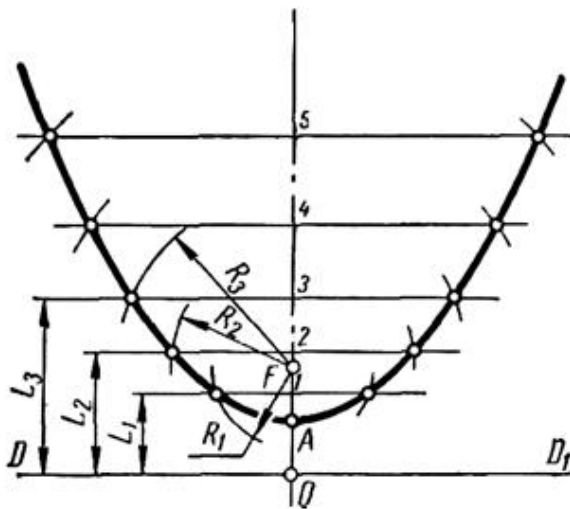


Рисунок 5.16 — Побудова параболі

Через точку  $F$  (рис. 5.16) перпендикулярно до директриси проводять вісь параболі до перетину її з директрисою в точці  $O$ . Відрізок  $OF = p$  ділять навпіл і отримують точку  $A$  — вершину параболі. На осі параболі від точки  $A$  відкладають декілька відрізків, які поступово збільшуються. Через точки ділення 1, 2, 3 тощо проводять прямі, паралельні директрисі. Приймавши фокус параболі за центр, описують дуги радіусом  $R_1 = L_1$  до перетину з прямою, проведеною через точку 1, радіусом  $R_2 = L_2$  до перетину з прямою, проведеною через точку 2, тощо. Отримані точки належать параболі. Спочатку їх з'єднують тонкою плавною лінією від руки, потім обводять за допомогою лекала.

### Гіпербола

Якщо розсікти прямий і зворотний конуси площиною, паралельною двом його твірним або в окремому випадку паралельною осі, то в площині перетину вийде гіпербола, що складається з двох симетричних гілок (рис. 5.17, а).

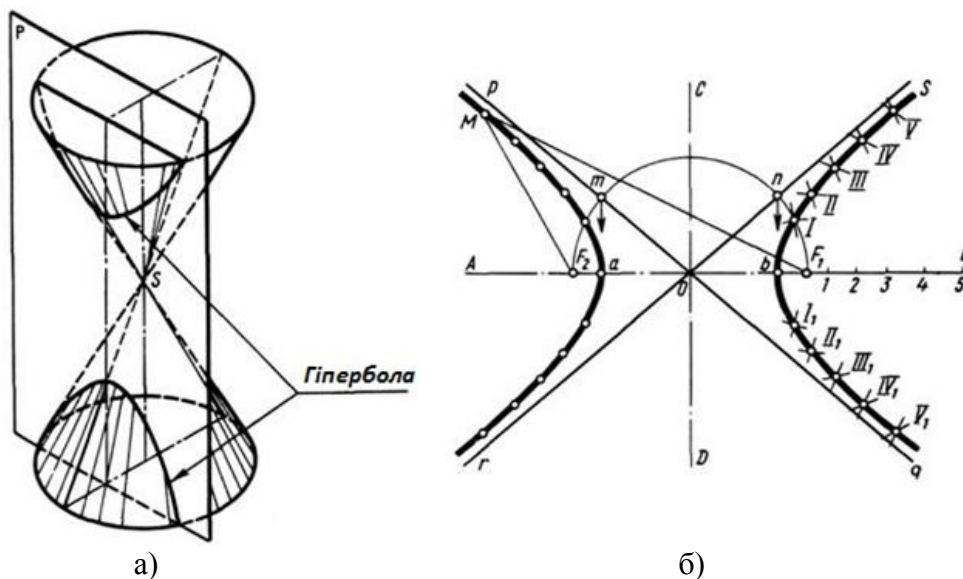


Рисунок 5.17 — Утворення гіперболи



Гіперболою (рис. 5.17, б) називається незамкнута плоска крива, що складається з точок, різниця відстаней яких від двох даних точок є постійною величиною.

Постійні точки  $F_1$  і  $F_2$  називаються *фокусами*, а відстань між ними — *фокусною відстанню*. Відрізки прямої ( $F_1M$  і  $F_2M$ ), що з'єднують якусь точку ( $M$ ) кривої з фокусами, називаються *радіус-векторами гіперболи*. Різниця відстаней точки від фокусів  $F_1$  і  $F_2$  є постійною величиною і дорівнює відстані між вершинами  $a$  і  $b$  гіперболи; наприклад, для точки  $M$  матимемо таке:  $F_1M - F_2M = ab$ . Гіпербола складається з двох незамкнутих гілок, має дві взаємно перпендикулярні осі — дійсну  $AB$  і уявну  $CD$ . Прямі  $pq$  і  $rs$ , що проходять через центр  $O$  називаються *асимптотами*.

### Евольвента кола, або розгортка кола

Евольвентою кола називається плоска крива, яку описує кожна точка прямої лінії, якщо цю пряму котити без ковзання нерухомим колом (траєкторія точок кола, утворена його розгортанням і випрямленням) (рис. 5.18).

Для побудови евольвенти досить задати діаметр кола  $D$  і початкове положення точки  $A$  (точку  $A_0$ ). Через точку  $A_0$  проводять дотичну до кола і на ній відкладають довжину заданого кола  $D$ . Отриманий відрізок і коло ділять на однакову кількість частин і через точки поділу кола проводять в одному напрямку дотичні до нього. На кожній дотичній відкладають відрізки, взяті з горизонтальної прямої і відповідно рівні  $1A_1 = A_01$ ,  $2A_2 = A_02$ ,  $3A_3 = A_03$  тощо; отримані точки з'єднують за допомогою лекала.

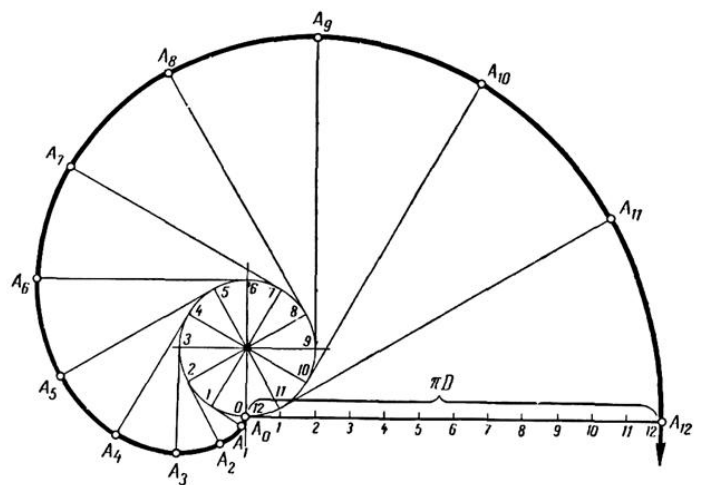


Рисунок 5.18 — Евольвента кола

### Спіраль Архімеда

Це плоска крива, яку описує точка  $A$ , що рівномірно обертається навколо нерухомої точки — *полюса*  $O$  і одночасно рівномірно віддаляється від нього (рис. 5.19). Відстань, пройдена точкою при повороті прямої на  $360^\circ$ , називають *кроком спіралі*. Точки, що належать спіралі Архімеда, будують відповідно до визначення кривої, задаючись кроком і напрямком обертання.

**Побудова спіралі Архімеда за заданим кроком (відрізок  $OA$ ) і напрямком обертання за годинниковою стрілкою**

Через точку  $O$  (рис. 5.19) проводять пряму, відкладають на ній величину кроку спіралі  $OA$  і, узявши його за радіус, описують коло. Коло та відрізок  $OA$  ділять на 12 рівних частин.

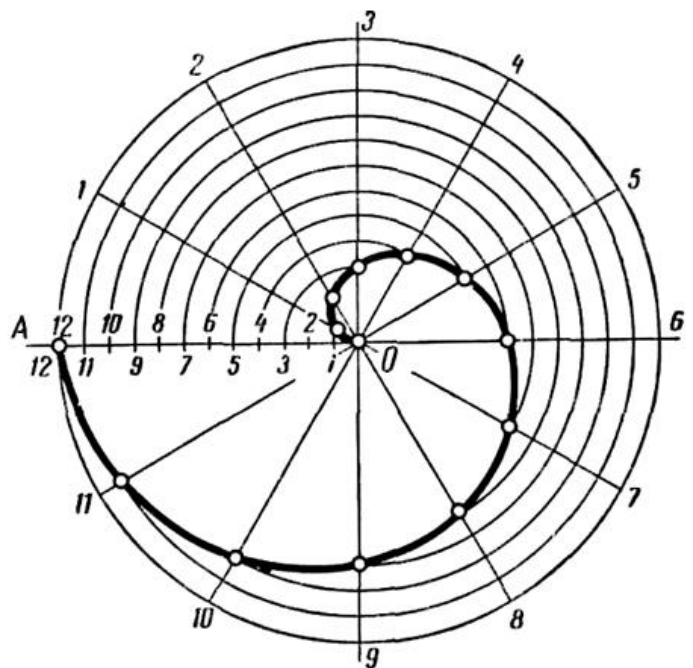


Рисунок 5.19 — Спіраль Архімеда

Через точки ділення кола проводять радіуси  $O_1, O_2, O_3$  тощо і на них від точки  $O$  відкладають за допомогою дуг відповідно  $1/12, 2/12, 3/12$  тощо радіуса кола. Отримані точки з'єднують за допомогою лекала плавною кривою.

Спіраль Архімеда є незамкненою кривою, і у разі потреби можна побудувати будь-яку кількість її витків. Для побудови другого витка описують коло радіусом  $R = 2OA$  і повторюють усі попередні побудови.

Форма спіралі дуже поширена в природі й часто використовується в архітектурі (рис. 5.20).

У природі



В архітектурі



Рисунок 5.20 — Використання спіралі в природі й архітектурі

# 6 ОСНОВИ ПРОЕЦІЮВАННЯ

## 6.1 Метод проєкцій

*Проеціюванням* називається процес отримання зображення предмета на площині. Отримане при цьому зображення називають *проекцією*. Проекція — у перекладі з латинської — «кидати (відкидати) вперед».

Зображення отримують за так званим *методом проєкцій*.

Щоб побудувати зображення об'єкта за методом проєкцій, потрібно через точки на об'єкті провести уявні промені до зустрічі їх із площиною. Ці промені називаються *проєціюючими*. Площина, на якій виходить зображення об'єкта, називається *площиною проєкцій*, або *картиною*.

Якщо проєціюючі промені розходяться з однієї точки, проєціювання називається *центральною* (рис. 6.1). Точка, з якої виходять промені, називається *центром проєціювання*. Отримане при цьому зображення називається *центральною проекцією*. Приклад: тіні від предмета, створені променями електричної лампочки.

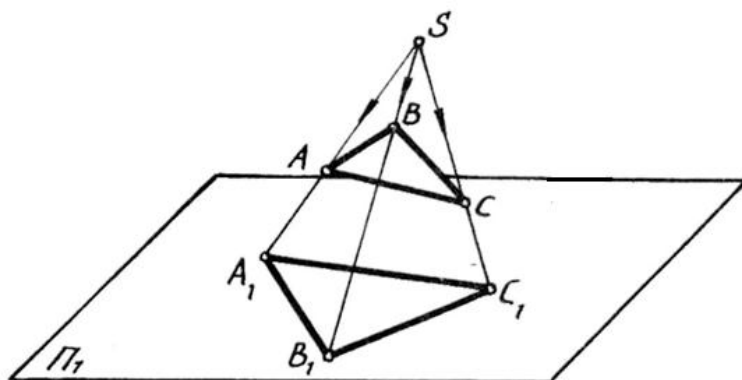


Рисунок 6.1 — Центральне проєціювання

При цьому об'єкт може знаходитись як за площиною проєкцій (рис. 6.2, а), так і перед нею (рис. 6.2, б). Від цього принцип утворення зображення не залежить.

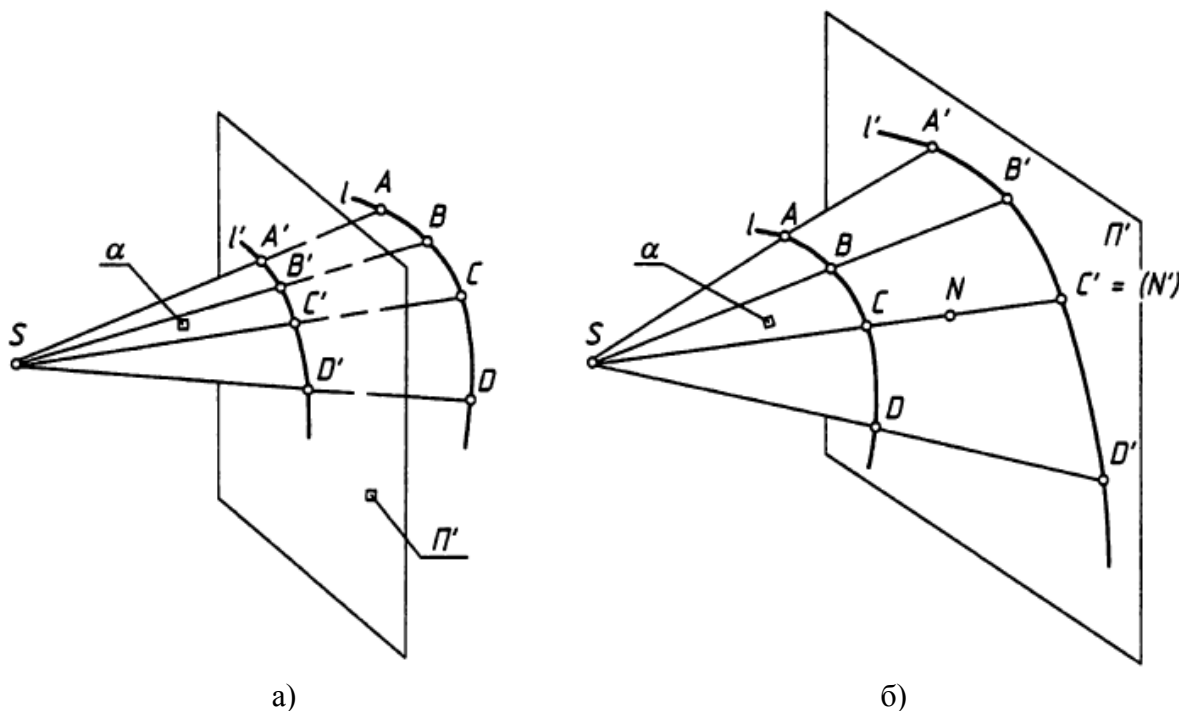


Рисунок 6.2 — Розташування об'єкта відносно площини проєкцій

Пучок променів, що виходять із центра  $S$ , утворює конічну поверхню, а зображення, або проекція, є результатом перетину цієї поверхні з площиною проєкцій. Тому центральні проєкції називають *перспективою*, а проєціювання іноді називають *конічним*.

Центральні проєкції мають гарну наочність, але порівняно складні в побудові і рішенні геометричних задач.

Якщо видалити центр проєкцій у безкінечність в обраному напрямку  $s$ , то проєціюючі промені стануть паралельними один одному. Таке проєціювання називається *паралельним* (рис. 6.3, а), а отримане зображення — *паралельною проєкцією*. Приклад: сонячні тіні.

Оскільки проєціюючі прямі паралельні, то під час проєціювання лінії утворюють циліндричну проєціюючу поверхню, яка в перетині з площиною проєкцій дає паралельну проєкцію лінії (рис. 6.3, б).

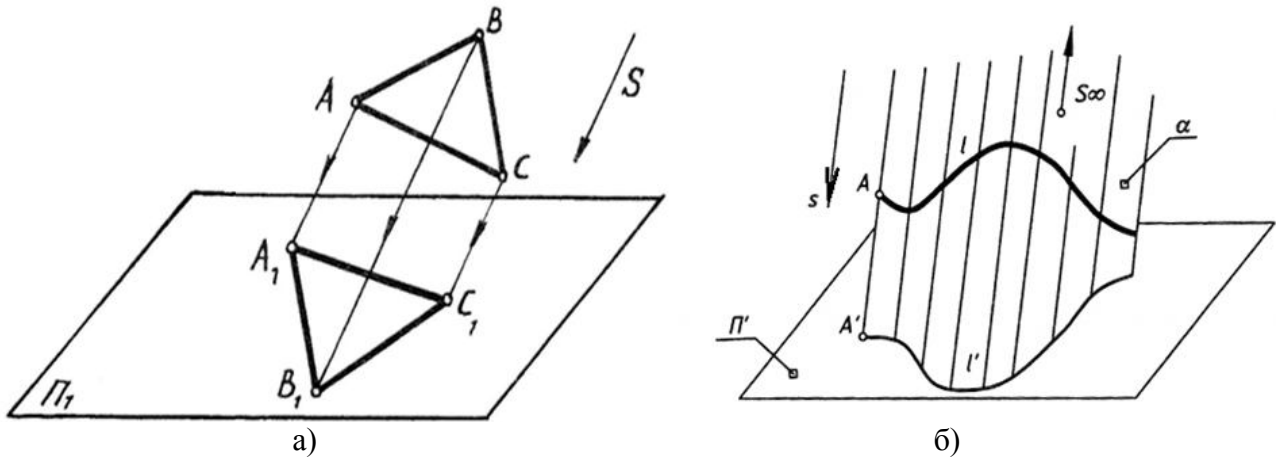


Рисунок 6.3 — Паралельне проєціювання

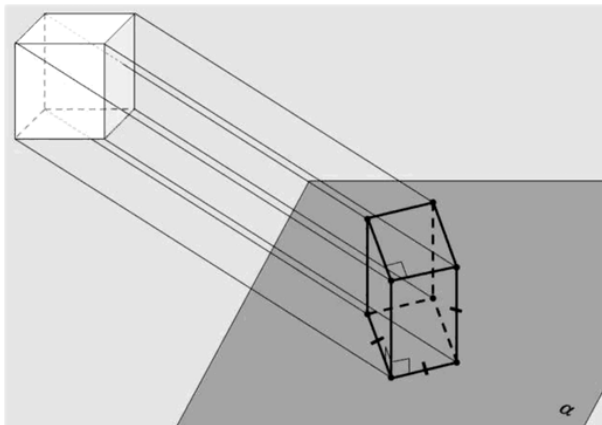


Рисунок 6.4 — Спотворення розмірів предмета при паралельному проєціюванні

У разі паралельного проєціювання всі промені падають на площину проєкцій під одним кутом. Якщо це будь-який гострий кут, то проєціювання називається *косокутним*. У косокутній проєкції, як і у центральній, форма й розмір предмета спотворюються (рис. 6.4).

Порівнюючи з перспективою паралельні проєкції простіші у побудові зображень, зберігають досить добру наочність, але вирішувати геометричні задачі у них все-таки важко.

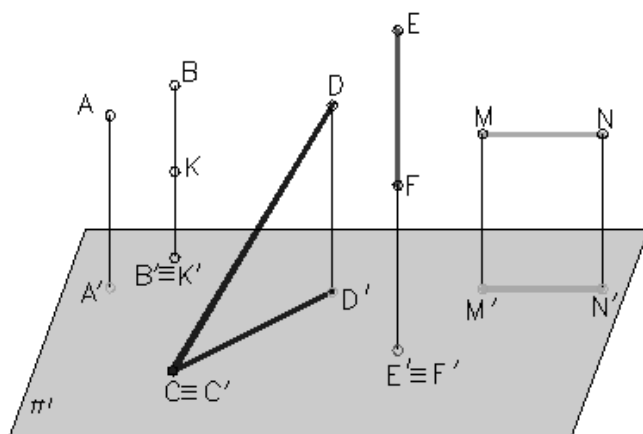


Рисунок 6.5 — Ортогональне проєціювання

Якщо напрямок паралельного проєціювання перпендикулярний до площини проєкцій, проєціювання називають *ортогональним*, або *прямокутним*, а отримане зображення — *прямокутною проєкцією* (рис. 6.5).

Паралельне прямокутне (ортогональне) проєціювання має такі властивості (рис. 6.6):

- а) точка проєціюється в точку;
- б) пряма проєціюється в пряму;
- в) якщо точка належить прямій, то і проєкції точки належать проєкціям цієї прямої;

г) якщо прямі перетинаються в якійсь точці, то проекція цієї точки визначається перетином проєкцій цих прямих;

г) якщо прямі паралельні, то їх однойменні проєкції паралельні;

д) відношення відрізків прямої дорівнює відношенню проєкцій цих відрізків;

е) відношення відрізків паралельних прямих дорівнює відношенню проєкцій цих відрізків;

е) якщо фігура належить площині, паралельній площині проєкцій, то вона проєціюється на цю площину проєкцій у натуральному розмірі.

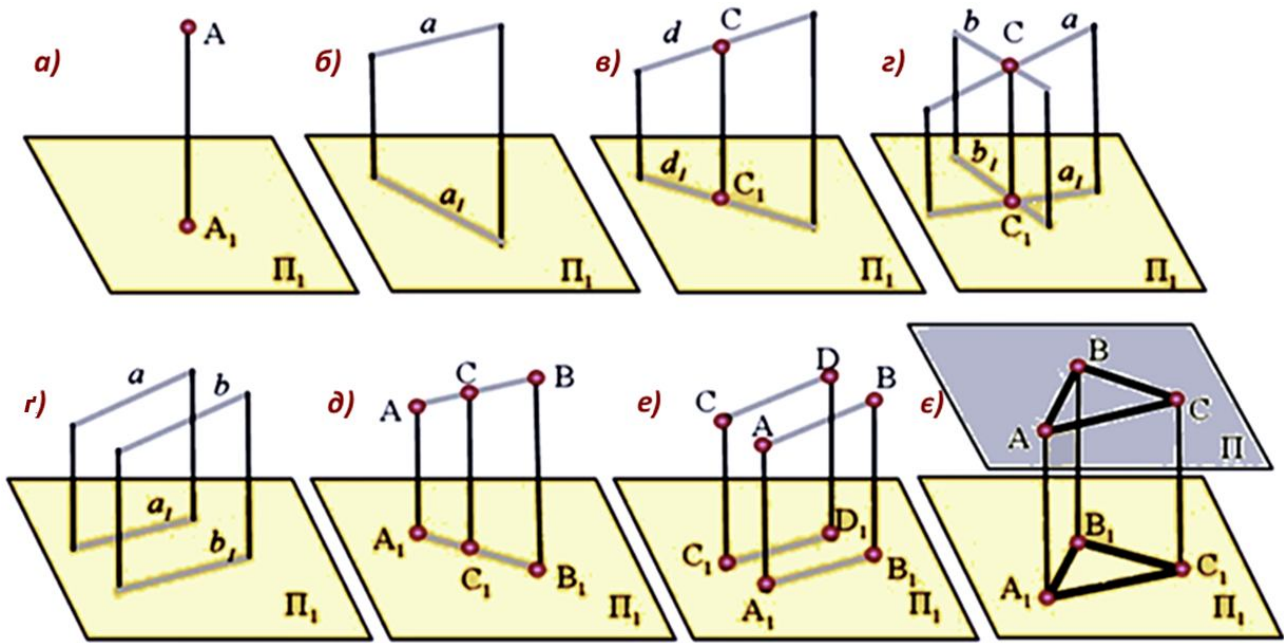


Рисунок 6.6 — Властивості ортогонального проєціювання

Ортогональні проєкції простіші у побудові й вимірюванні. Але для забезпечення зворотності зображень за їх використання необхідні додаткові умови.

## 6.2 Проєціювання на одну, дві та три взаємно перпендикулярні площини проєкцій

Розташуємо предмет перед площиною проєкцій так, щоб на отриманому зображенні було видно три його сторони (рис. 6.7).

За таким зображенням легко уявити просторовий образ предмета. Таке проєціювання використовують для побудови наочних зображень, однак на наочних зображеннях предмети істотно спотворюються і за ними важко визначити справжні розміри.

Тепер розташуємо предмет перед площиною проєкцій так, щоб на зображенні було видно тільки одну його сторону, і побудуємо його прямокутну проєкцію (рис. 6.8).

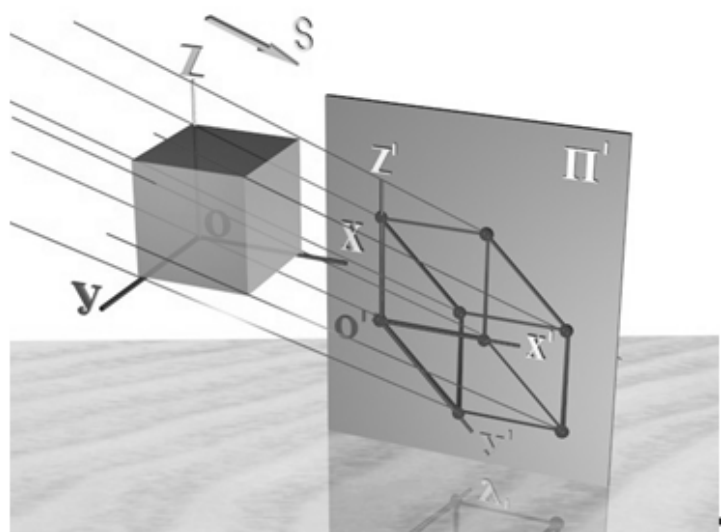


Рисунок 6.7 — Розташування предмета перед площиною

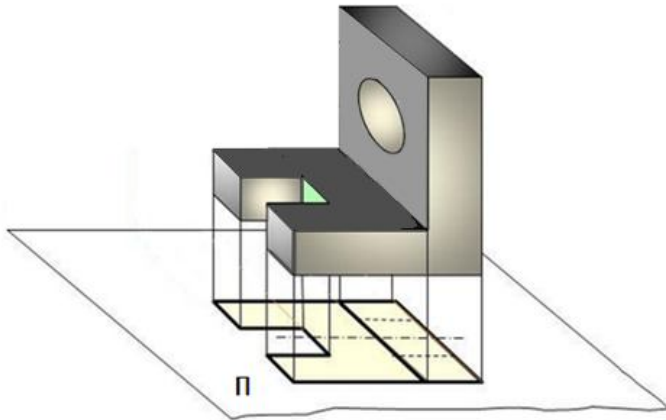


Рисунок 6.8 — Розташування предмета перпендикулярно до площини проєкцій

На цьому зображенні проєкції ребер предмета, які паралельні двом його вимірам (наприклад довжина і ширина), дорівнюють дійсним розмірам. Але тут немає третього виміру предмета (висоти), тому воно не є наочним.

Такі зображення використовують у випадках, коли висота (товщина) предмета однакова в усіх його точках (рис. 6.9). Тоді на кресленні роблять запис, що означає товщину (висоту).

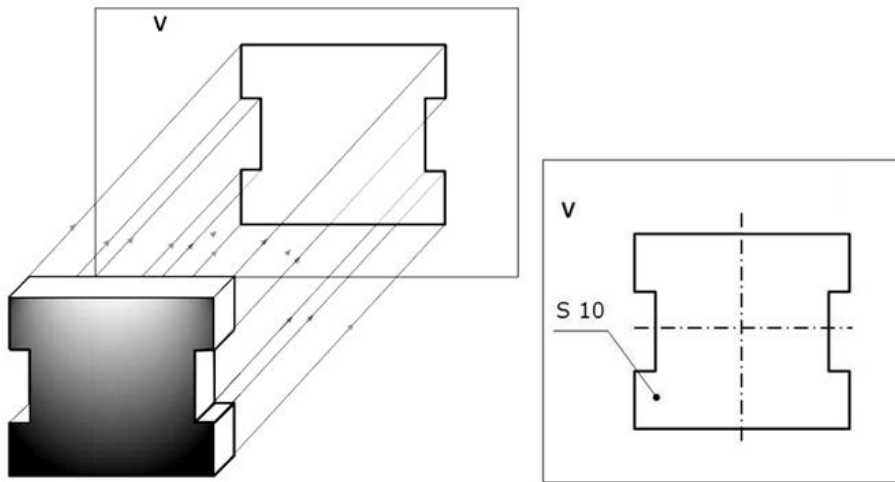


Рисунок 6.9 — Зображення предмета з однаковою товщиною

Іноді на одній площині зображують предмети, що не мають однакової висоти в усіх його точках. Тоді поруч із зображенням точки числом зазначають її висоту. Такі зображення називають *проєкціями з числовими позначками* (рис. 6.10).

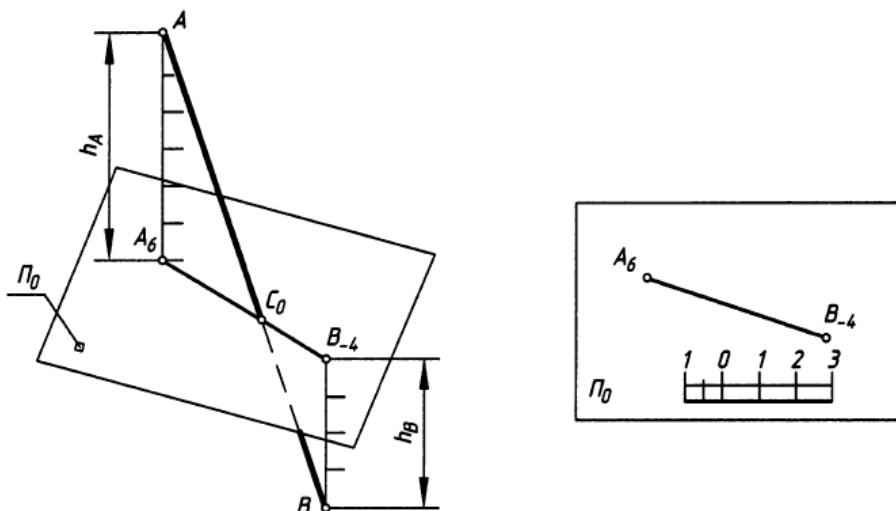


Рисунок 6.10 — Проєкції з числовими позначками

Щоб судити про три виміри предмета, його необхідно спроеціювати ще на одну площину проєкцій ( $\Pi_2$ ), яка паралельна іншій парі вимірів предмета. Тоді друга площина буде розташована перпендикулярно до першої площини проєкцій (рис. 6.11).

Тепер за двома прямокутними проєкціями можна судити про розміри й форму предмета. Проте форма не завжди зрозуміло передається двома проєкціями. Тому, зображуючи предмети складної форми, необхідно будувати три (а іноді й більше) прямокутних проєкцій.

Візьмемо три взаємно перпендикулярні площини проєкцій (рис. 6.12).

Одна з них займає горизонтальне положення, її називають *горизонтальною площиною проєкцій* і позначають  $\Pi_1$ . Дві інші площини — вертикальні. Одну називають *фронтальною площиною проєкцій* (від французького слова «фронт» — «обличчям до глядача»), іншу — *профільною площиною проєкцій* (від французького слова «профіль» — «вид збоку») і позначають відповідно  $\Pi_2$  і  $\Pi_3$ . Лінії перетину площин проєкцій називають *осями проєкцій* і позначають літерами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Точку перетину осей проєкцій позначають літерою  $O$ .

У тригранний кут, утворений площинами проєкцій, помістимо предмет і, провівши проєціюючі промені перпендикулярно до площин проєкцій, отримаємо його проєкції. Зображення на площині  $\Pi_1$  — *горизонтальна проєкція*, на площинах  $\Pi_2$  і  $\Pi_3$  — відповідно *фронтальна* і *профільна проєкції*.

Щоб отримати плоске креслення, тригранний кут «розрізають» за віссю  $y$ , а площини  $\Pi_1$  і  $\Pi_3$  повертають відповідно навколо осей  $x$  і  $z$  у напрямку, зазначеному на рисунку 6.12 стрілками, до суміщення з площиною  $\Pi_2$ .

Суміщені площини з побудованими на них зображеннями предмета наведено на рисунку 6.13.

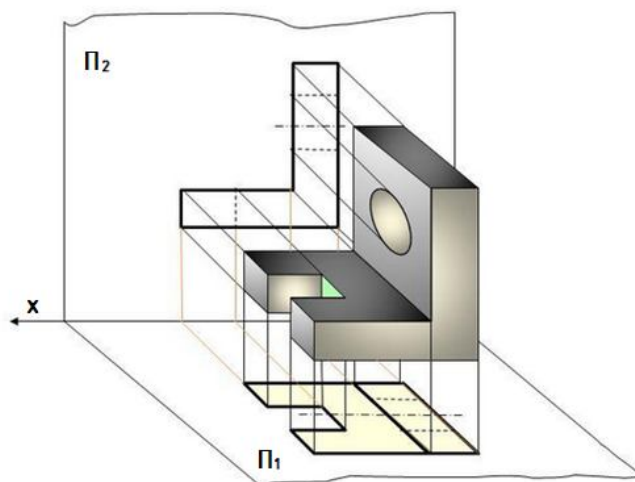


Рисунок 6.11 — Проєціювання на дві взаємно перпендикулярні площини проєкцій

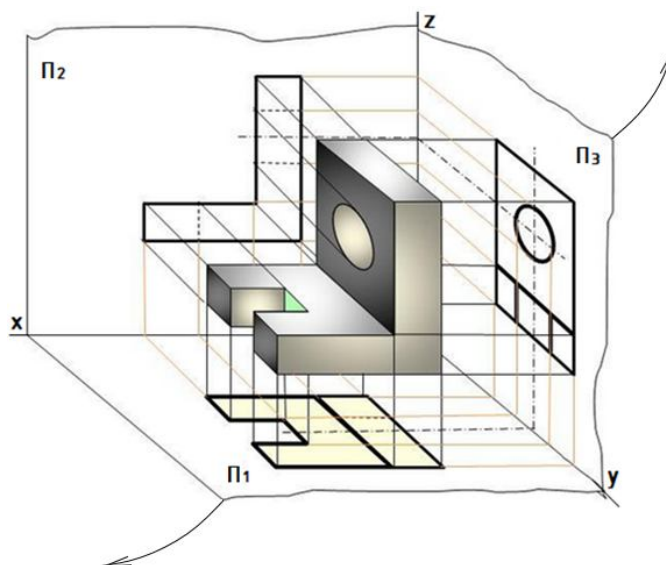


Рисунок 6.12 — Проєціювання на три взаємно перпендикулярні площини проєкцій

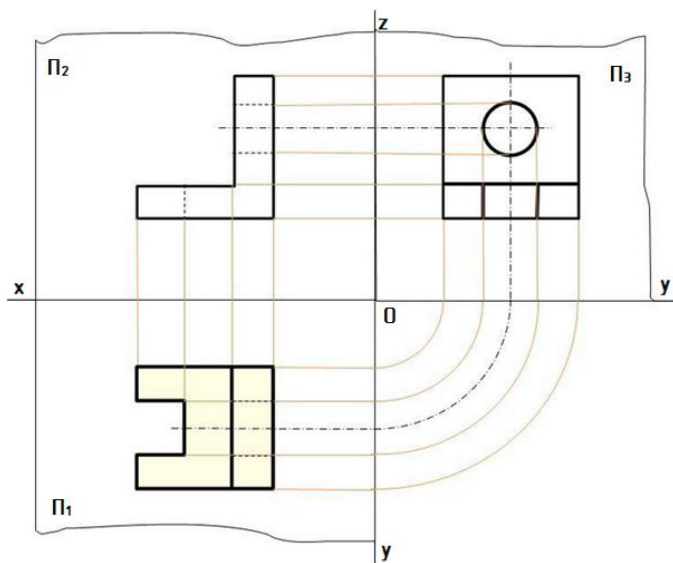


Рисунок 6.13 — Суміщені площини з побудованими на них зображеннями

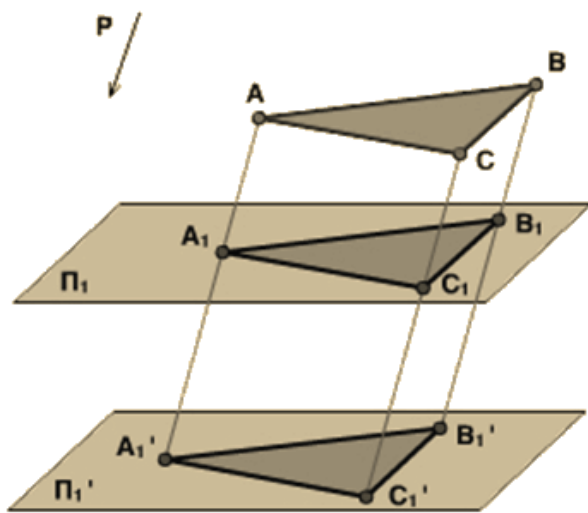


Рисунок 6.14 — Проеціювання на дві паралельні площини

Лінії, що з'єднують між собою проєкції, називають *лініями проєкційного зв'язку*. Лінії зв'язку завжди перпендикулярні осям проєкцій.

На кресленнях площини проєкцій не обмежують і не позначають. Крім того, на кресленні при зображенні предмета можна не задавати й осі проєкцій, оскільки у разі паралельного проєціювання відстань від площини проєкцій до зображеного предмета не впливає на обрис його проєкцій (рис. 6.14).

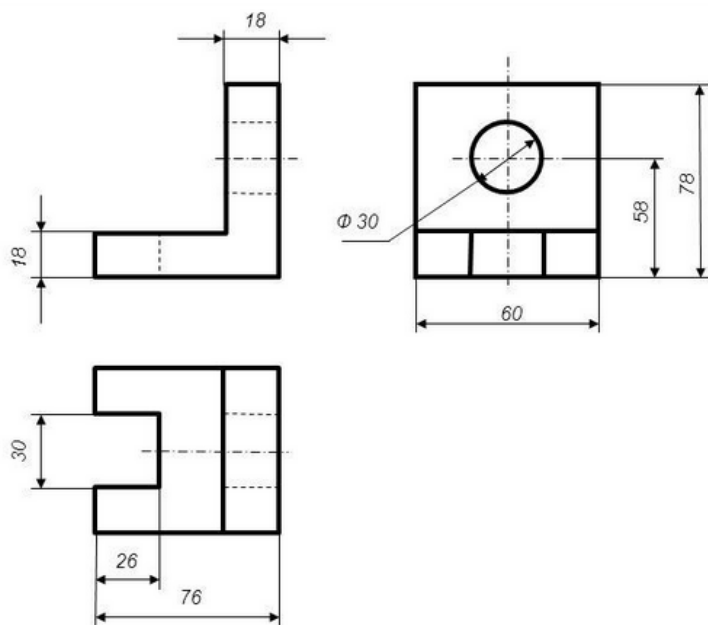


Рисунок 6.15 — Безвісне креслення

Це дає можливість встановлювати довільну відстань між проєкціями, зберігаючи між ними проєкційний зв'язок навіть у разі відсутності ліній зв'язку (рис. 6.15). Таке креслення називається *безвісним*. Під час побудови проєкцій тут використовують осі симетрії предмета, центрові лінії або характерні його площини.



## 7 ПРОЕКЦІЇ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Метод прямокутного проєціювання на дві й три взаємно перпендикулярні площини був розроблений французьким ученим-геометром Гаспаром Монжем наприкінці XVIII століття. Тому його називають також методом Монжа. Г. Монж започаткував розвиток нової науки про зображення предметів — нарисної геометрії.

Креслення, що складається з декількох взаємопов'язаних проєкцій, називають *комплексним кресленням*, або *епюром Монжа*.

Площини проєкцій  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  і  $\Pi_3$  розділяють простір на вісім тригранних кутів, які називаються *октантами* та нумеруються у порядку, зазначеному на рисунку 7.1, а.

Якщо профільна площина проєкцій  $\Pi_3$  не використовується, площини  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  розділяють простір на чотири двогранні кути — *чверті* (рис. 7.1, б). Вісь проєкцій розділяє площини проєкцій на дві півплощини.

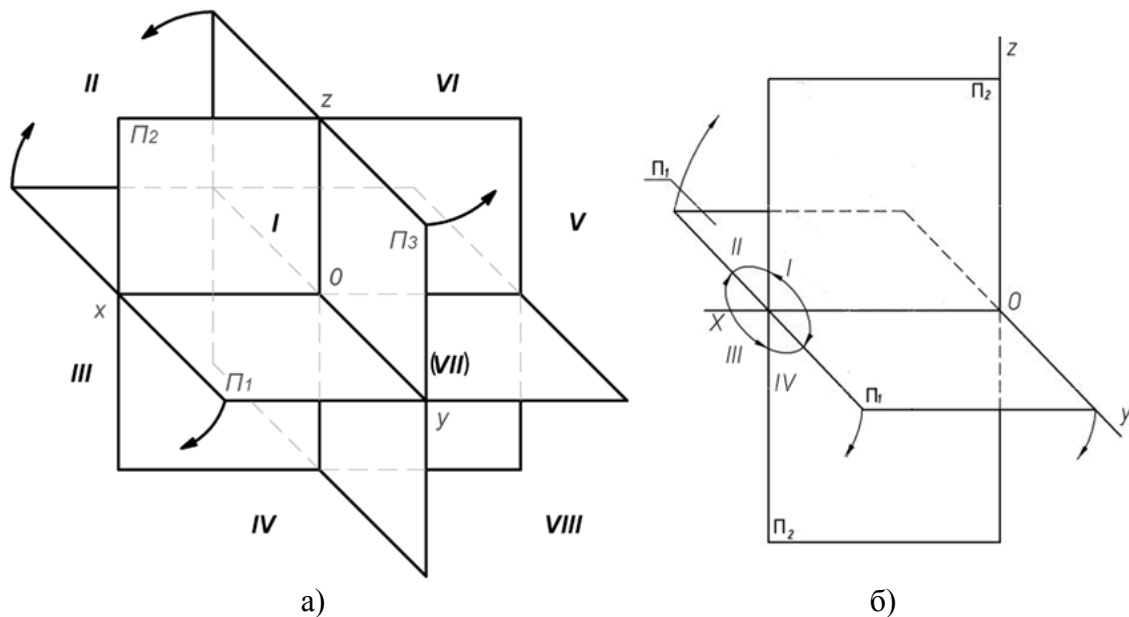


Рисунок 7.1 — Утворення октантів та чвертей простору

### 7.1 Проекції точки

Розглянемо побудову проєкцій точки на прикладі проєціювання точки  $A$ , яка знаходиться у просторі. Зображення точки будуюмо на площинах  $xOy$  ( $\Pi_1$ ),  $xOz$  ( $\Pi_2$ ),  $yOz$  ( $\Pi_3$ ) (рис. 7.2, а). Щоб отримати плоску картину, повернемо площину  $\Pi_1$  навколо осі  $x$  до суміщення з площиною  $\Pi_2$ , а площину  $\Pi_3$  сумістимо з площиною  $\Pi_2$  поворотом навколо осі  $z$ . Отримаємо трикартинне комплексне креслення точки  $A$  ( $A_1A_2A_3$ ) з осями (рис. 7.2, б). Вісь  $y$  «роздвоїлася» і належить площині  $\Pi_1$  і площині  $\Pi_3$ . На кресленні будемо мати тільки проєкції точки  $A$ .

У тривимірному просторі положення точки визначають за допомогою прямокутних (декартових) координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Координату  $x$  називають абсцисою,  $y$  — ординатою,  $z$  — аплікатою.

Горизонтальна проєкція точки  $A$  визначається на епюрі її координатами  $x$  і  $y$ , а фронтальна — координатами  $x$  і  $z$ . Отже, двома проєкціями точки, що рівнозначно її заданню трьома координатами, положення точки у просторі визначається однозначно.

Оскільки дві проєкції точки визначають її положення у просторі, то за двома проєкціями можна побудувати третю її проєкцію — профільну.

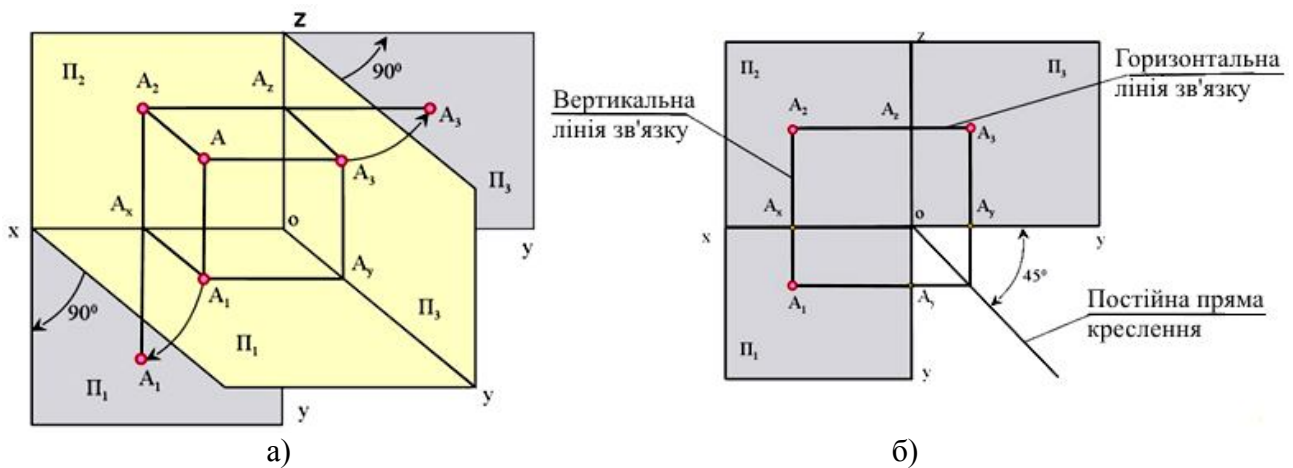


Рисунок 7.2 — Наочне зображення та комплексне креслення точки

## 7.2 Проекції прямої лінії

Положення прямої у просторі визначається двома її точками. Пряма лінія на епюрі задається двома проекціями.

### Пряма загального положення

Пряма, що не паралельна жодній з площин проекцій, називається *прямою загального положення* (рис. 7.3, а). На епюрі (рис. 7.3, б) ця пряма задана проекціями двох її точок А і В. Поєднуючи прямими однойменні проекції цих точок, отримуємо проекції відрізка прямої.

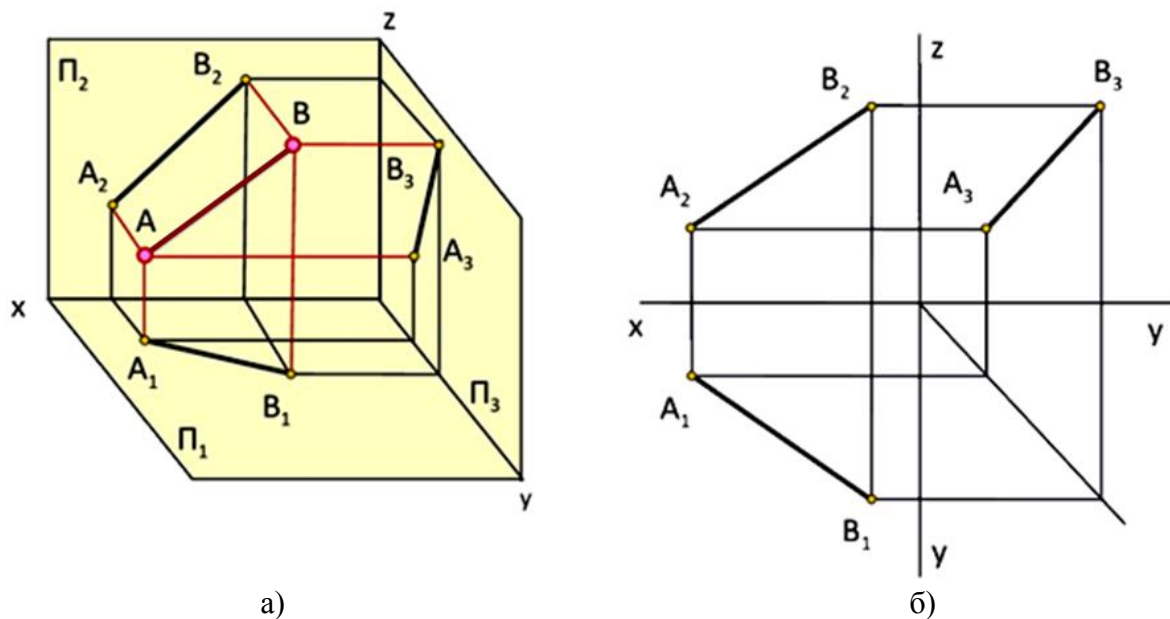


Рисунок 7.3 — Наочне зображення та комплексне креслення прямої загального положення

### Визначення довжини відрізка прямої

Ортогональні проекції відрізка прямої загального положення завжди менше довжини самого відрізка. Довжину відрізка прямої можна визначити за двома його проекціями з прямокутного трикутника (рис. 7.4), в якому одним катетом є горизонтальна проекція відрізка АВ ( $A_1B_1$ ), а іншим — різниця координат його кінців, взята з фронтальної проекції ( $z_B - z_A = \Delta z$ ). Гіпотенузою прямокутного трикутника  $B_1B_0$  є довжина відрізка. Кут  $\alpha$  у цьому трикутнику визначає кут нахилу прямої до площини  $\Pi_1$ .

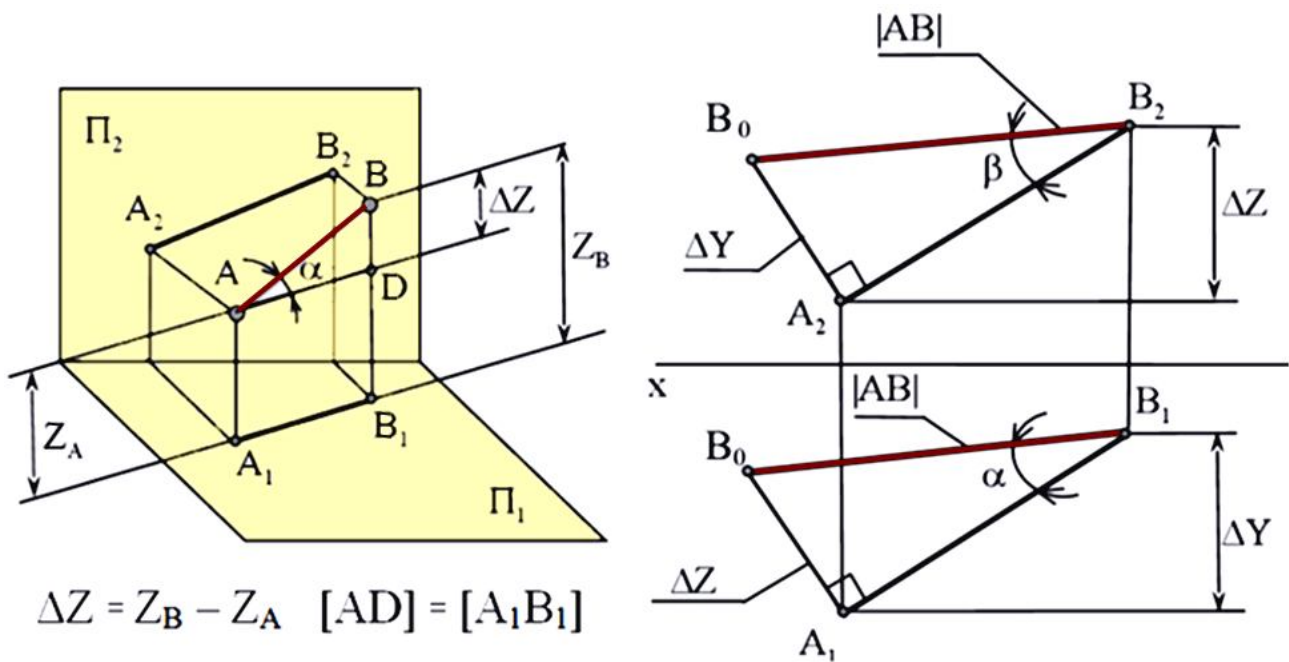


Рисунок 7.4 — Визначення довжини відрізка прямої

Довжину відрізка прямої можна визначити аналогічним способом, побудувавши прямокутний трикутник на фронтальній проекції відрізка ( $A_2B_2$ ). Кут  $\beta$  у цьому трикутнику визначає нахил прямої  $AB$  до площини  $\Pi_2$ .

### Сліди прямої лінії

Слідами прямої називаються точки перетину прямої з площинами проекції. Для визначення на епюрі горизонтального сліду прямої необхідно продовжити її фронтальну проекцію до перетину з віссю  $x$  і у цій точці відновити перпендикуляр до перетину з горизонтальною проекцією прямої (рис. 7.5). Фронтальний слід прямої визначають аналогічним способом.

Сліди прямої будуються як точки перетину прямої зі своїми проекціями, тому кожен слід збігається зі своєю однойменною проекцією. Сліди прямої є точками, в яких пряма переходить з однієї чверті в іншу.

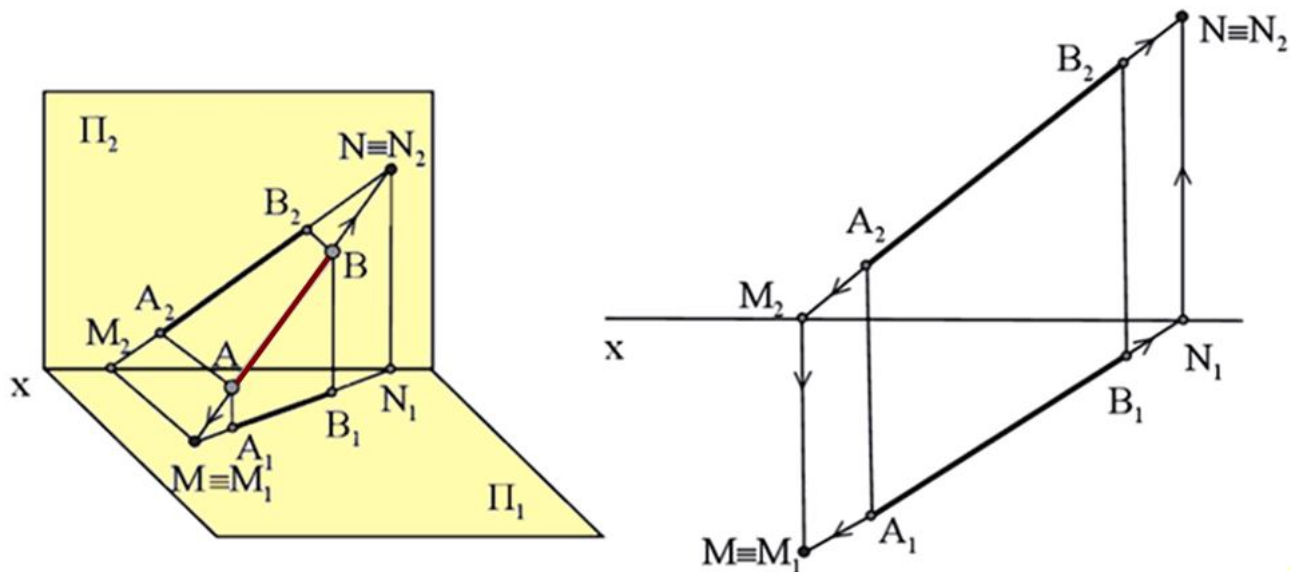


Рисунок 7.5 — Визначення слідів прямої

Прямі, паралельні або перпендикулярні площинам проєкцій, називаються *прямими окремого положення*.

### Прямі, паралельні площинам проєкцій

Такі прямі називають *лініями рівня*.

Пряма  $AB$ , паралельна горизонтальній площині проєкцій, називається *горизонталлю* (рис. 7.6). Вона проєціюється на цю площину проєкцій у натуральному розмірі. Аплікати її точок (висоти) однакові, тому фронтальна проєкція паралельна осі  $x$ .

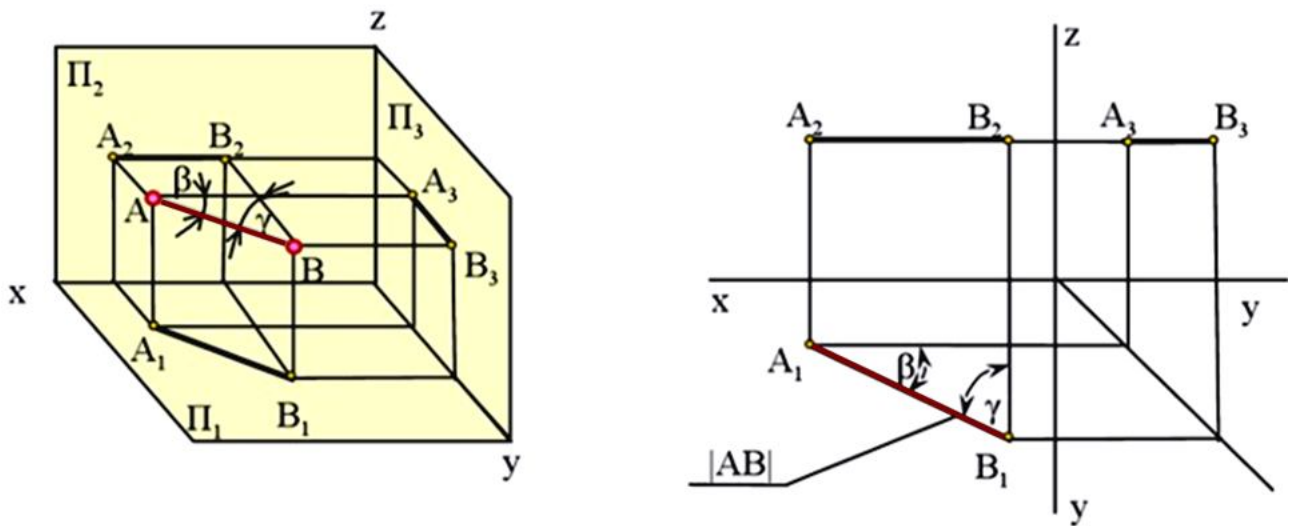


Рисунок 7.6 — Проекції горизонталі

Пряма, паралельна фронтальній площині, називається *фронталлю* (ординати її точок однакові) (рис. 7.7).

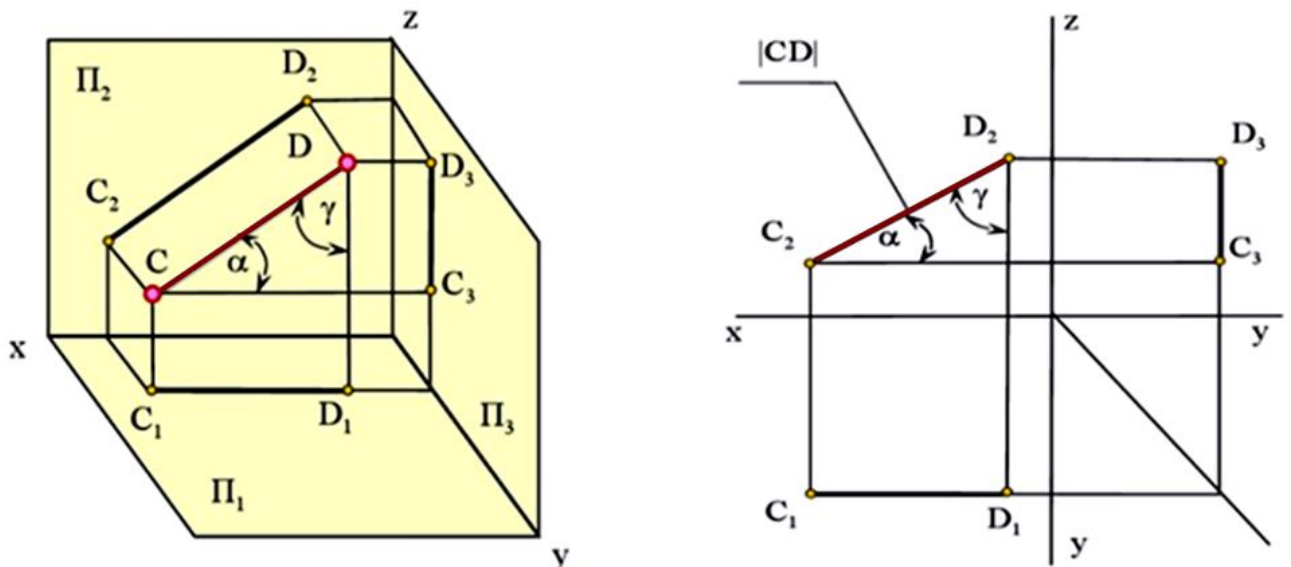


Рисунок 7.7 — Проекції фронталі

Пряма, паралельна профільній площині проєкції, називається *профільною прямою* (рис. 7.8). У профільній прямій проєкції збігаються з напрямком ліній зв'язку, тому завжди будується її профільна проєкція.

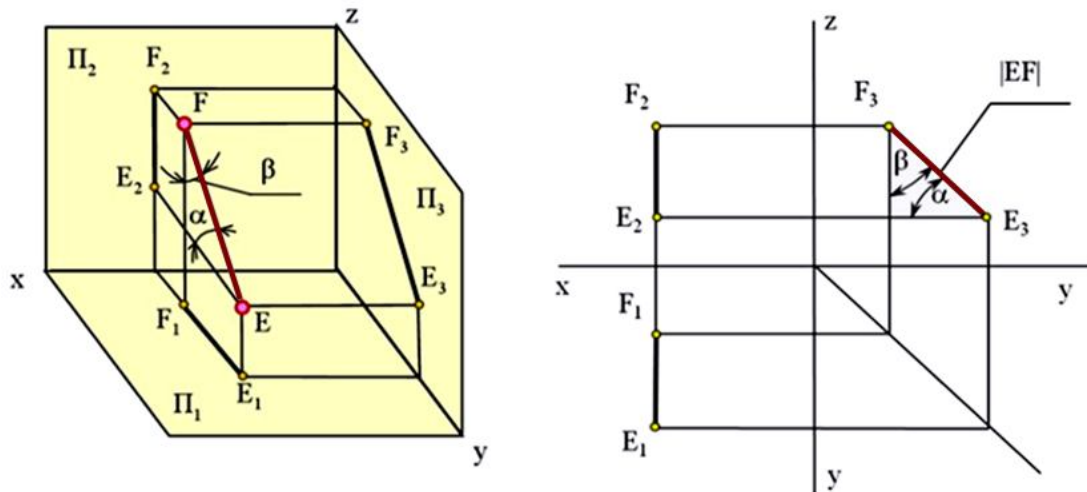


Рисунок 7.8 — Проекції профільної прямої

### Прямі, перпендикулярні до однієї з площин проєкцій

Такі прямі називають *проєціюючими*. Вони водночас паралельні до двох інших площин проєкцій, тому на ці площини проєціюються у дійсному розмірі.

Пряму, перпендикулярну до площини  $\Pi_1$ , називають *горизонтально-проєціюючою*. Вона на цю площину проєціюється у точку (рис. 7.9). Пряму, перпендикулярну до площини  $\Pi_2$ , називають *фронтально-проєціюючою* (рис. 7.10). Пряму, перпендикулярну до площини  $\Pi_3$ , — *профільно-проєціюючою* (рис. 7.11).

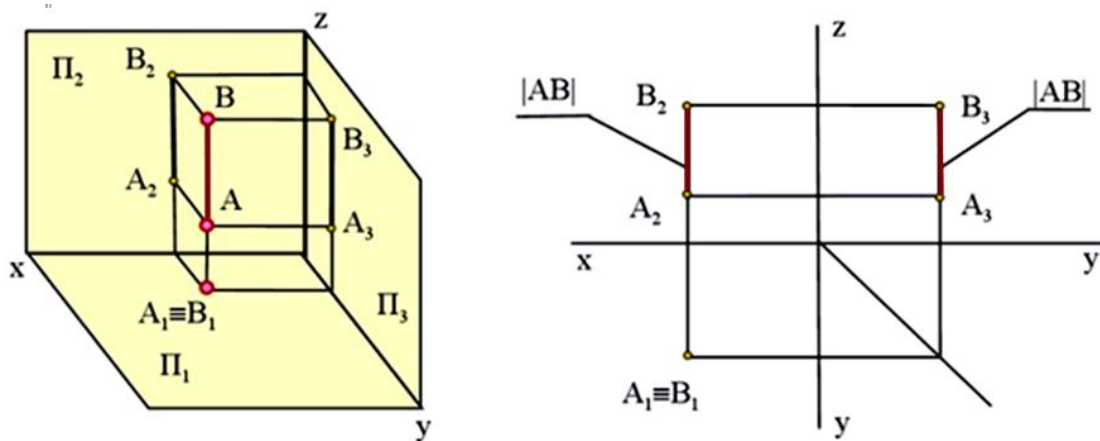


Рисунок 7.9 — Проекції горизонтально-проєціюючої прямої

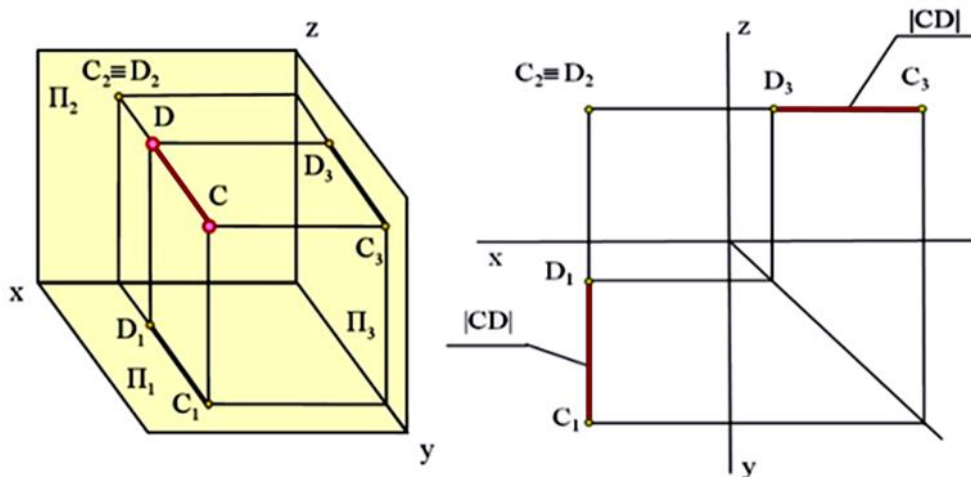


Рисунок 7.10 — Проекції фронтально-проєціюючої прямої

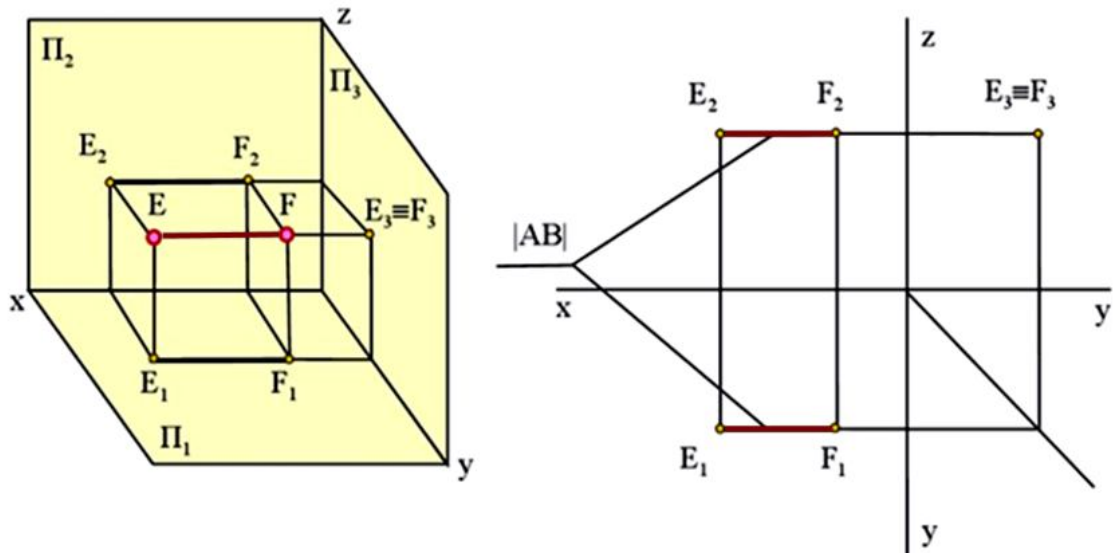


Рисунок 7.11 — Проекції профільно-проєціюючої прямої

### 7.3 Взаємне положення прямих

Прямі лінії у просторі можуть бути паралельними, можуть перетинатися і бути мимобіжними. Вони зображуються на епюрі так.

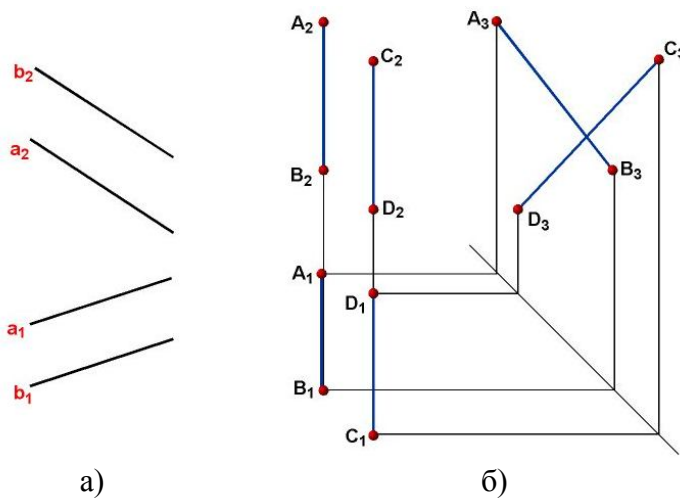


Рисунок 7.12 — Проекції паралельних прямих

#### Паралельні прямі

Одноименні проєкції паралельних прямих паралельні (рис. 7.12, а). Винятком є випадок, коли одноименні горизонтальні й фронтальні проєкції профільних прямих паралельні. Для оцінки їх взаємного положення необхідно звернутися до третьої, профільної проєкції (рис. 7.12, б).

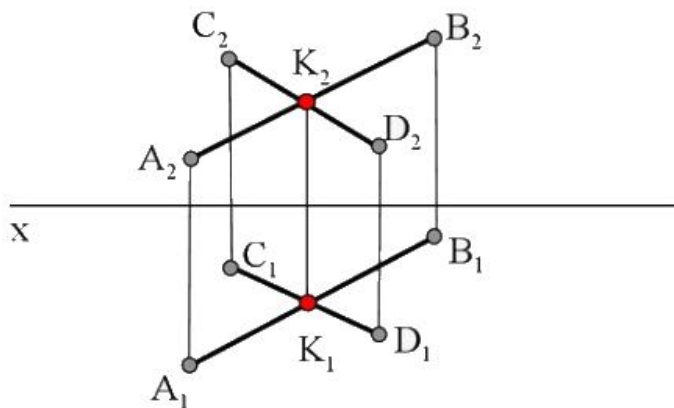


Рисунок 7.13 — Проекції прямих, що перетинаються

#### Прямі, що перетинаються

Одноименні проєкції таких прямих перетинаються, і точки їх перетину знаходяться на одній лінії зв'язку (рис. 7.13). Якщо дві прямі перетинаються під прямим кутом, то переважно їхні проєкції утворюють кут, який не дорівнює  $90^\circ$ .

## Проеціювання прямого кута

Прямий кут проєціюється в дійсному розмірі, якщо одна з його сторін паралельна площині проєкцій, а друга є прямою загального положення. На рисунку 7.14, а пряма  $BC$  є горизонталлю, прямий кут проєціюється в дійсному розмірі на горизонтальній площині проєкцій. На рисунку 7.14, б пряма  $BC$  — фронталь, дійсний розмір кута — на фронтальній площині.

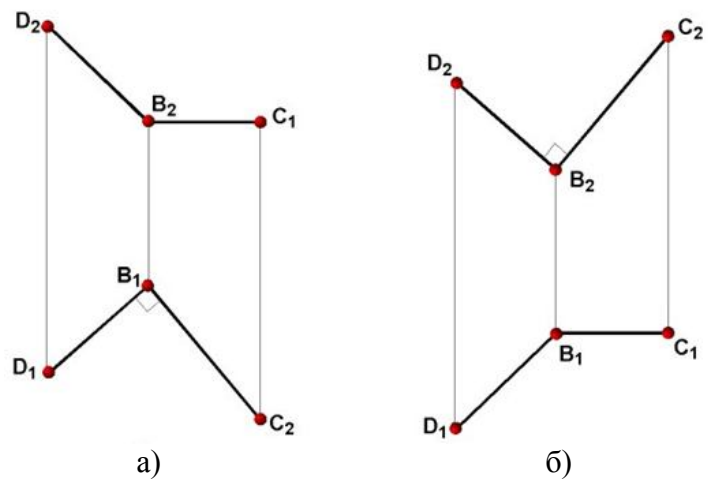


Рисунок 7.14 — Проеціювання прямого кута

## Мимобіжні прямі

Одноименні проєкції мимобіжних прямих можуть перетинатися, але точки їх перетину не лежать на одній лінії зв'язку (рис. 7.15, а).

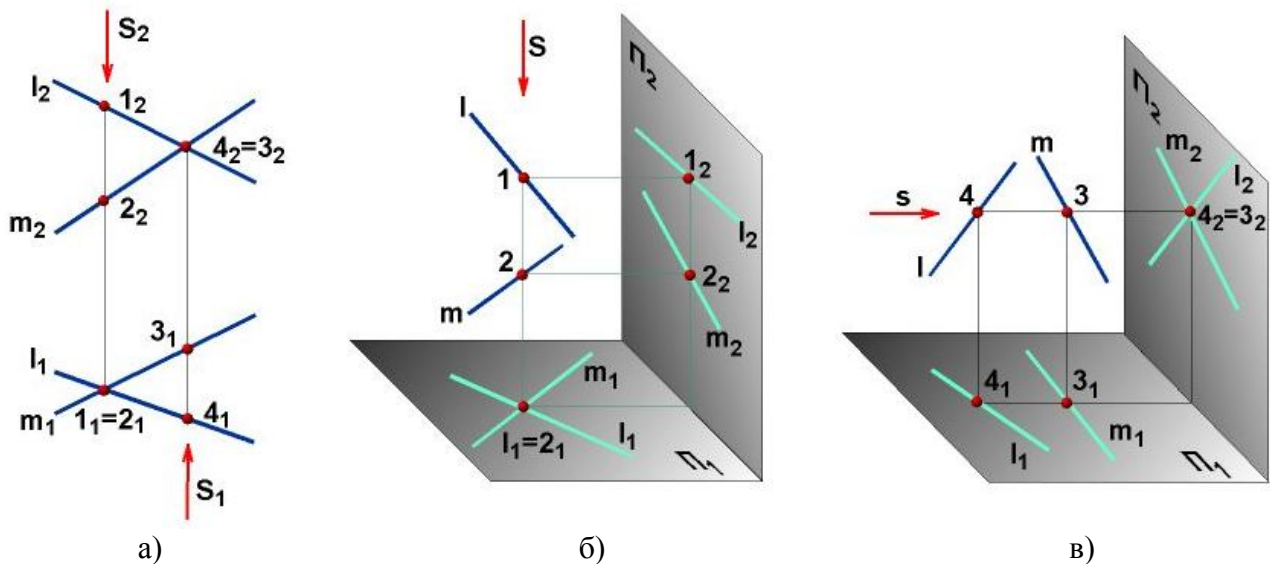


Рисунок 7.15 — Проеціювання мимобіжних прямих

Точкам перетину однойменних проєкцій мимобіжних прямих відповідають у просторі дві точки: в одному випадку — 1 і 2, а в іншому — 3 і 4, розташовані на прямих. Точки перетину горизонтальних проєкцій прямих відповідають дві фронтальні проєкції точок 1 і 2. Апліката (висота) точки 1 більше, отже, пряма  $l$  у цьому місці проходить над прямою  $m$  і буде видимою, якщо дивитися зверху (рис. 7.15, б). Дві інші точки 3 і 4, що збігаються на фронтальній проєкції, мають різні ординати. Ордината точки 4 більше, отже, пряма  $l$  у цьому місці розташована ближче до глядача і буде видимою, якщо дивитися спереду (рис. 7.15, в).

Точки, що лежать на мимобіжних прямих, однойменні проєкції яких збігаються, називаються *конкуруючими*. З двох конкуруючих точок видимою буде та, відповідна координата якої є більшою. Розгляд на епюрі взаємного положення конкуруючих точок дає можливість визначити видимість мимобіжних прямих, якщо вони, наприклад, є ребрами багатогранника. Видимість того чи іншого елемента об'єкта визначається при цьому для кожної проєкції окремо.

## 7.4 Проекції площини

Положення площини в просторі можна визначити: трьома точками, що не лежать на одній прямій (рис. 7.16, а); прямою й точкою поза нею (рис. 7.16, б); прямими, що перетинаються (рис. 7.16, в), або двома паралельними прямими (рис. 7.16, г); будь-якою плоскою фігурою (рис. 7.16, г).

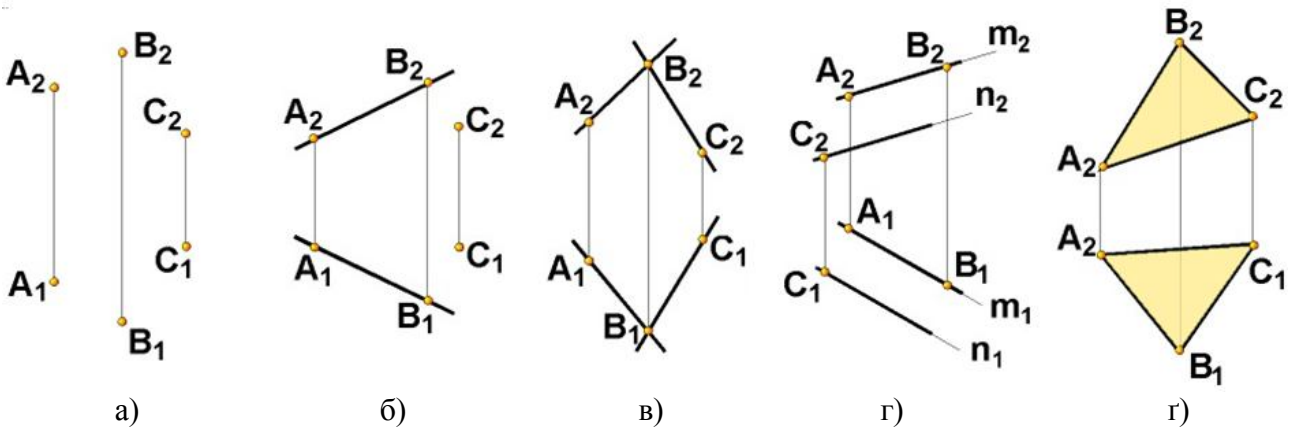


Рисунок 7.16 — Способи задання площини в просторі

Площина також може бути задана слідами, що зручно у процесі побудови тіней і перспективи (рис. 7.17). *Слідами площини* називаються лінії перетину площини з площинами проєкцій. Назва сліду відповідає назві площини.

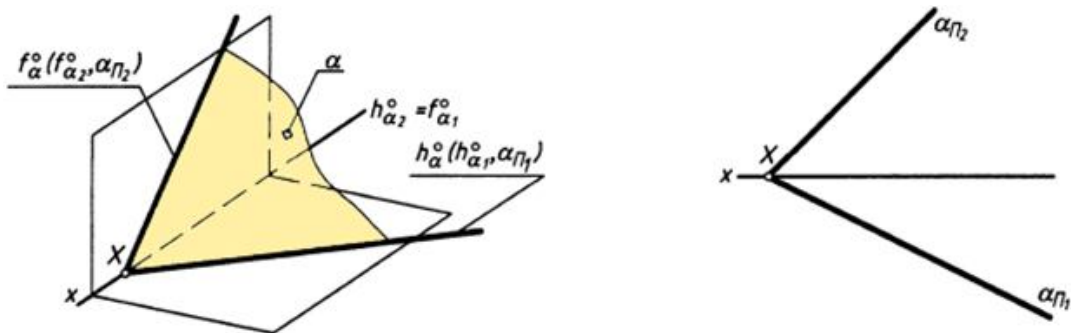


Рисунок 7.17 — Задання площини слідами

Залежно від того, яке положення займають площини щодо площин проєкцій, можна виділити:

1) *площини загального положення* — неперпендикулярні і непаралельні площинам проєкцій (рис. 7.18);

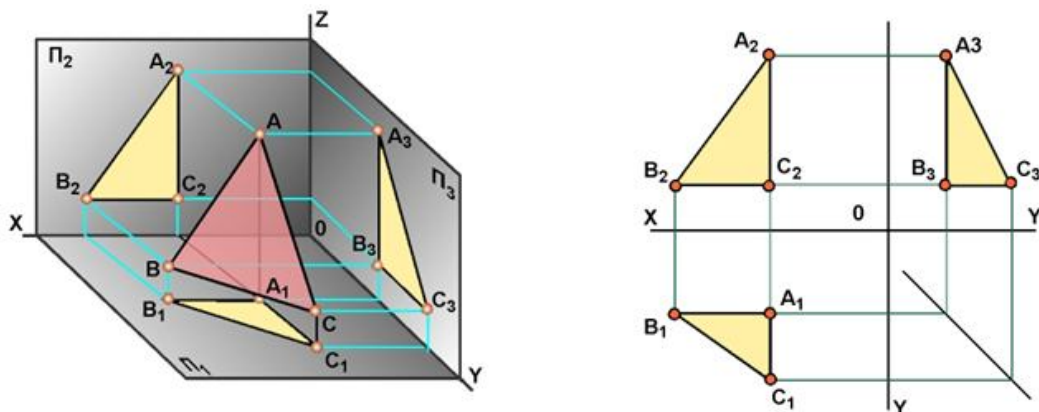


Рисунок 7.18 — Проекції площини загального положення



- 2) *площини проєціюючі* — перпендикулярні до площин проєкцій;
- 3) *площини рівня* — проєціюючі площини, паралельні площинам проєкцій.

Площини рівня і проєціюючі площини, на відміну від площин загального положення, називаються *площинами окремого положення*.

### Площини окремого положення

*Горизонтально-проєціююча площина* – перпендикулярна до горизонтальної площини проєкцій (рис. 7.19). Горизонтальна проєкція площини становить пряму, що збігається з горизонтальним слідом площини. Горизонтальні проєкції точок і фігур, що лежать у цій площині, збігаються з її горизонтальним слідом.

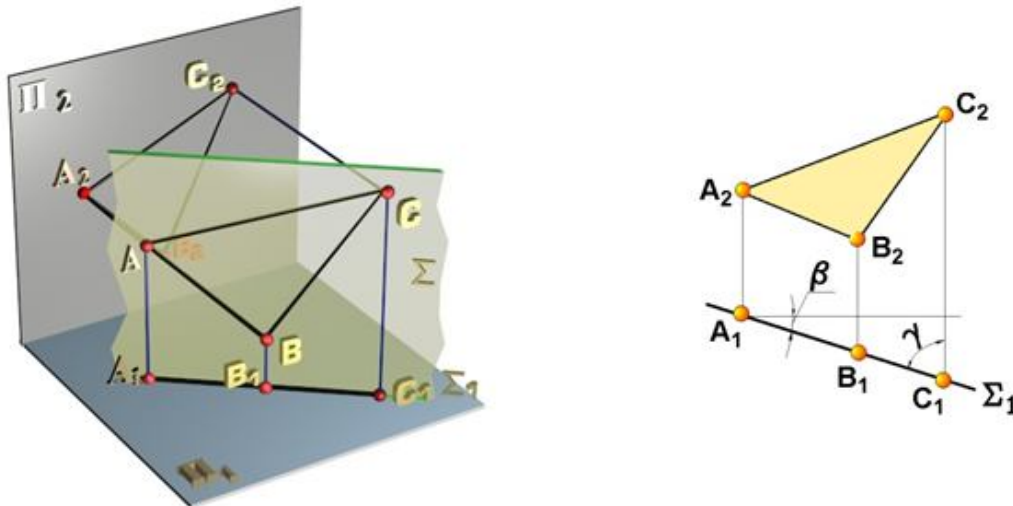


Рисунок 7.19 — Проекції горизонтально-проєціюючої площини

*Фронтально-проєціююча площина* – перпендикулярна до фронтальної площини проєкцій. Фронтальна проєкція трикутника ABC, що належить площині, збігається з фронтальним слідом. Кут  $\alpha$  між площинами  $\Delta$  і  $\Pi_1$  проєціюється без спотворення (рис. 7.20).

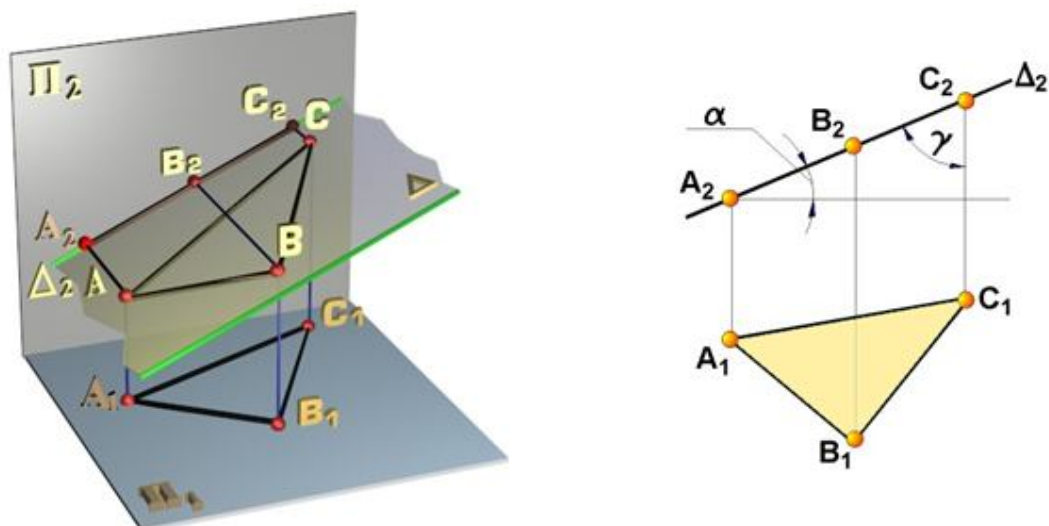


Рисунок 7.20 — Проекції фронтально-проєціюючої площини

*Профільно-проєціююча площина* – перпендикулярна до профільної площини проєкцій (рис. 7.21). Щоб побачити проєціюючий слід площини, необхідно побудувати профільну проєкцію, оскільки горизонтальна і фронтальна проєкції такої площини не відрізняються від проєкцій площини загального положення.

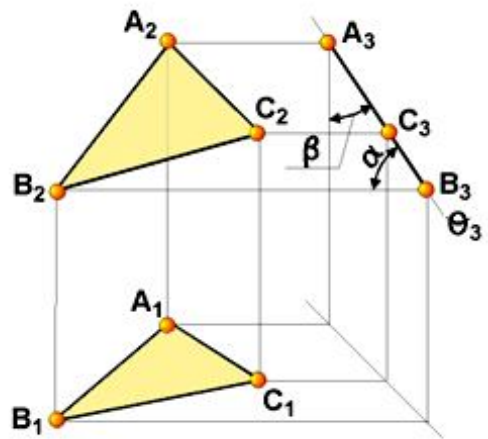
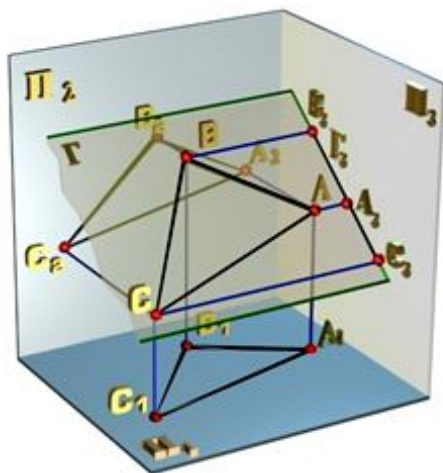


Рисунок 7.21 — Проекції профільно-проєціюючої площини

*Горизонтальна площина рівня* – паралельна горизонтальній площині проєкцій (рис. 7.22). Її горизонтальна проєкція є дійсним розміром.

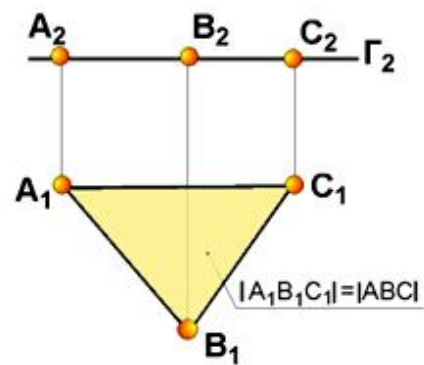
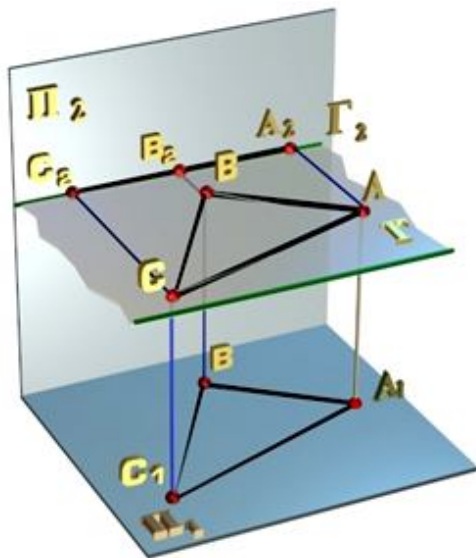


Рисунок 7.22 — Проекції горизонтальної площини

*Фронтальна площина рівня* — паралельна фронтальній площині проєкцій (рис. 7.23).

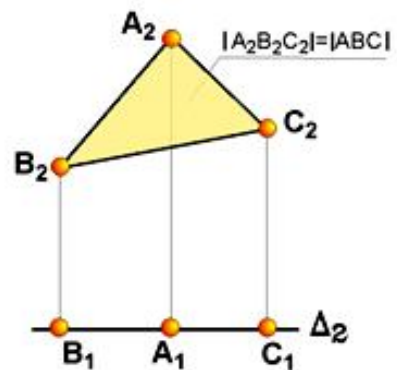
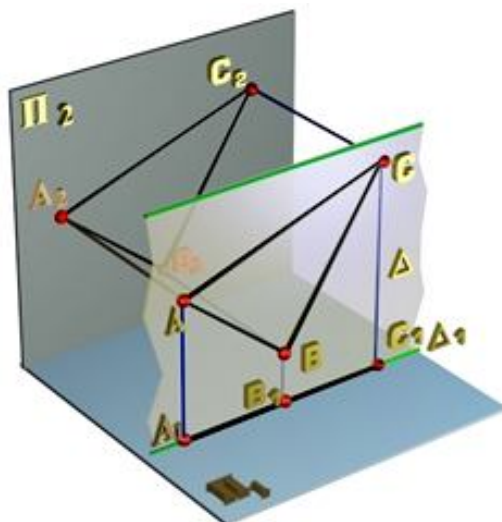


Рисунок 7.23 — Проекції фронтальної площини

*Профільна площина рівня* — паралельна профільній площині проєкцій (рис. 7.24). Її горизонтальна і фронтальна проєкції співпадають із лініями проєкційного зв'язку.

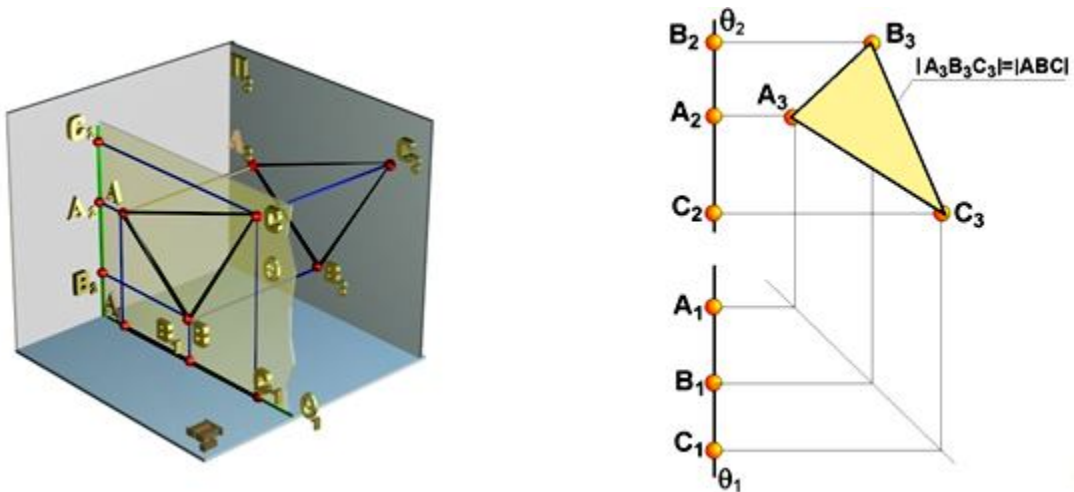


Рисунок 7.24 — Проєкції профільної площини

## 7.5 Взаємне положення двох площин

Дві площини у просторі можуть бути паралельними або перетинатися. Окремим випадком площин, що перетинаються, є взаємно перпендикулярні площини.

### Паралельні площини

Площини паралельні, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються, іншої площини (рис. 7.25). Якщо паралельні площини задаються на епюрі слідами, то однойменні сліди цих площин мають бути паралельними.

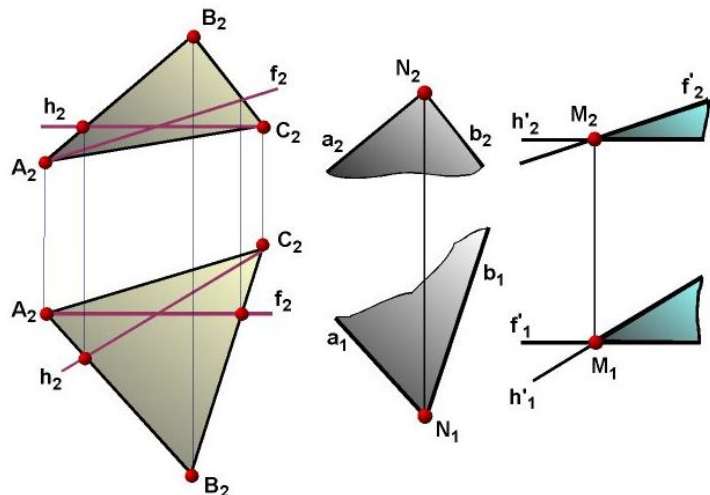


Рисунок 7.25 — Проєкції трьох паралельних площин

### Площини, які перетинаються

Дві площини перетинаються по прямій лінії. Тому для побудови лінії перетину площин необхідно визначити дві точки цієї прямої.

### Окремий випадок перетину площин, коли одна з них проєціююча

Якщо одна з площин проєціююча, то одна з проєкцій лінії перетину збігається з її проєціюючим слідом, а друга будується за допомогою ліній проєкційного зв'язку (рис. 7.26). На рисунку 7.26, а наведено випадок, коли перетинаються площина загального положення, задана трикутником ABC, та горизонтально-проєціююча площина Г.

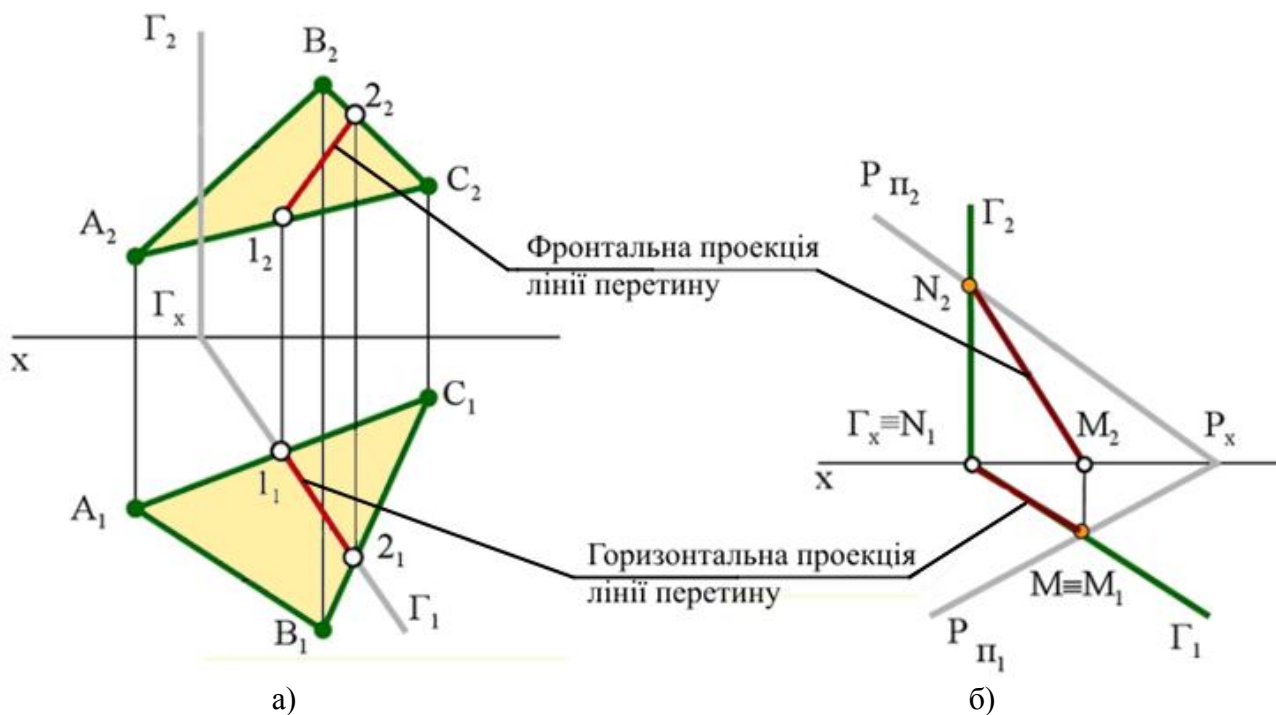


Рисунок 7.26 — Перетин площини загального положення з проєціюючою площиною

На рисунку 7.26, б наведені площина загального положення  $P$  і горизонтально-проєціююча площина  $\Gamma$ , задані слідами. Двома загальними точками, які належать обом площинам, є точки перетину  $M$  і  $N$  однойменних слідів цих площин, які й визначають лінію перетину.

**Загальний випадок перетину, коли обидві площини загального положення**

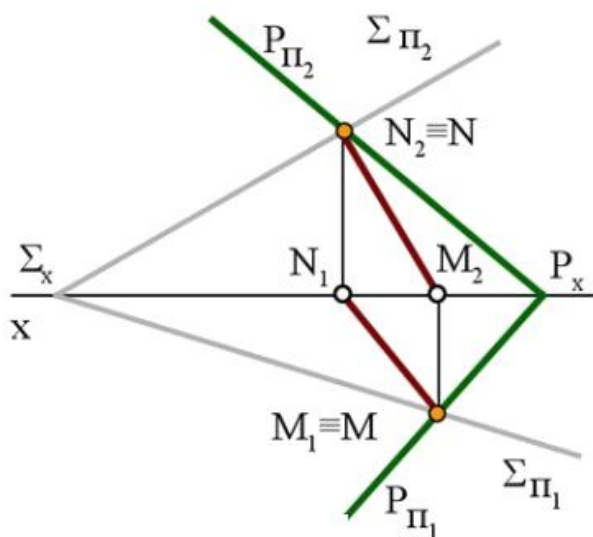


Рисунок 7.27 — Перетин двох площин загального положення, заданих слідами

На рисунку 7.27 наведено дві площини, задані слідами. Як і в попередньому прикладі, загальними точками площин є точки перетину  $M$  і  $N$  однойменних слідів. Поєднуючи однойменні проєкції цих точок прямою лінією, отримаємо проєкції лінії перетину площин.

Коли площини задані не слідами, а іншими геометричними елементами, то для визначення лінії перетину площин потрібно використовувати допоміжні площини окремого положення. На рисунку 7.28 такими площинами є горизонтальні площини рівня  $\Gamma$  та  $\Gamma'$ . Допоміжні площини перетинають задані по прямим лініям, які зі свого боку перетинаються в точці, що є точкою перетину заданих площин. Таких точок дві —  $M$  та  $N$ .

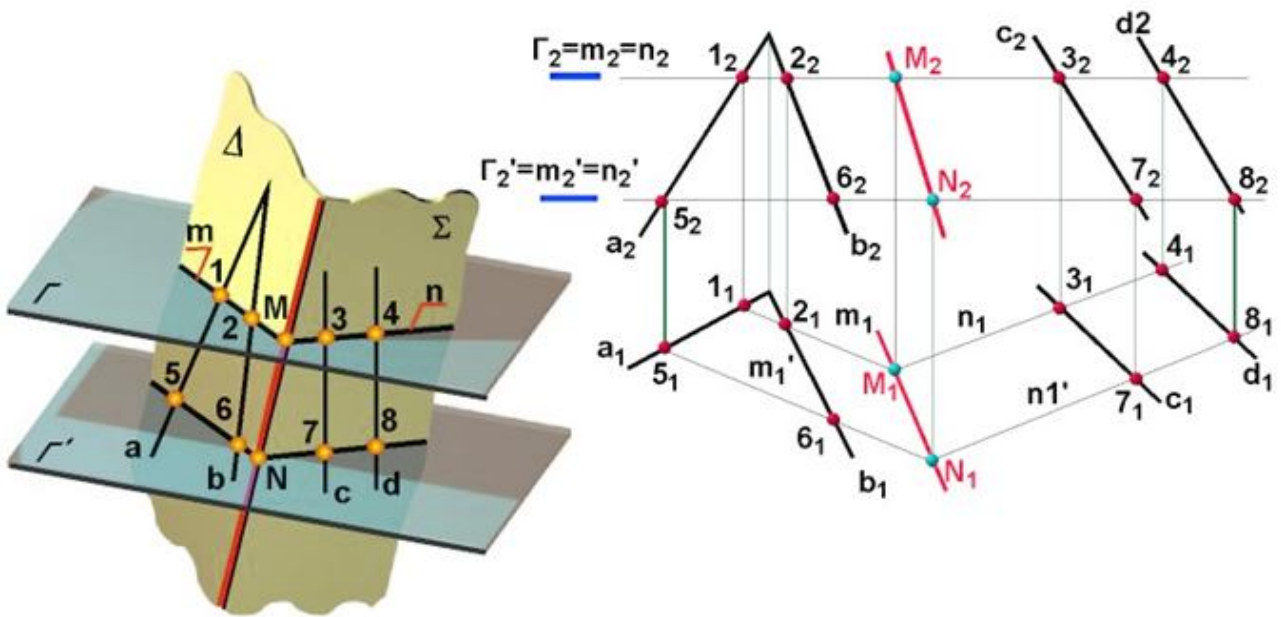


Рисунок 7.28 — Перетин двох площин загального положення, заданих іншими геометричними елементами

## 7.6 Взаємне положення прямої та площини

Пряма лінія відносно площини може займати такі положення: належати площині, бути паралельною площині й перетинатися з нею.

**Пряма належить площині**, якщо вона проходить через дві її точки.

### Пряма, паралельна площині

Пряма паралельна площині, якщо вона паралельна будь-якій прямій цієї площини. Якщо через точку  $M$  (рис. 7.29) необхідно провести пряму, паралельну площині (у цьому випадку трикутника  $ABC$ ), то потрібно через цю точку провести пряму паралельно будь-якій прямій заданої площини або необхідно спочатку провести в площині довільну пряму, а потім провести через точку шукану пряму, паралельну прямій, що належить площині.

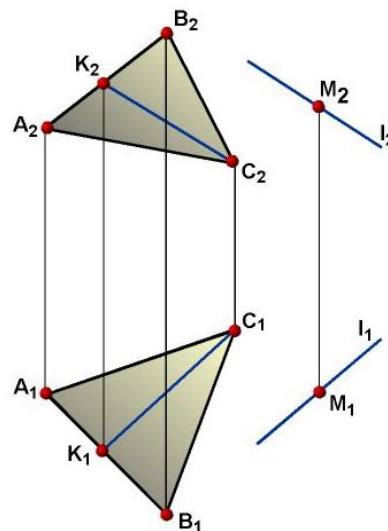


Рисунок 7.29 — Проекції прямої, паралельної площині

### Пряма лінія, яка перетинає площину

Якщо пряма не належить площині й не паралельна їй, то вона перетинає цю площину. Задача на перетин прямої лінії з площиною є однією з основних задач нарисної геометрії. Вона є складовою частиною найрізноманітніших геометричних побудов у всіх розділах курсу. Побудова тіней в ортогональних проекціях, аксонометрії та перспективі практично зводиться до визначення точки перетину прямої з площиною або поверхнею.

Серед задач на перетин прямої з площиною варто виділити окремий випадок.

**Якщо площина займає проєціююче положення**

Одна проєкція точки перетину визначається у перетині проєкції прямої з проєціюючим слідом площини, а інша проєкція будується за допомогою лінії зв'язку (рис. 7.30).

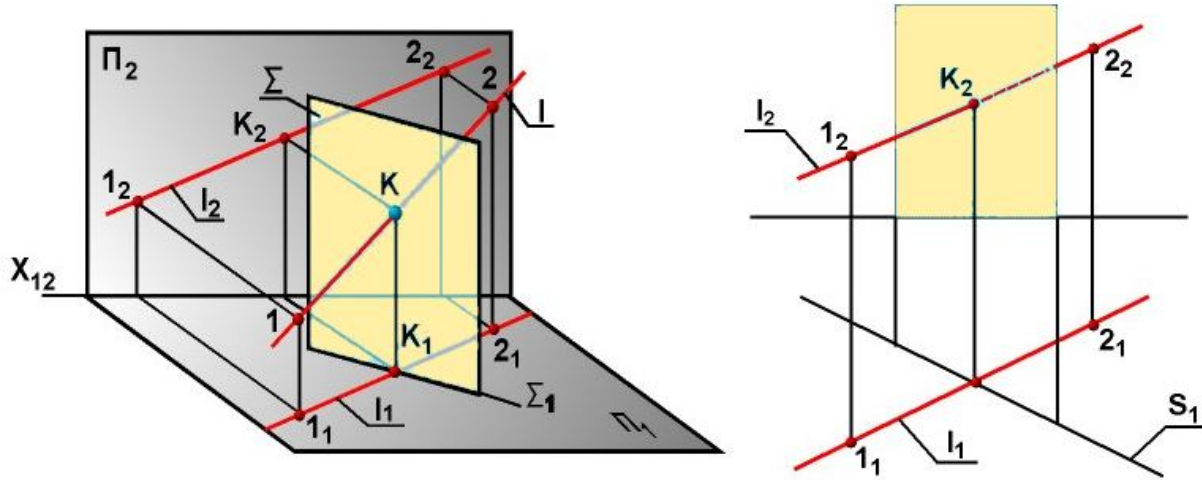


Рисунок 7.30 — Побудова точки перетину прямої з горизонтально-проєціюючою площиною

**Якщо площина загального положення**

Для побудови точки перетину прямої лінії з площиною необхідно (рис. 7.31):

- 1) провести через пряму  $l$  допоміжну проєціюючу площину  $\Sigma$ ;
- 2) побудувати лінію 1–2 перетину заданої площини і допоміжної;
- 3) визначити шукану точку  $K$  перетину прямої  $l$  із лінією перетину площин 1–2.

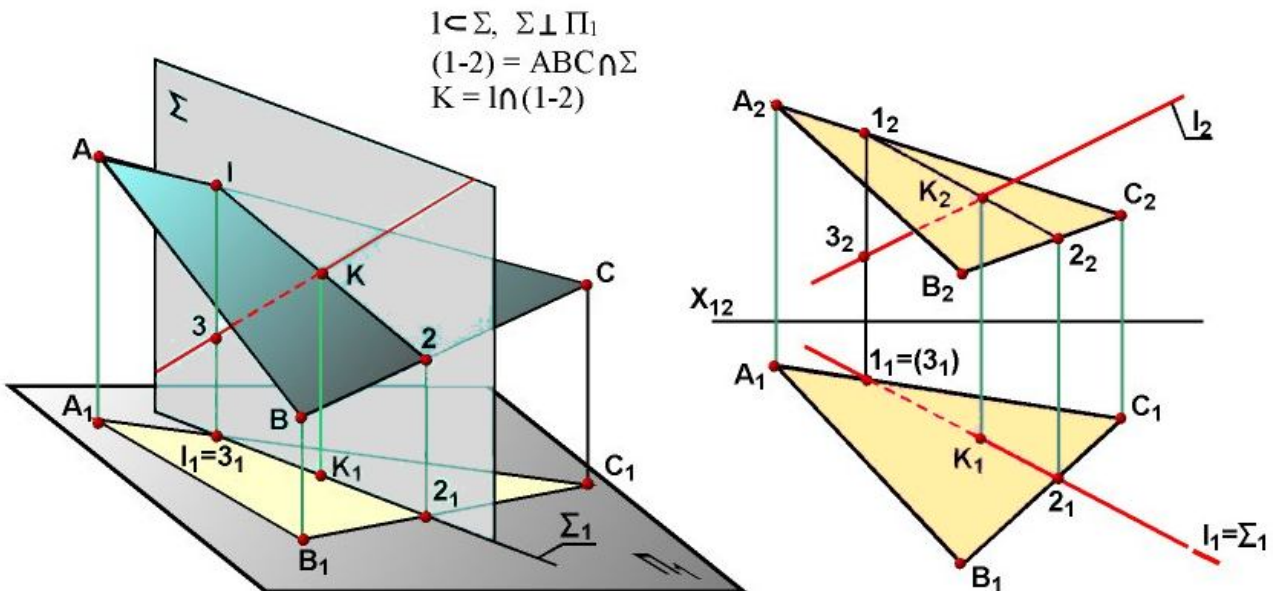


Рисунок 7.31 — Побудова точки перетину прямої з площиною загального положення

Побудова завершується визначенням видимих ділянок прямої. Видимість прямої щодо площини трикутника визначають шляхом розбору взаємного положення точок заданої прямої та сторін площини трикутника, що збігаються на проєкціях, як було розглянуто на сторінці 63 (рис. 7.15).

Задача на визначення точки перетину прямої з площиною використовується при побудові лінії перетину площин, коли вони задані плоскими фігурами. Дві точки лінії перетину знаходять як точки перетину сторін однієї фігури з площиною іншої (рис. 7.32).

У наведеному прикладі сторона  $AB$  трикутника перетинає в точці  $M$  паралелограм  $DEFK$ , а сторона  $AC$  — в точці  $N$ . Побудови зрозумілі з креслення.

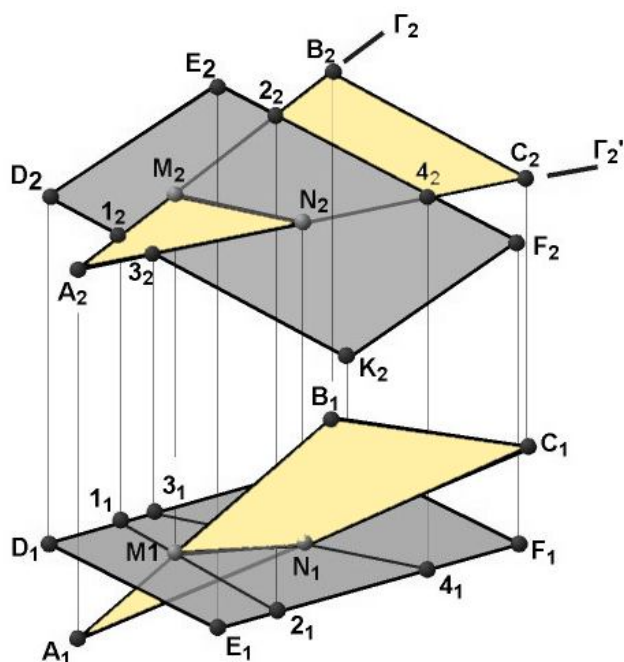


Рисунок 7.32 — Побудова лінії перетину площин, заданих плоскими фігурами

### Пряма лінія, перпендикулярна площині

Якщо пряма перпендикулярна площині у просторі, то на комплексному кресленні горизонтальна проекція прямої перпендикулярна до горизонтальної проекції горизонталі, а фронтальна проекція перпендикулярна до фронтальної проекції фронталі, що належать цій площині. Наприклад, для того щоб через точку  $A$  побудувати пряму, перпендикулярну площині, заданій двома прямими  $a$  і  $b$ , що перетинаються (рис. 7.33), необхідно спочатку побудувати у площині горизонталь і фронталь, а потім провести проекції перпендикуляра під прямим кутом до однойменних проекцій горизонталі та фронталі.

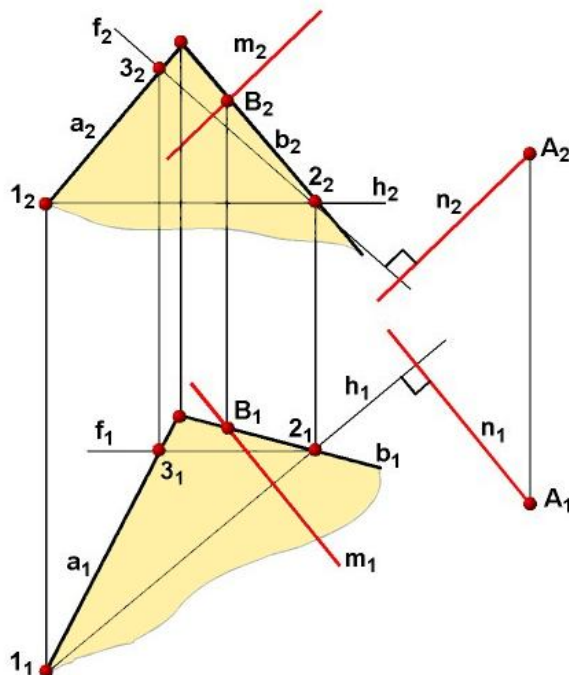


Рисунок 7.33 — Побудова прямої, перпендикулярної площині

### Взаємно перпендикулярні площини

Дві площини взаємно перпендикулярні, якщо одна з них проходить через пряму, перпендикулярну до іншої.

На рисунку 7.34 подано три випадки побудови площини, перпендикулярної заданій.

На рисунку 7.34, а через точку  $A$  проведено пряму  $b$ , перпендикулярну площині, заданій слідами. Горизонтально-проєціююча площина  $\Gamma$  містить дану пряму  $b$ , тому перпендикулярна площині  $P$ .

На рисунку 7.34, б площина задана трикутником DEF. У площині трикутника проводять горизонталь і фронталь, потім через точку A будують пряму n, перпендикулярну горизонталі й фронталі площини та довільну пряму l. Прямі n і l задають площину, перпендикулярну до площини трикутника.

На рисунку 7.34, в через точку C простору будують площину, перпендикулярну площині, заданій двома прямими загального положення. Цю площину задають горизонталлю й фронталлю, які перпендикулярні прямій b заданої площини.

Через перпендикуляр до площини можна провести безліч площин, перпендикулярних цій площині.

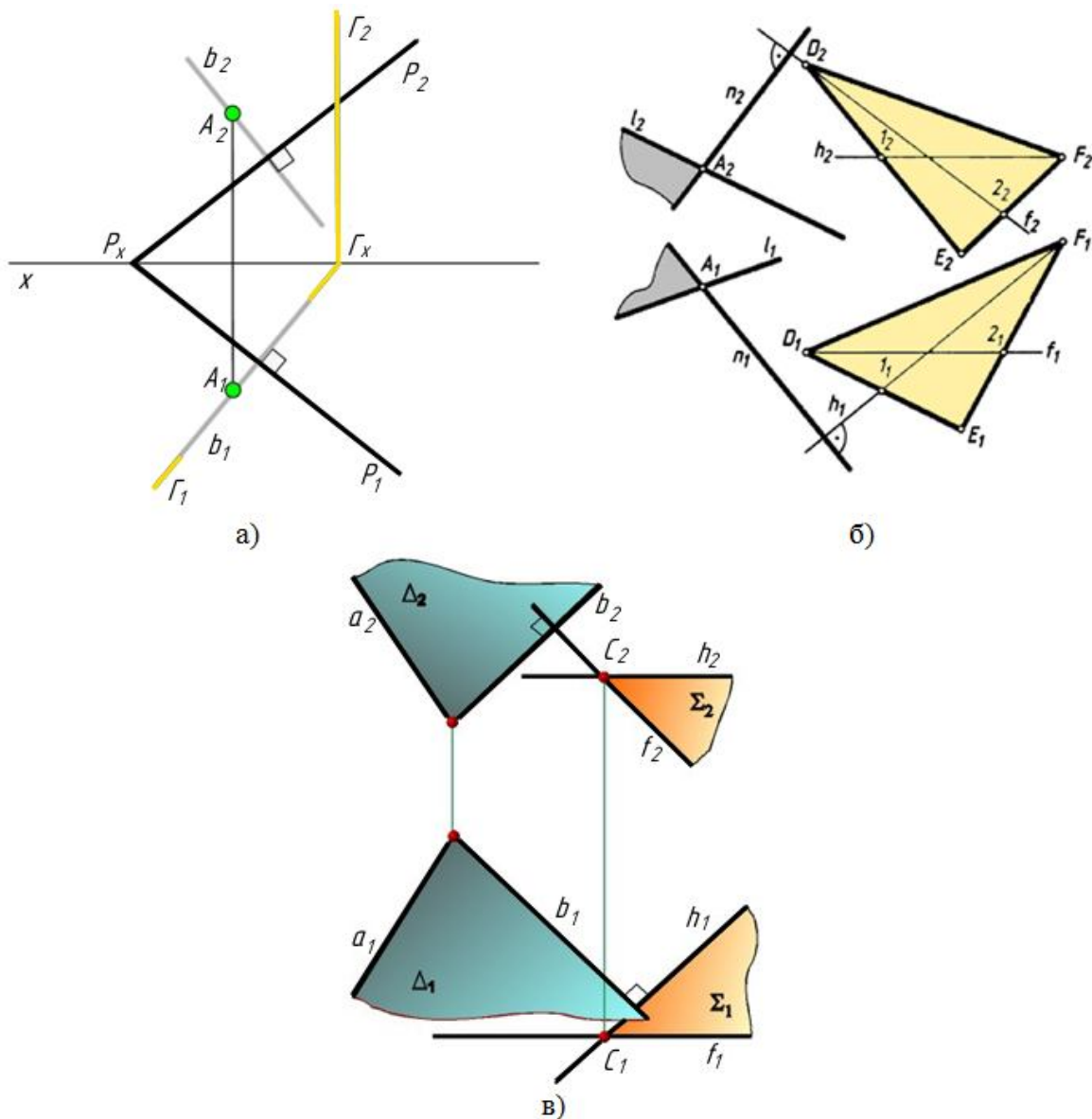


Рисунок 7.34 — Випадки побудови площин, перпендикулярних заданій площині



# 8 ПРОЕКЦІЇ БАГАТОГРАННИХ ПОВЕРХОНЬ

## 8.1 Види багатогранників

Поверхня, обмежена відсіками площин, називається *багатогранною*, а сама фігура в цьому випадку називається *багатогранником*. Кожен відсік площини називається *гранню*. Межами грані служить багатокутник, сторони якого називаються *ребрами* і є прямими перетину граней.

Найбільше застосовуються багатогранники, які називають *пірамідами* і *призмами*.

*Пірамідою* називають багатогранник, основою якого є багатокутник, а бічними гранями — трикутники із загальною вершиною, яка називається *вершиною піраміди* (рис. 8.1).

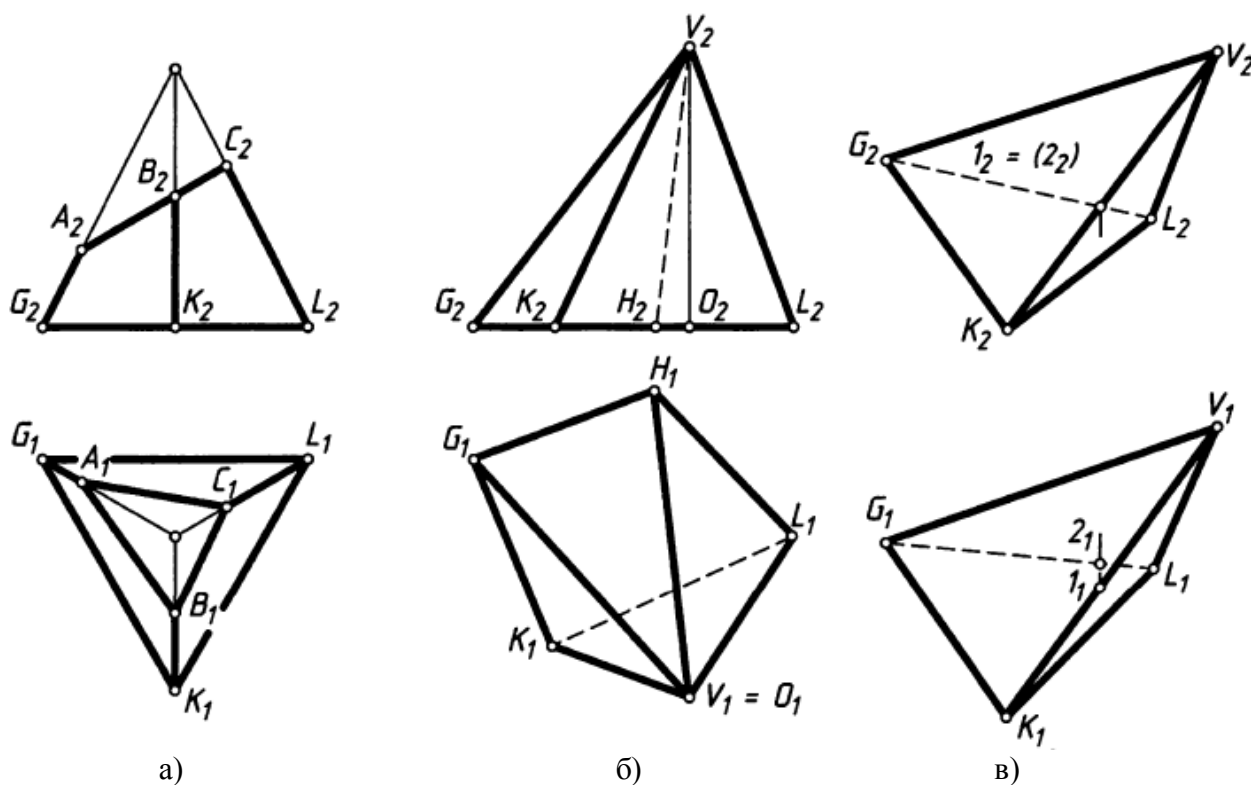


Рисунок 8.1 — Різновиди пірамід

Прямі перетину бічних граней називають *бічними ребрами*. Прямі перетину бічних граней з основою називають *ребрами основи*. Точки перетину ребер називають *вершинами багатогранника*. У позначенні піраміди вказують вершину піраміди й вершини основи.

Ребра багатогранної поверхні утворюють її *каркас* (або *сітку*). Побудова проєкцій багатогранної поверхні зводиться до побудови проєкцій її каркаса, тобто вершин, з'єднаних ребрами.

Багатогранник називають *опуклим*, якщо він увесь лежить по один бік від будь-якої з його граней. У цьому разі межі й фігури перетину багатогранника також є опуклими багатокутниками. Відрізок, вимірюваний перпендикуляром, опущеним із вершини піраміди на його основу, називають *висотою піраміди* (відрізок  $VO$  на рис. 8.1, б).

Піраміду називають *правильною*, якщо її основою слугує правильний багатокутник, а висота піраміди проходить через центр цього багатокутника (рис. 8.1, а).

Якщо вершина відсічена площиною, то піраміда називається *зрізаною* (рис. 8.1, а).

У назву багатогранної поверхні вводять кількість її бічних граней. Наприклад, на рисунку 8.1, а, в зображено тригранну піраміду, а на рисунку 8.1, б — чотиригранну.

## Правильні багатогранники

Правильними багатогранниками, або «тілами Платона», називаються багатогранники, у яких усі грані — правильні й рівні багатокутники, а кути при вершинах рівні. Правильні багатогранники та деякі їхні властивості були описані більше двох тисяч років тому давньогрецьким філософом Платоном. У правильних багатогранників довжина ребер однакова, лінійні кути рівні, у вершинах сходиться однакова кількість ребер.

Біля кожного правильного багатогранника можна описати сферу і, навпаки, у кожен багатогранник можна вписати сферу.

Існує п'ять правильних багатогранників (рис. 8.2):

1. *Тетраедр* (чотиригранник) обмежений чотирма рівносторонніми й рівними трикутниками. У тетраедра будь-яка грань може бути основою.
2. *Гексаедр* (шестигранник, або куб) обмежений шістьма рівними квадратами.
3. *Октаедр* (восьмигранник) обмежений вісьмома рівносторонніми й рівними трикутниками.
4. *Додекаедр* (дванадцятигранник) обмежений дванадцятьма рівносторонніми й рівними п'ятикутниками.
5. *Ікосаедр* (двадцятигранник) обмежений двадцятьма рівносторонніми й рівними трикутниками.

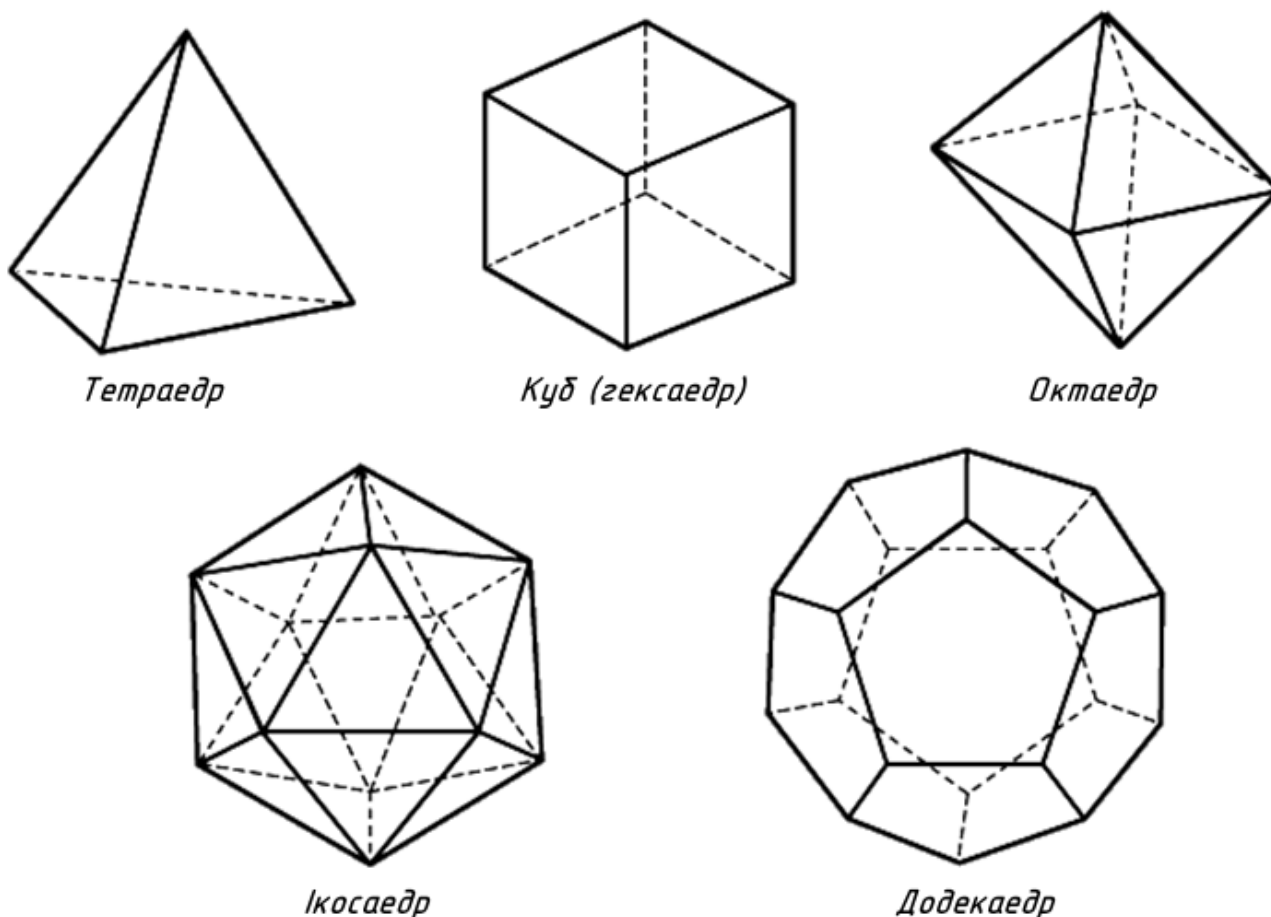


Рисунок 8.2 — Правильні багатогранники

Якщо вершину піраміди видалити в нескінченність, то її бічні ребра стануть паралельними прямими, а фігура — *призмою* (рис. 8.3).

Багатогранник, основами якого є багатокутники, а бічними гранями — паралелограми, називається *призмою*.

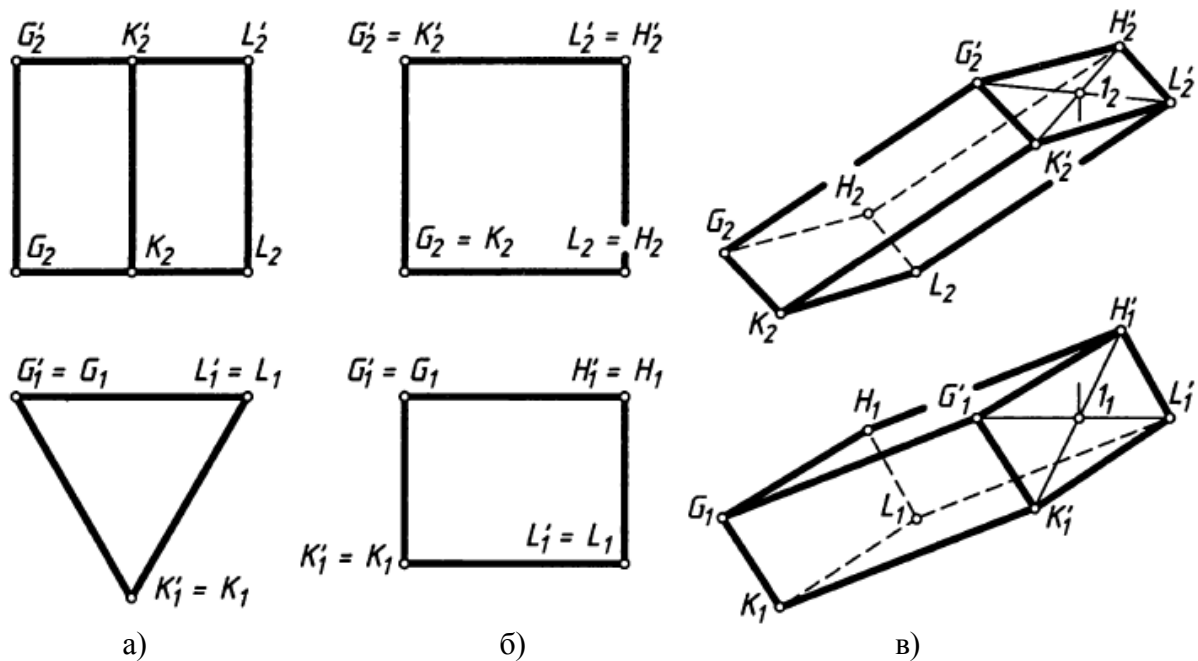


Рисунок 8.3 — Різновиди призм

Якщо бічні ребра перпендикулярні основі, призма називається *прямою* (рис. 8.3, а), інакше її називають *похилою* (рис. 8.3, в).

Якщо в основі призми лежить правильний багатокутник, призма називається *правильною* (рис. 8.3, а).

При опуклій основі призма називається *опуклою*. Перерізи опуклої призми площиною будуть опуклими багатокутниками.

Пряма призма, основою якої є прямокутник, називається *паралелепіпедом* (рис. 8.3, б).

У назву призми вводять кількість її бічних граней. Наприклад, на рисунку 8.3, а зображено тригранну призму, а на рисунку 8.3, б і в — чотиригранну.

Багатогранна поверхня, що складається з двох багатокутників-основ, розташованих у паралельних площинах, і бічних граней у формі трикутників або трапецій, називається *призматойдом* (рис. 8.4).

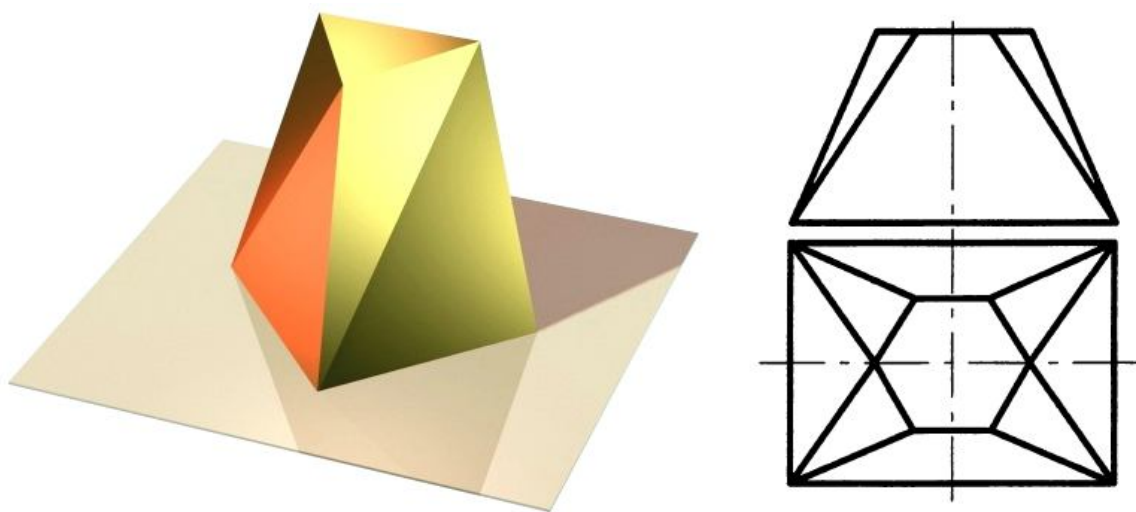


Рисунок 8.4 — Призматойд

## 8.2 Точки і лінії на поверхні багатогранника

Для того щоб побудувати проєкції точок, що лежать на поверхні багатогранника, необхідно проаналізувати, якій саме частині поверхні належить точка, як ця частина проєціюється на площини проєкцій, і потім будувати зображення точки.

Точки, розташовані на ребрах і гранях прямої призми, знаходять за їх приналежністю до цих елементів (рис. 8.5). Побудови зрозумілі з креслення.

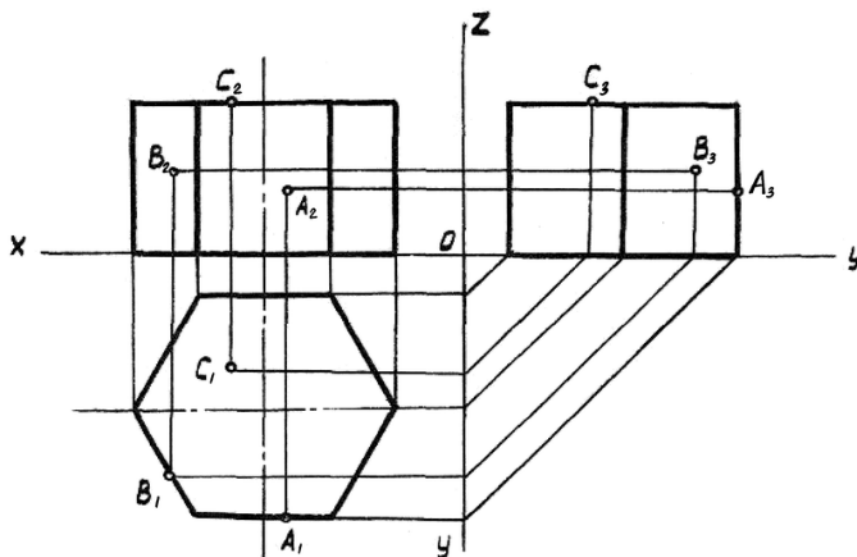


Рисунок 8.5 — Точки, розташовані на поверхні прямої призми

Коли точки розташовані на гранях, нахилених до усіх площин проєкцій, їх будують, ґрунтуючись на такому: точка належить площині, якщо вона розташована на прямій, що лежить у цій площині. Отже, через точку потрібно провести допоміжну пряму, побудувати проєкції цієї прямої і на ній знайти проєкції точки (рис. 8.6, а, б).

На рисунку 8.6, а точка А знайдена за допомогою лінії у грані  $KK'G'G$ , паралельній основі похилої призми. На обох проєкціях ця грань видима і точка А на ній також.

На рисунку 8.6, б точку М знайдено за допомогою лінії у грані  $DD'F'F$ , паралельній бічним ребрам похилої призми. Спереду ця грань невидима і лінія з точкою М на ній також невидима.

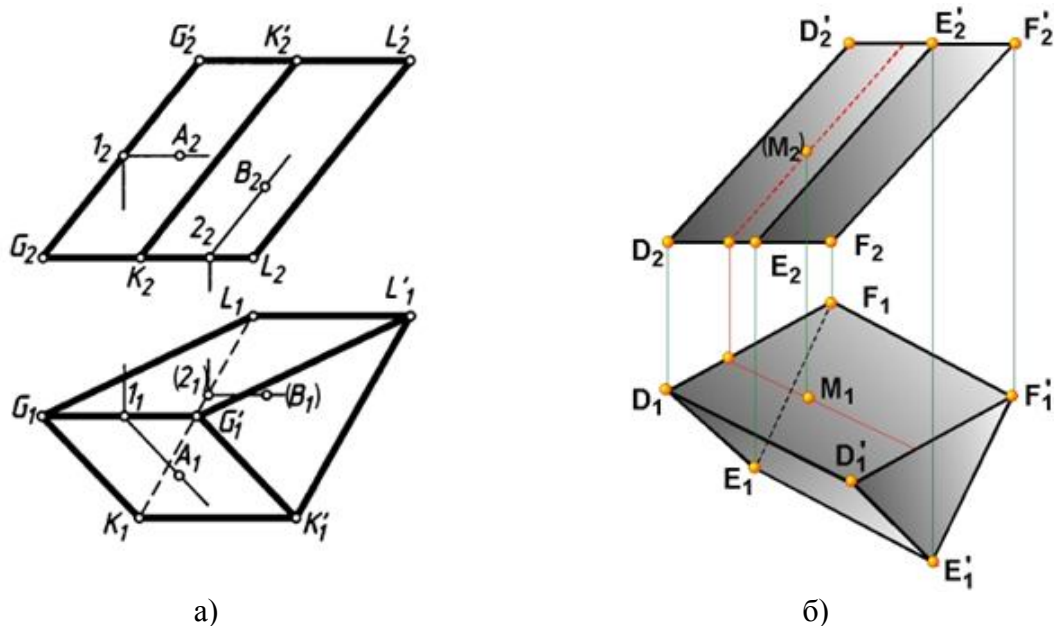


Рисунок 8.6 — Точки, розташовані на поверхні похилої призми

Точки, розташовані на гранях піраміди, будують аналогічно точкам, розташованим на похилих гранях призми. Через точку потрібно провести допоміжну пряму, побудувати проєкції цієї прямої і на ній знайти проєкції точки. Пряму можна проводити будь-яку, але зручніше в усіх випадках використовувати пряму, яка паралельна основі фігури (рис. 8.7).

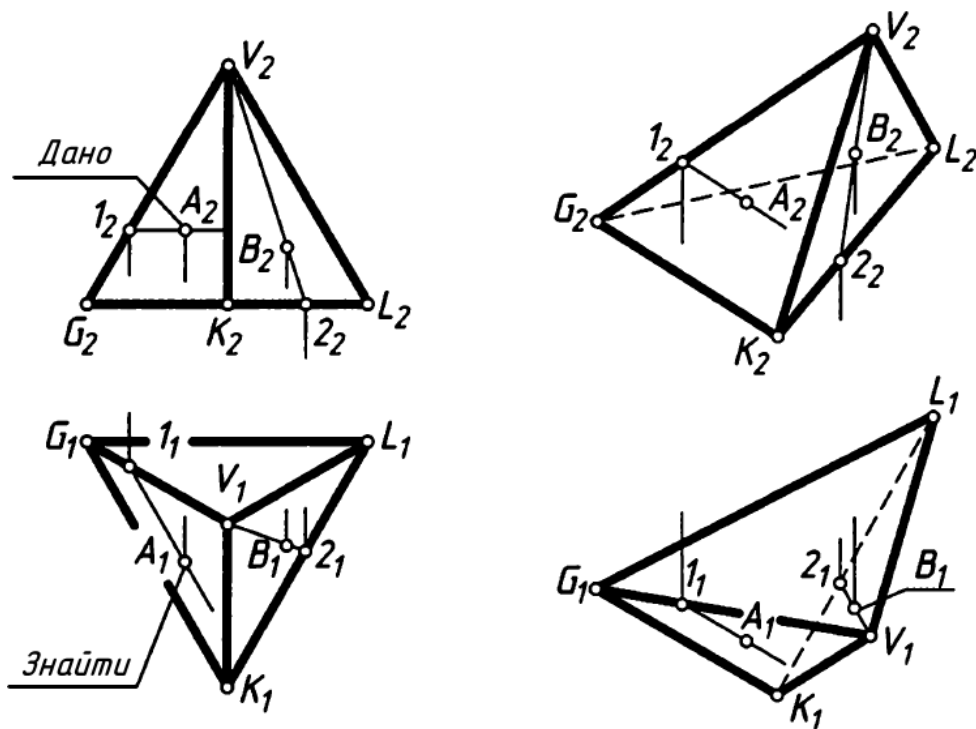


Рисунок 8.7 — Точки, розташовані на гранях піраміди

### Видимість ребер багатогранника

Необхідність визначити на епюрі видимість проєкцій ребер багатогранника виникає постійно. Іноді це завдання вирішується просто. Однак у складніших випадках доцільно застосовувати спосіб конкуруючих точок (див. розд. 7.3, рис. 7.15), що дає безпомилкове рішення.

Зовнішній контур проєкцій багатогранника завжди видимий. Видимість ребер усередині контуру потрібно визначати на кожній проєкції окремо, розглядаючи взаємне розташування ребер (рис. 8.8).

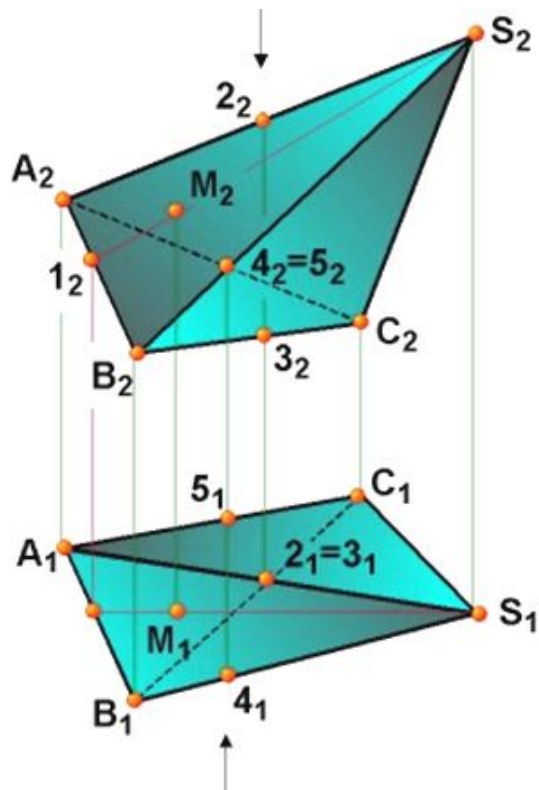


Рисунок 8.8 — Визначення видимості ребер багатогранника

### 8.3 Переріз багатогранника площиною

Лінією перетину поверхні багатогранника площиною є плоский багатокутник. Його вершини є точками перетину ребер із заданою площиною, а сторони — лініями перетину граней із площиною (рис. 8.9). Отже, побудова перетину багатогранника площиною зводиться до визначення точок перетину прямої із площиною або до визначення лінії перетину площин.

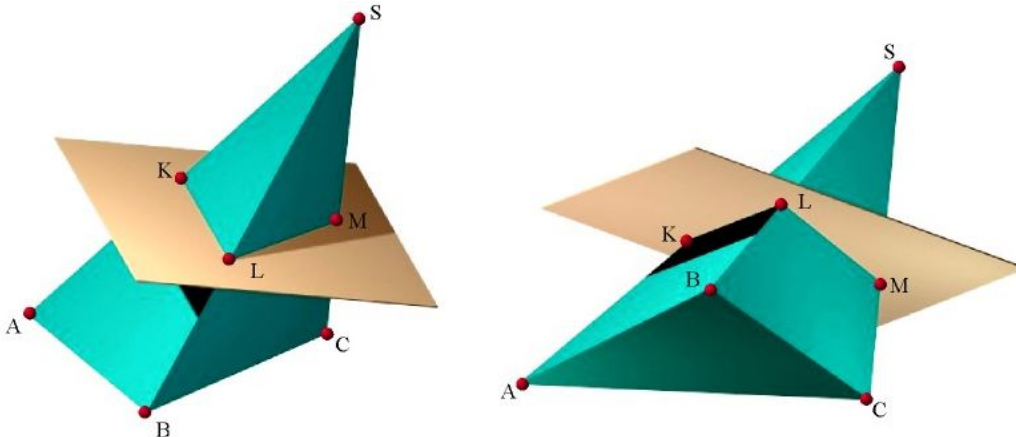


Рисунок 8.9 — Переріз багатогранника площиною

Плоска фігура, яка виходить при перетині багатогранника площиною, називається *перерізом*.

Побудова перерізів значно спрощується, якщо січна площина є проєціюючою. У цьому разі одна проєкція перерізу збігається з проєціюючим слідом площини (рис. 8.10). Друга проєкція будується за приналежністю точок до відповідних ребер багатогранника.

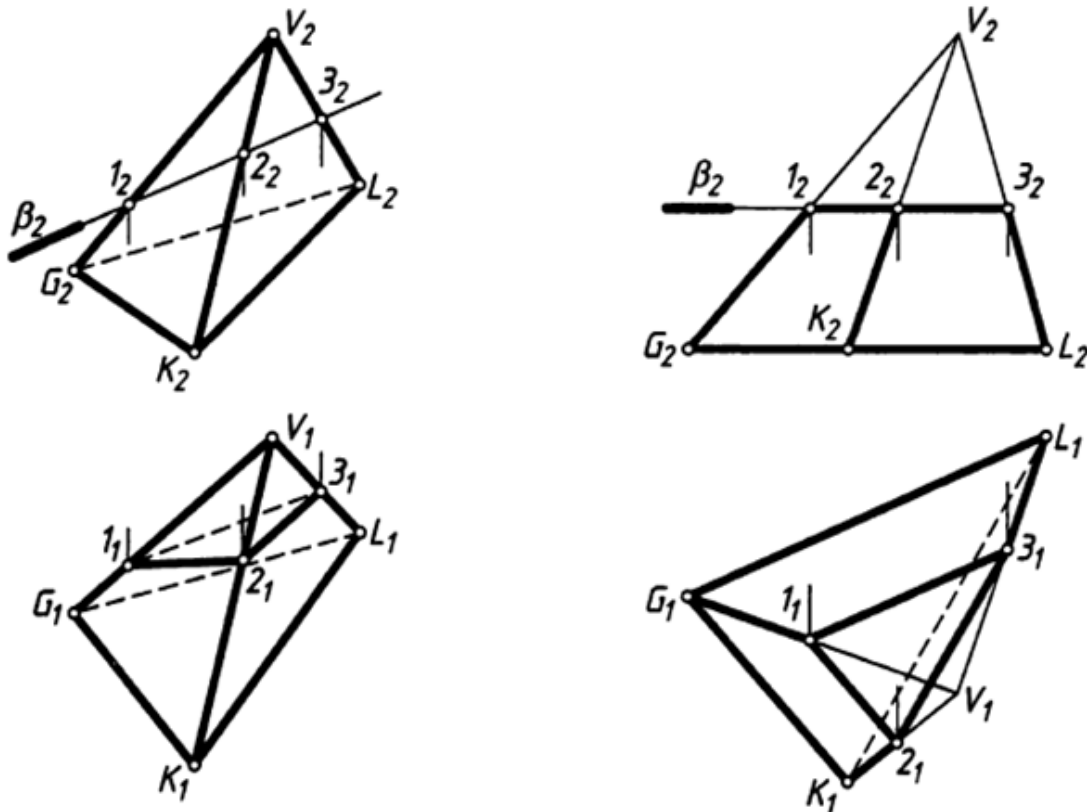


Рисунок 8.10 — Побудова перерізів пірамід проєціюючою площиною

Графічне рішення задачі на побудову лінії перерізу піраміди  $SABC$  площиною загального положення  $\Delta$  ( $a \parallel b$ ) наведено на рисунку 8.11.

Побудову вершин  $K$ ,  $L$  і  $M$  ламаної лінії перерізу виконано за алгоритмом задачі на перетин прямої з площиною. Наприклад, алгоритм для визначення точки  $K$  має такий вигляд:

- 1)  $\Sigma \in (SA), \Sigma \perp \Pi_1$ ;
- 2)  $(1-2) = \Sigma \cap \Delta$ ;
- 3)  $K = (1-2) \cap (SA) = \Delta \cap (SA)$ .

Точки  $L$  і  $M$  визначені аналогічно. Отримані проєкції вершин з'єднані прямими з урахуванням їхньої видимості щодо  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .

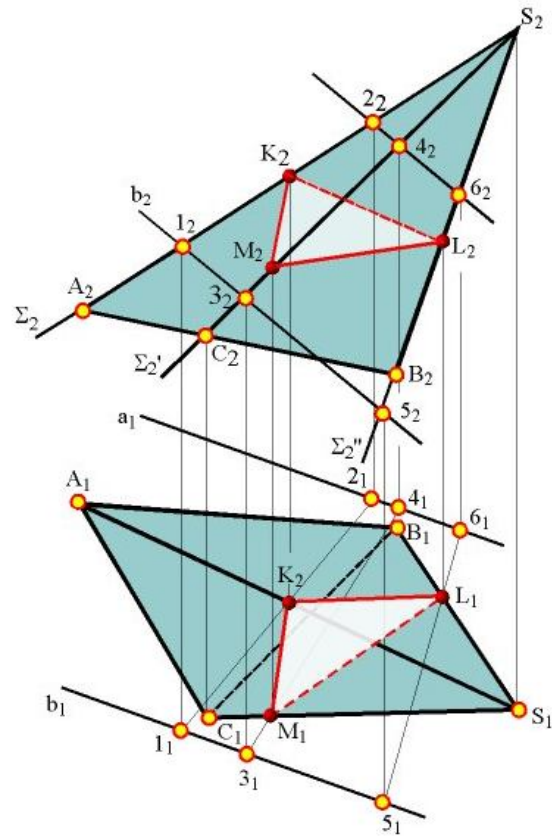


Рисунок 8.11 — Побудова лінії перерізу піраміди площиною загального положення

## 8.4 Перетин прямої лінії з багатогранником

Завдання визначення точок перетину прямої з поверхнею багатогранника вирішується аналогічно перетину прямої з площиною. Якщо багатогранник опуклий, точок перетину дві.

Це завдання вирішується в три етапи (рис. 8.12):

- 1) через задану пряму проводять допоміжну січну площину;
- 2) будують лінію перерізу багатогранника січною площиною;
- 3) визначають точки перетину даної прямої з контуром перерізу.

Отримані точки проєціюють на іншу площину проєкцій, визначають видимість точок перетину й ділянок прямої. Точки перетину прямої з поверхнею багатогранника називаються *точками зустрічі*.

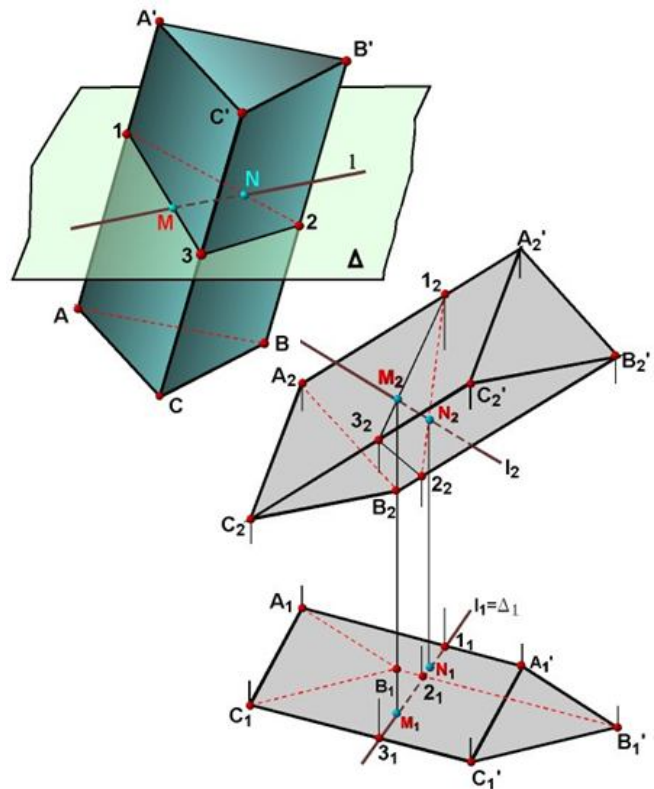


Рисунок 8.12 — Побудова точок перетину прямої лінії з поверхнею призми

## 8.5 Взаємний перетин багатогранників

Лінія перетину двох багатогранників становить одну або дві замкнуті ламані лінії. Відрізки ламаної лінії є лініями перетину граней, а точки зламу — точками перетину ребер одного багатогранника з гранями іншого й ребер другого з гранями першого. Якщо один багатогранник частково перетинається іншим, то лінія перетину становитиме одну замкнуту ламану лінію. Такий перетин називають *неповним*. Якщо один багатогранник повністю перетинається іншим, то перетин називають *повним*, при цьому лінія перетину складається з двох замкнутих ламаних ліній.

### Окремий випадок перетину, коли одна проекція лінії перетину багатогранників відома

Точки перетину ребер піраміди з призмою (рис. 8.13) легко визначаються на горизонтальній проекції. За допомогою ліній зв'язку будемо фронтальні проекції цих точок. З вертикальних ребер призми тільки одне ребро перетинає піраміду. Точки перетину цього ребра з гранями піраміди визначаємо, проводячи допоміжну горизонтально-проеціюючу площину  $\Delta$  через ребро та вершину піраміди. Вона перетинає грані піраміди за прямими, які перетинають ребро призми в точках  $T_2$  і  $Q_2$ . З'єднуємо побудовані проекції точок відрізками прямих у межах кожної грані, керуючись горизонтальною проекцією. Лінія перетину становить дві замкнуті ламані лінії. Перетин повний. Видимими є ті ділянки лінії перетину, які належать видимим граням багатогранників.

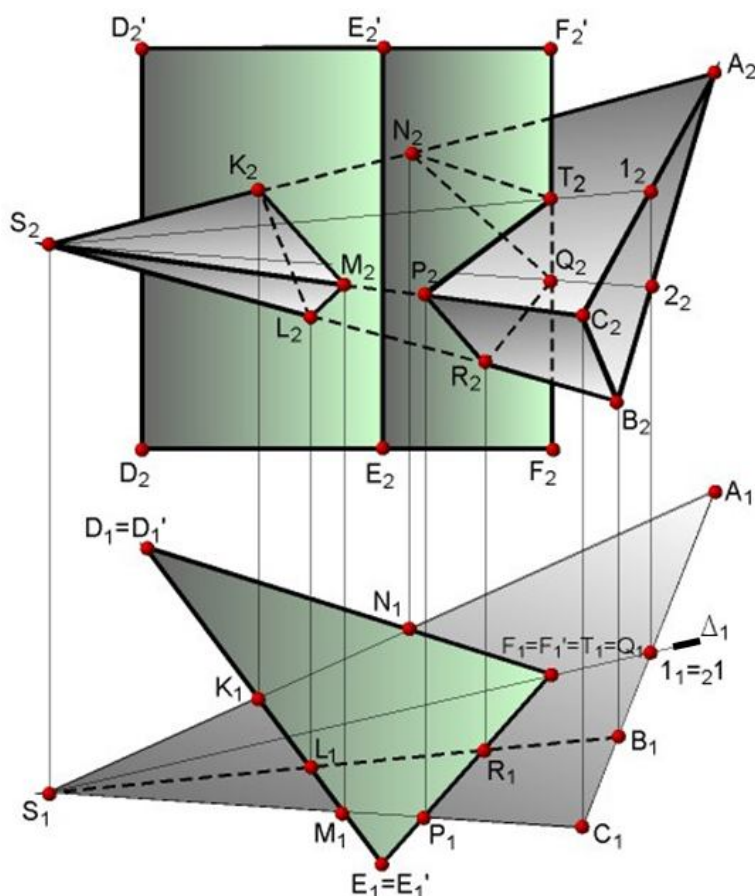


Рисунок 8.13 — Побудова лінії перетину поверхонь прямої призми й піраміди

Проекції лінії перетину можуть бути розташовані тільки в межах накладання обрисів однойменних проекцій поверхонь, які перетинаються. Тому, приступаючи до вирішення завдання, бажано виявити в обох багатогранників такі ребра, які свідомо не беруть участь у перетині.



**Загальний випадок перетину, коли жодна з проєкцій лінії перетину багатогранників невідома**

На рисунку 8.14 наведено приклад побудови лінії перетину піраміди та призми тим самим способом перетину ребер, який частіше використовується на практиці.

При виборі площин-посередників рекомендується проаналізувати можливі варіанти й вибрати найпростіший. У прикладі обрано фронтальні площини рівня  $\gamma \parallel \sigma \parallel \varphi \parallel \Pi_2$ . Вони зручні тим, що перетинають піраміду по трикутниках, подібних трикутнику  $G_2V_2L_2$ .

Побудови зводяться до того, що на перетині проєкції  $\gamma_1$  площини  $\gamma$ , яка проходить через ребро  $EE'$  призми, з ребрами піраміди відзначаємо горизонтальні проєкції точок  $6_1, 7_1, 8_1$ . По лініях зв'язку відзначаємо точки  $6_2, 8_2$  і через них проводимо прямі, паралельні відповідно ребрам  $G_2V_2$  і  $L_2V_2$ . Ці прямі перетнуться в точках  $1_2$  і  $1_2'$  із проєкцією  $E_2E_2'$  ребра призми. За лініями зв'язку знаходимо горизонтальні проєкції цих точок. Точки лежать на видимих гранях призми й піраміди, отже вони також видимі.

Площина  $\sigma$  проходить через ребра  $GV$  і  $LV$  піраміди й перетинає призму по прямокутнику  $(9'-9-10-10')$ . Точки  $2, 5, 5', 2'$  є точками перетину цього прямокутника з ребрами  $GV$  і  $LV$ .

Точки  $3$  і  $3'$  знайдено аналогічно точкам  $1$  і  $1'$ , до того ж через ребро  $DD'$  проведено площину  $\varphi$ .

Для визначення точок  $4$  і  $4'$  перетину ребра  $FF'$  призми з пірамідою можна було використати такі самі площини рівня. Але на рисунку 8.14 показаний приклад використання інших посередників. Через вершину  $V$  піраміди й ребро  $FF'$  призми проведемо площину  $\psi$  загального положення, знайдемо її горизонтальний слід (лінія  $14-15$ ). Ця лінія перетне основу піраміди у точках  $16$  і  $17$ . З'єднавши ці точки з вершиною  $V$ , отримаємо трикутник перерізу піраміди площиною  $\psi$ . Точки  $4$  і  $4'$  перетину цього трикутника з ребром  $FF'$  і будуть шуканими.

З'єднуємо всі точки в послідовності розташування граней з урахуванням видимості.

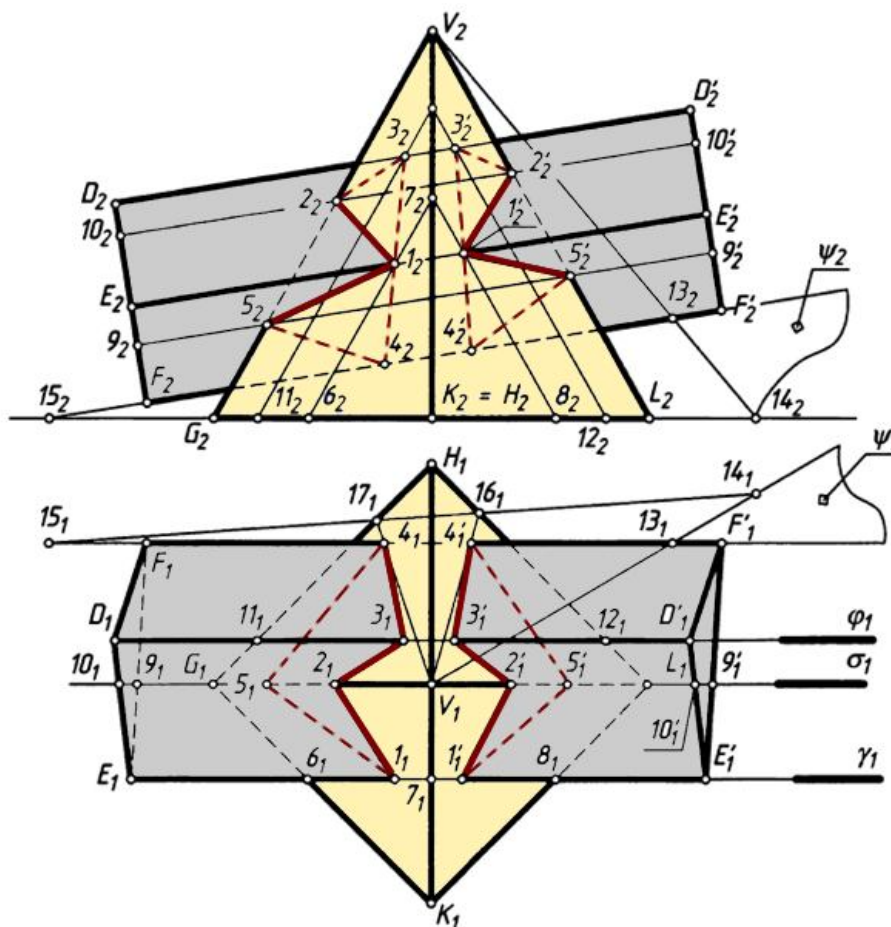


Рисунок 8.14 — Побудова лінії перетину поверхонь прямої піраміди й похилої призми

# 9 ПРОЕКЦІЇ КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ

## 9.1 Загальні відомості

Криві поверхні відрізняються великою різноманітністю форм і відкривають широкі можливості для оригінальних і виразних архітектурних рішень. Щоб вибрати при проектуванні ту чи іншу поверхню, архітектор має не тільки уявити її геометричну форму на кресленні, але й виявити за допомогою спеціальних графічних побудов і перспективних зображень світлотіньові властивості поверхні, а також форму її граничного та видимого контуру для найбільш характерних точок спостереження.

Однак геометрична форма визначає не тільки естетичні якості поверхні, але й її міцність. Сучасні оболонки здатні перекривати прогони до 300 м.

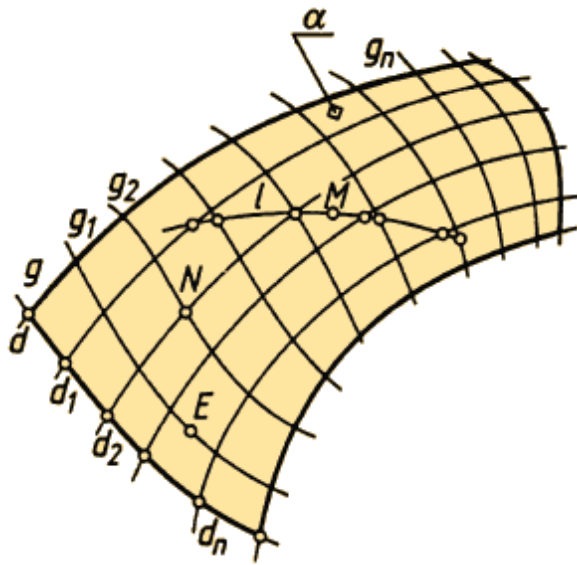


Рисунок 9.1 — Принцип утворення поверхонь

### Утворення і задання поверхонь

У нарисній геометрії поверхня розглядається як безперервна множина послідовних положень лінії, що переміщається у просторі за певним законом (рис. 9.1). Такий спосіб утворення поверхонь називають кінематичним.

Лінію  $g$ , яка при своєму русі утворює поверхню, називають *твірною*. Твірна може переміщуватися по будь-якій іншій нерухомій лінії  $d$ , яка називається *напрямною*. Оскільки твірна й напрямна можуть мати будь-яку форму, то і поверхонь може бути утворено безліч. Водночас форма і закон переміщення твірної однозначно визначають вигляд кривої поверхні.

Кожна лінія сімейства твірних перетинає всі лінії сімейства напрямних. Ці сімейства утворюють сітку, яка називається *каркасом поверхні*.

Поверхня вважається заданою, якщо на її кресленні можна побудувати будь-яку лінію або точку, які належать цій поверхні. При цьому точка належить поверхні, якщо вона лежить на лінії цієї поверхні. На рисунку 9.1 точка  $M$  належить лінії  $l$  поверхні.

Сукупність умов (параметрів), що однозначно визначають цю поверхню, називають її *визначником*. У визначнику виділяють геометричну й алгоритмічну частини. Геометрична частина визначника містить форму твірної і напрямних, а алгоритмічна частина задає закон руху і зміни у формі твірної у процесі руху.

### Обрис поверхні

Щоб надати кресленню поверхні наочності, будують її обрис — проекцію лінії контуру поверхні (рис. 9.2).

*Контуром*, або *контуром видимості*, поверхні називається лінія, точки якої є точками дотику проєціюючих прямих. Проекція контуру на площині проєкцій називається *обрисом поверхні*.

При зображенні поверхні на кресленні проекцію контурної лінії називають *лінією видимості*, яка є межею, що відокремлює видиму частину поверхні від прихованої, невидимої частини, на цій площині проєкцій.

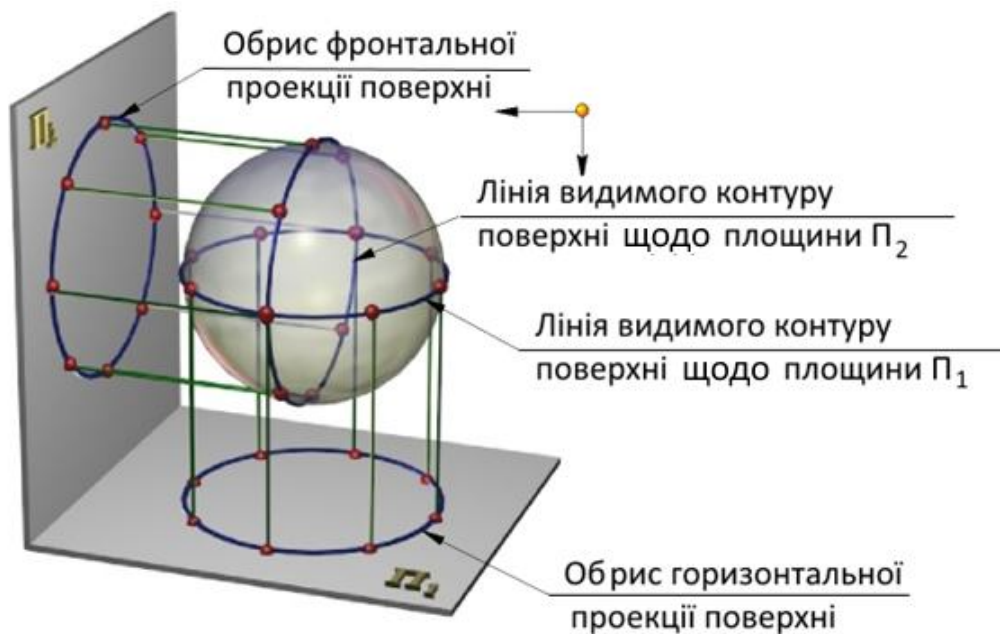


Рисунок 9.2 — Обриси поверхні на площинах проєкцій

### Класифікація поверхонь

Форми поверхонь настільки різноманітні, що їх загальної класифікації не існує. Однак у практичній діяльності людини широко використовуються поверхні, які необхідно будувати, обробляти, розраховувати, створювати, досліджувати й вивчати. Тому виділення поверхонь із певними геометричними властивостями, умовна класифікація необхідні для того, щоб спростити вивчення поверхонь, об'єднавши їх у певні групи за заданими ознаками. Одним з критеріїв класифікації поверхонь можуть бути складові частини їхнього визначника.

Поверхні класифікують за такими критеріями:

1. *За законом руху твірної* — поверхні з поступальним рухом, з обертальним і гвинтовим рухом твірної.
2. *За видом твірної* розрізняють поверхні з прямолінійною твірною — лінійчаті й поверхні з криволінійною твірною — нелінійчаті.
3. *За законом зміни форми твірної* — постійного або змінного виду.
4. *За ознакою розгортання* поверхні на площину — які розгортаються і ті, які ні.
5. *За способом задання* поверхні — аналітичним або графічним.
6. *За диференціальними властивостями* — гладкі або негладкі поверхні і за ознакою кривизни поверхні.

Необхідно відзначити, що одні й ті самі поверхні можуть бути класифіковані за різними ознаками. Тому як головну ознаку виділимо вид твірної і особливості її переміщення, тобто *кінематичну* ознаку утворення поверхонь.

## 9.2 Поверхні обертання

*Поверхнею обертання* називається поверхня, утворена обертанням лінії — прямої або кривої твірної — навколо нерухомої прямої осі обертання (рис. 9.3, а). На проєкційному кресленні вісь обертання розташовують перпендикулярно до площини проєкцій.

Лінії перетину поверхні площиною, перпендикулярною осі обертання, або кола, за якими переміщуються всі точки твірної, називаються *паралелями* (рис. 9.3, б). Найбільшу паралель називають *екватором*, найменшу — *горловиною*, або *горлом*. Якщо вісь поверхні вертикальна, то всі паралелі проєціюються на горизонтальну площину без спотворення (рис. 9.3, в).

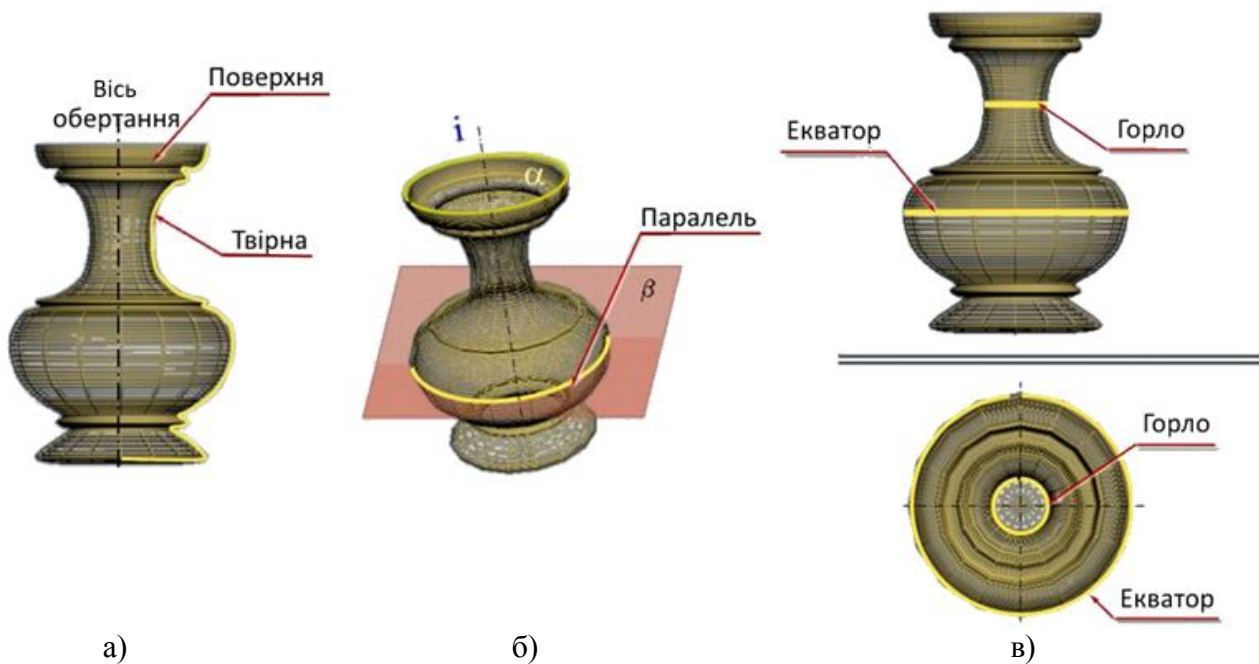


Рисунок 9.3 — Основні елементи поверхонь обертання

Площини, що проходять через вісь обертання, перетинають поверхню по лініях, які називаються *меридіанами*. Меридіан, розташований у площині, паралельній площині проєкцій, називається *головним* і проєціюється на цю площину обрисом поверхні (рис. 9.4).

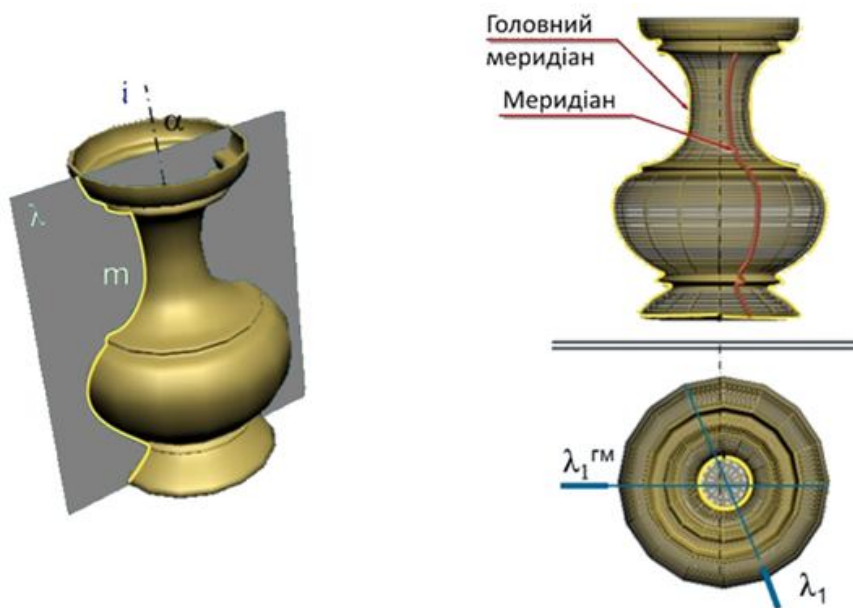


Рисунок 9.4 — Утворення меридіанів поверхонь обертання

### 9.2.1 Поверхні обертання, утворені обертанням кривої лінії

Вид поверхні обертання залежить від форми твірної і її положення щодо осі обертання. Розглянемо поверхні обертання, утворені обертанням кривої лінії.

#### Сфера та еліпсоїд обертання

Поверхня *сфери* утворюється обертанням кола навколо діаметра (рис. 9.5, а).

Якщо сферу стиснути або розтягнути вздовж одного з діаметрів, то утворюються *еліпсоїди обертання*, меридіаном яких є еліпс.

Якщо еліпс обертається навколо великої осі, еліпсоїд називають витягнутим (рис. 9.5, б); якщо обертання відбувається навколо малої осі, еліпсоїд називають стисненим, або *сфероїдом* (рис. 9.5, в).

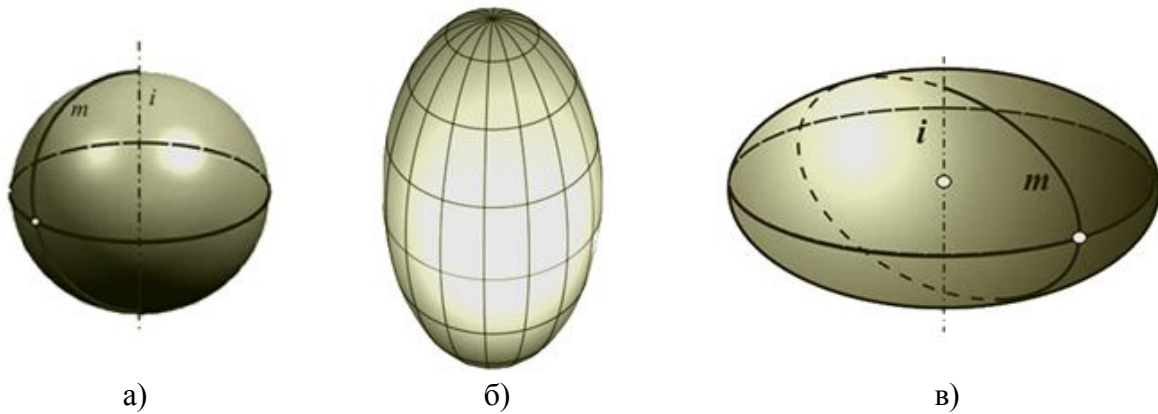


Рисунок 9.5 — Сфера та еліпсоїди обертання

Побудова проєкцій точок, розташованих на головних лініях сфери (екватор та головний меридіан), заснована на принципі приналежності та здійснюється тільки за допомогою ліній проєкційного зв'язку (точки А і В на рис. 9.6).

Проєкції будь-якої проміжної точки можна побудувати, провівши через цю точку лінію, паралельну будь-якій площині проєкції. Тоді на ту площину, якій вона паралельна, ця лінія спроеціюється у вигляді кола, а на дві інші — у вигляді прямих ліній, перпендикулярних осі симетрії. На рисунку 9.6 це проілюстровано на прикладі побудови проєкцій точок М і N.

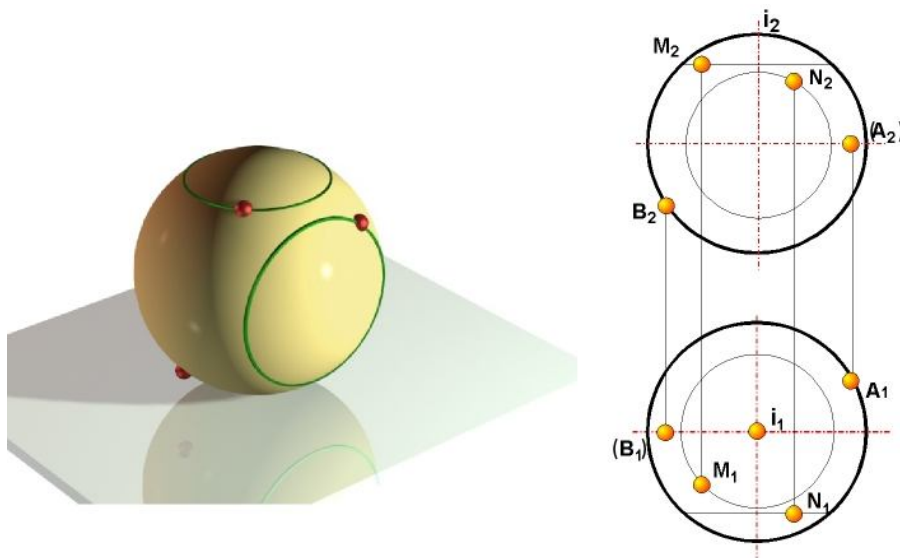


Рисунок 9.6 — Побудова проєкцій точок на поверхні сфери

### Тор

Поверхня тора утворюється обертанням кола навколо осі, що не проходить через його центр, але розташована в площині кола (рис. 9.7).

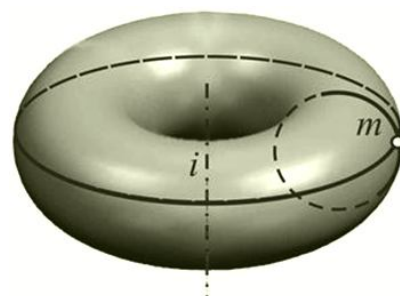


Рисунок 9.7 — Поверхня тора

Якщо коло не перетинає вісь обертання, поверхню називають *відкритим тором*, або *кільцем* (рис. 9.8, а). Якщо вісь торкається кола, то поверхню називають *закритим тором* (рис. 9.8, б), а якщо вісь перетинає коло, тор називають *таким, що самоперетинається* (рис. 9.8, в).

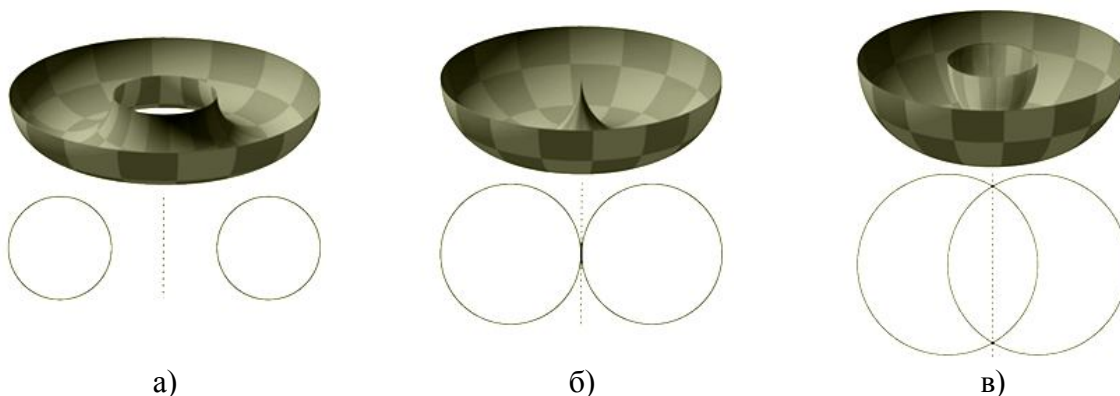


Рисунок 9.8 — Різновиди торів

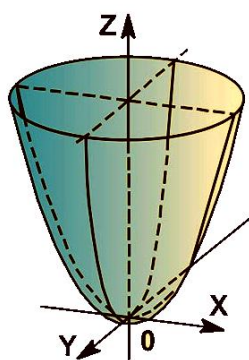


Рисунок 9.9 — Параболоїд обертання

### Параболоїд обертання

Меридіаном поверхні є парабола, вісь якої слугує віссю поверхні (рис. 9.9).

### Гіперболоїд обертання

Меридіаном поверхні є гіпербола. Якщо вісь обертання співпадає з дійсною віссю гіперболи, утворюється *двопорожнинний гіперболоїд обертання* (рис. 9.10, а); якщо віссю обертання є уявна вісь, то – *однопорожнинний* (рис. 9.10, б).

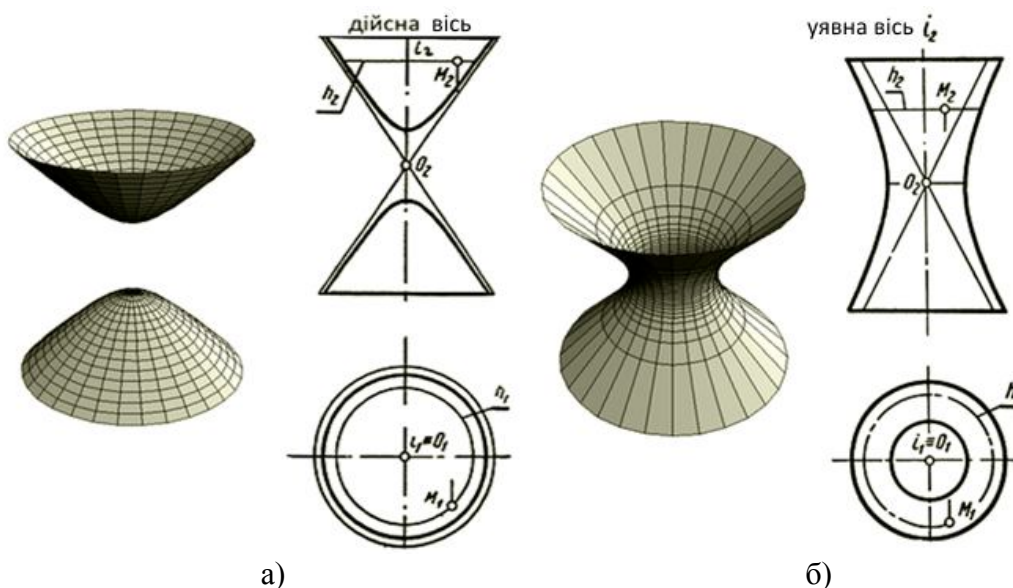


Рисунок 9.10 — Різновиди гіперболоїдів обертання

Точки, розташовані на поверхнях обертання, знаходять за допомогою проміжної паралелі, яку проводять через задану точку. На площині, перпендикулярній осі обертання, ці паралелі проєціюються в кола, а на іншій площині проєкцій – у прямі лінії, перпендикулярні осі обертання.

## 9.2.2 Поверхні обертання, утворені обертанням прямої лінії

Розглянемо поверхні, утворені обертанням прямої лінії, так звані *лінійчаті* поверхні.

### Прямий круговий циліндр і прямий круговий конус

У першому випадку (рис. 9.11, а) пряма твірна паралельна осі обертання, а у другому — перетинає її (рис. 9.11, б). Оскільки ці поверхні обертання нескінченно простягаються у напрямку своїх твірних, то на зображеннях їх обмежують слідами цих поверхонь на площинах проєкцій або обмежують паралеллю поверхні.

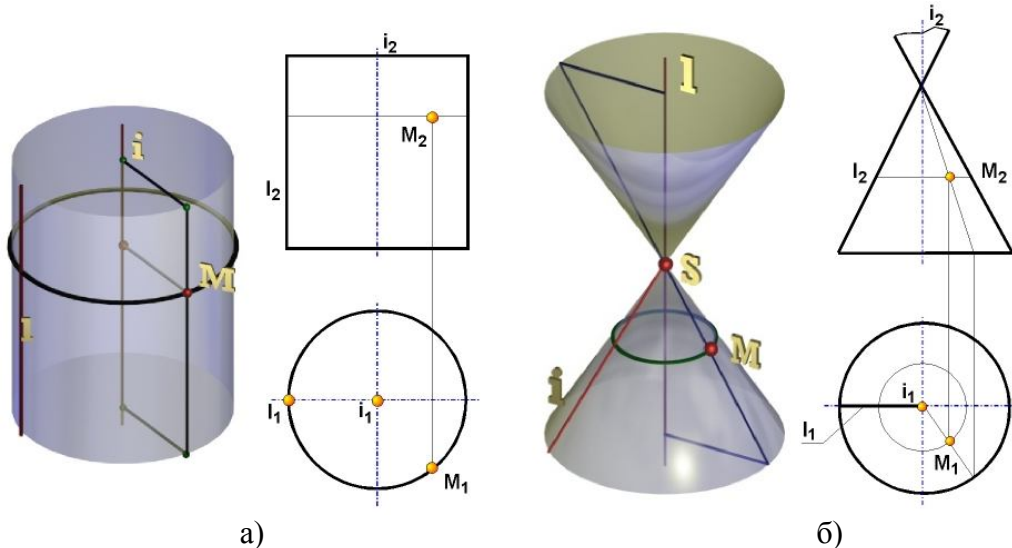


Рисунок 9.11 — Поверхні прямого кругового циліндра і прямого кругового конуса та розташування точок на них

Будь-яка точка, що належить бічній поверхні циліндра, проєціюється на коло основи в площині проєкцій, перпендикулярній осі циліндра (точка  $M$  на рис. 9.11, а).

### Прийоми побудови проєкцій точок, що належать бічній поверхні конуса

Як і на піраміді, на поверхні конуса через задану точку можна проводити лінію, паралельну основі конуса (паралель). На горизонтальній проєкції — це коло, а на фронтальній та профільній проєкціях — горизонтально розташовані прямі лінії (рис. 9.11, б).

Можна проводити пряму лінію (твірну), що проходить через вершину й основу конуса. Проєкції точки  $M$  у всіх площинах будуть належати проєкціям твірної (рис. 9.11, б).

Але, користуючись цим прийомом побудови, необхідно враховувати таке. Допоміжну твірну на проєкційному кресленні не можна розташовувати близько до осі обертання, оскільки при проведенні ліній проєкційного зв'язку, щоб знайти проєкції точки, виникає велика погрішність.

### Однопорожнинний гіперболоїд обертання

Раніше (див. рис. 9.10) зазначався спосіб утворення цієї поверхні, меридіаном якої була гіпербола. Однопорожнинний гіперболоїд обертання також може бути утворений обертанням прямої лінії, яка схрещується з нерухомою віссю обертання (рис. 9.12).

У разі обертання прямої твірної  $BC$  навколо осі кожна точка твірної переміщується по колу. Одна з паралелей — це коло з мінімальним радіусом  $OA$ , що дорівнює найкоротшій відстані між мимобіжними прямими (горловина поверхні). Очевидно, що та сама поверхня може бути утворена прямою твірною, нахиленою в протилежний бік (твірна  $B'C'$ ).

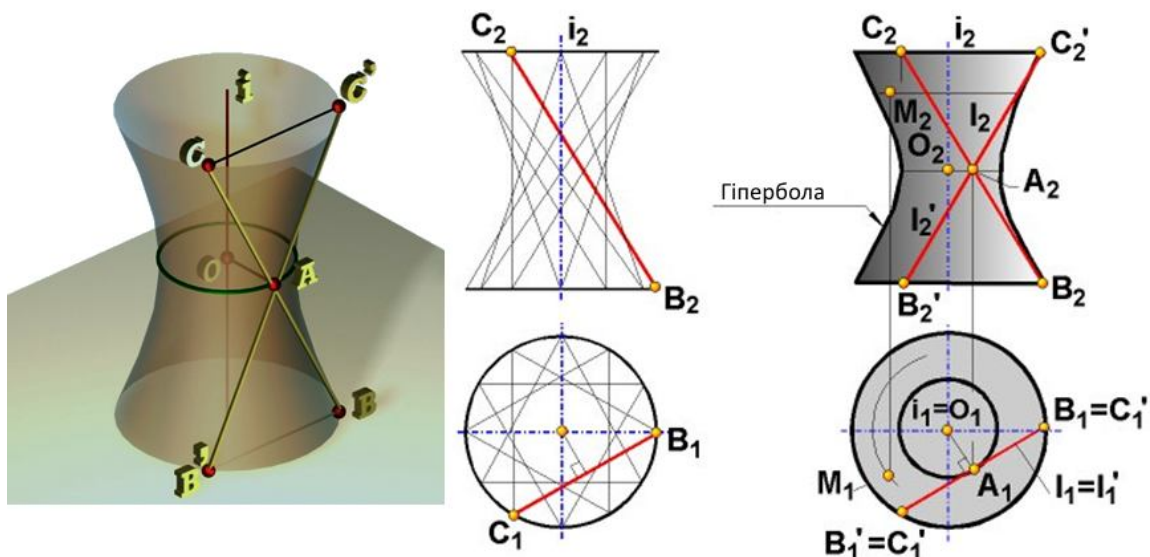


Рисунок 9.12 — Утворення однопорожнинного гіперboloїда обертання рухом прямої лінії

Отже, однопорожнинний гіперboloїд обертання має дві твірні прямі лінії, а на його поверхні є два сімейства прямолінійних твірних.

Якщо змінювати нахил твірної і привести її в положення, паралельне осі обертання, гіперboloїд обертання вироджується у циліндр обертання. Якщо, не змінюючи нахилу твірної, наблизити її до осі так, щоб вони перетнулися, гіперboloїд обертання вироджується у конус обертання.

Конструкції на основі гіперboloїда широко застосовуються в архітектурі. Вони мають високу міцність, тому часто використовуються у будівництві телевізійних веж великої висоти. На рисунку 9.13 наведено приклади таких конструкцій.



Телевежа у Гуанчжоу, Китай

Гіперboloїдна вежа у порту Кобе, Японія

Перша у світі конструкція-гіперboloїд, встановлена В. Г. Шуховим у 1896 році у Полібіно, Росія

Рисунок 9.13 — Приклади гіперboloїдних конструкцій



### 9.3 Гвинтові поверхні

Гвинтовою називають поверхню, утворену гвинтовим рухом твірної. Гвинтовим називають рух, при якому кожна точка твірної обертається навколо нерухомої осі й одночасно переміщується поступально уздовж цієї осі.

Якщо твірна — пряма лінія, гвинтову поверхню називають *гелікоїдом*. Гелікоїд називають *прямим*, якщо твірна становить із віссю поверхні прямий кут; в інших випадках гелікоїд називають *похилим*.

На рисунку 9.14 наведено проєкції прямого гелікоїда. Якщо твірна перетинається з віссю поверхні, гелікоїд називають *закритим* (рис. 9.14, а), якщо не перетинається — *відкритим* (рис. 9.14, б).

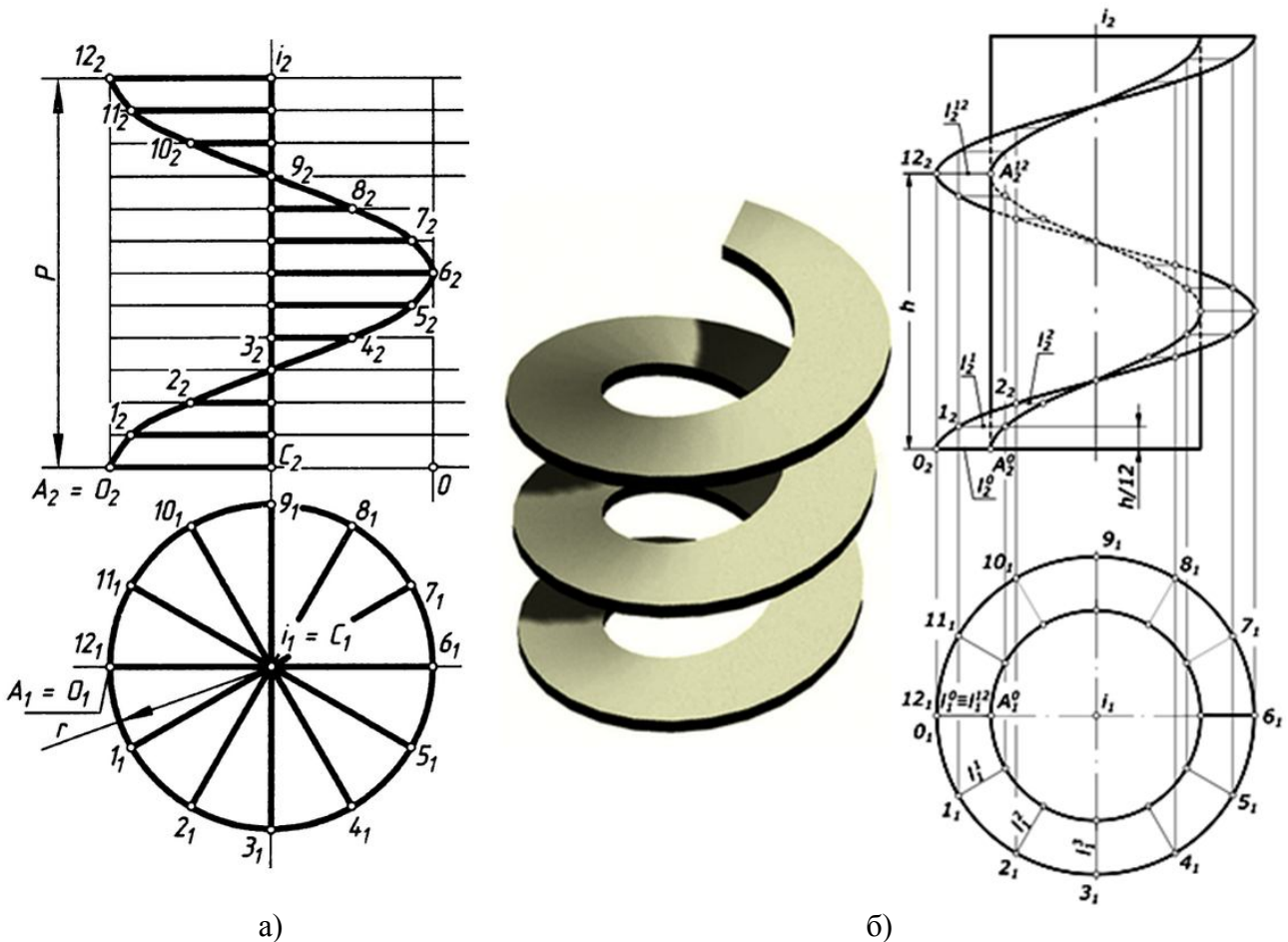


Рисунок 9.14 — Проєкції прямого закритого й відкритого гелікоїдів

На рисунку 9.15 зображено проєкції похилого закритого гелікоїда. Переріз цієї поверхні горизонтальною площиною, яка перпендикулярна осі, дає спіраль Архімеда.

У процесі побудови проєкцій похилого гелікоїда доцільно користуватися напрямним конусом. Кути нахилу до осі поверхні твірних гелікоїда і конуса беруться рівними, а твірні — відповідно паралельними.

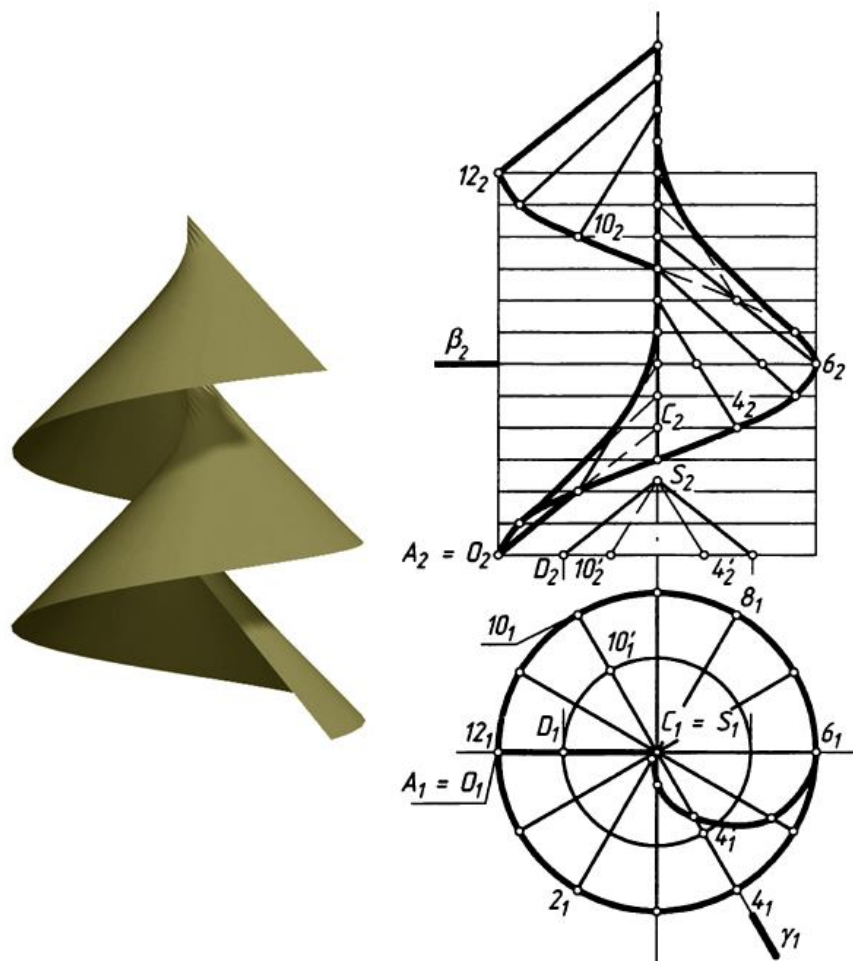


Рисунок 9.15 — Проекції похилого закритого гелікоїда

## 9.4 Поверхні, які розгортаються

Поверхнею, що розгортається, називають поверхню, яку можна розгорнути без розривів та складок і сумістити з площиною.

Здатність розгортатися є важливою властивістю кривої поверхні, вона дає можливість виготовляти з плоского листового матеріалу шляхом згинання різноманітні криволінійні форми. При розгортанні поверхні зберігаються довжини будь-яких ліній, що належать поверхні; кути, утворені двома лініями; площі фігур, утворені замкненими лініями.

Серед великої кількості кривих поверхонь до тих, що розгортаються, належать лінійчаті поверхні, утворені рухом прямої твірної. Однак лінійність не є достатньою умовою. До поверхонь, які можуть розгортатися, належать тільки три лінійчаті поверхні — циліндрична, конічна й торсова.

### Циліндрична й конічна поверхні

*Циліндрична поверхня* утворюється рухом прямої твірної лінії  $a$ , яка в будь-якому своєму положенні паралельна напрямку  $S$  та перетинає криволінійну напрямну  $m$  (рис. 9.16, а).

*Конічна поверхня* утворюється рухом прямої твірної  $a$ , що проходить через нерухому точку  $S$  (вершину), по кривій напрямній  $m$  (рис. 9.16, б).

Циліндричну поверхню можна розглядати як окремий випадок конічної поверхні, у якій вершина — нескінченно віддалена точка твірної.

*Циліндр* — геометричне тіло, обмежене замкнутою циліндричною поверхнею й двома паралельними площинами, що перетинають усі твірні цієї поверхні. Взаємно паралельні плоскі фігури, обмежені циліндричною поверхнею, називаються *основами циліндра*.

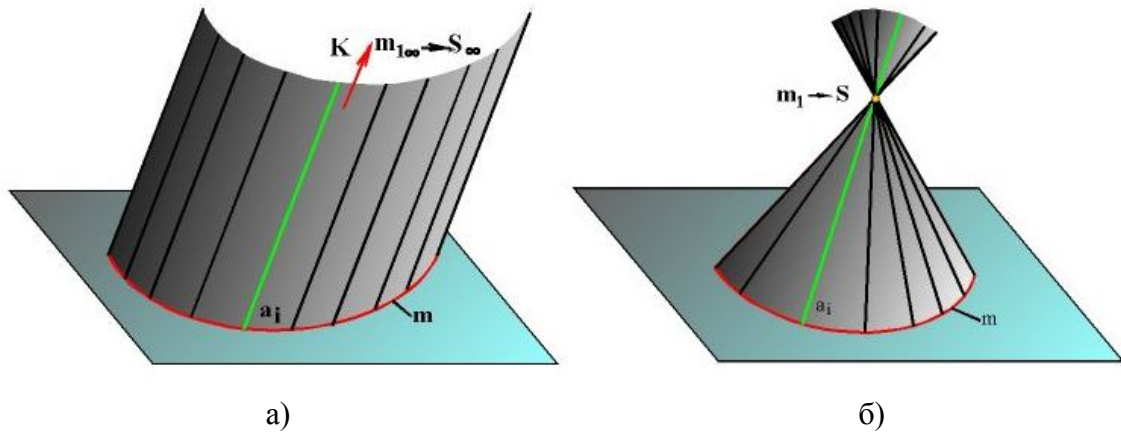


Рисунок 9.16 — Утворення циліндричної та конічної поверхонь

Якщо нормальний переріз (площина перетину, перпендикулярна твірним) має форму кола, то циліндрична поверхня називається *круговою*.

Окремими різновидами цих поверхонь є *прямий круговий циліндр* і *прямий круговий конус*, які були розглянуті раніше (рис. 9.11).

Комплексне креслення циліндричної та конічної поверхонь показано на рисунку 9.17. Будь-яку точку  $M$  ( $M_1, M_2$ ), яка належить поверхні, будують за допомогою твірної.

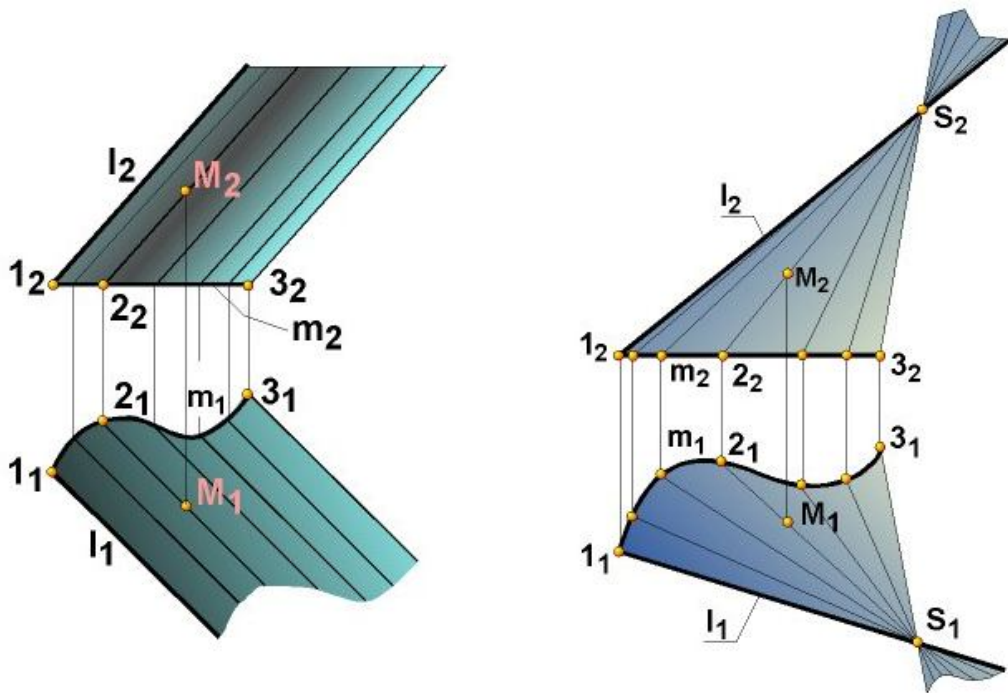


Рисунок 9.17 — Проекції циліндричної та конічної поверхонь і розташування точок на них

### Торсова поверхня, або поверхня з ребром звороту

Це лінійчата поверхня, утворена безліччю положень прямої твірної  $a$ , дотичної до просторової кривої лінії  $m$  (рис. 9.18, а). Така поверхня може бути задана тільки однією лінією — напрямною  $m$ . Напрямна торсової поверхні називається *ребром звороту*, оскільки переріз поверхні площиною є кривою  $ABC$  з особливою точкою  $B$  — *точкою звороту*, розташованою на ребрі звороту (рис. 9.18, б). Точка дотику  $B$  ділить дотичну на два промені, а ребро звороту ділить поверхню на дві порожнини, що наочно виявляється лінією перерізу. Якщо ребро звороту перетворити на плоску криву, то поверхня тора вироджується у відсік площини.

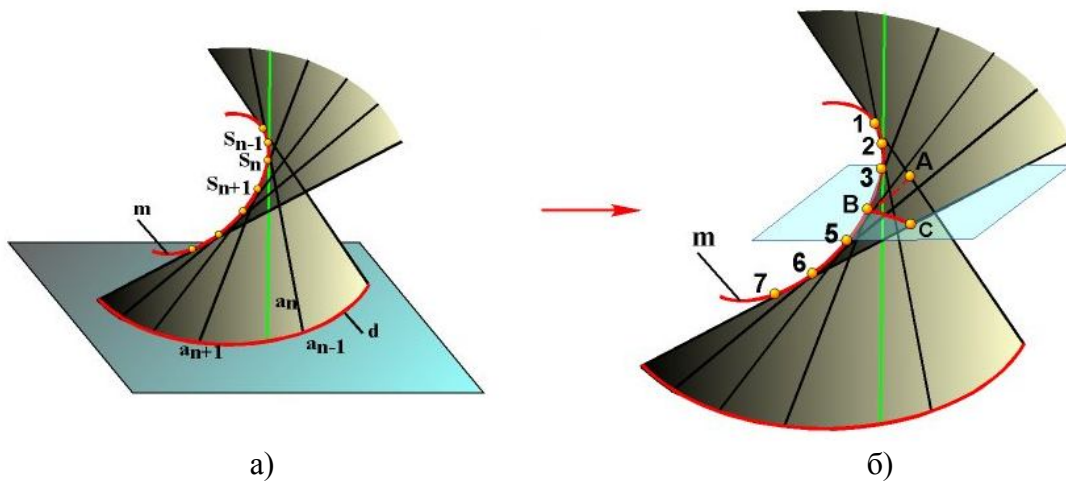


Рисунок 9.18 — Утворення торсової поверхні

## 9.5 Поверхні з площиною паралелізму

Поверхні цього виду широко застосовуються при утворенні поверхонь-оболонок для покриттів великопрогонних споруд. Архітектурні форми, утворені на їх основі, вирізняються не тільки естетичними, але й конструктивними та економічними перевагами.

У процесі проектування та конструювання поверхонь-оболонок велике значення має геометричний етап проектування.

Розглянемо деякі лінійчаті поверхні з двома напрямними  $m$  і  $n$  (рис. 9.19), твірні яких паралельні площині  $P$ , яка називається *напрямною площиною*, або *площиною паралелізму*. Залежно від форми напрямних утворюються три окремих різновиди поверхонь.

### Циліндроїд

Циліндроїдом називається поверхня, утворена рухом прямолінійної твірної  $l$  за двома напрямними кривими лініями  $m$  і  $n$ , при цьому твірна в усіх положеннях паралельна площині паралелізму  $\Sigma$  (рис. 9.19, а). Напрямні можуть бути як плоскими, так і просторовими кривими. На проєкційному кресленні циліндроїд задають проєкціями напрямних і положенням площини паралелізму.

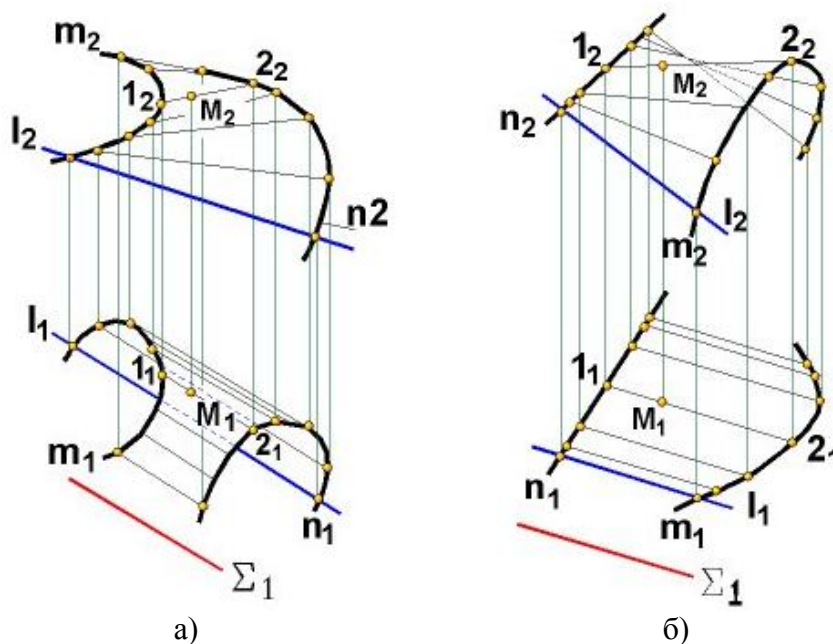


Рисунок 9.19 — Поверхні циліндроїда й коноїда

## Коноїд

Коноїдом називається поверхня, утворена рухом прямолінійної твірної  $l$  за двома напрямними, одна з яких крива лінія  $m$ , а інша — пряма  $n$ ; при цьому твірна в усіх положеннях паралельна площині паралелізму  $\Sigma$  (рис. 9.19, б). Якщо прямолінійна напрямна коноїда перпендикулярна до площини паралелізму  $\Sigma$ , то коноїд називають *прямим*.

## Гіперболічний параболоїд

Гіперболічним параболоїдом, або косою площиною, називається поверхня, утворена рухом прямолінійної твірної  $l$ , паралельної площині паралелізму  $\Sigma$ , за двома напрямними лініями — мимобіжними прямими  $m$  і  $n$  (рис. 9.20, а).

Ця поверхня, що дуже поширена в архітектурній практиці, має низку чудових властивостей, на яких варто зупинитися докладніше.

Гіперболічний параболоїд — поверхня, двічі лінійчата, як і однопорожнинний гіперболоїд (див. рис. 9.12). Вона містить два сімейства прямолінійних твірних.

Якщо на рисунку 9.20, а взяти за напрямні прямі  $AB$  і  $CD$ , а за площину паралелізму — горизонтальну площину проєкцій, ми отримаємо перше сімейство твірних  $m$  і  $n$ , що перетинають напрямні прямі  $AB$  і  $CD$ .

Якщо взяти за напрямні прямі крайні (контурні) твірні першого сімейства  $m$  і  $n$ , які також є мимобіжними прямими, й іншу площину паралелізму  $\Sigma$ , отримаємо друге сімейство твірних  $AB \dots CD$ .

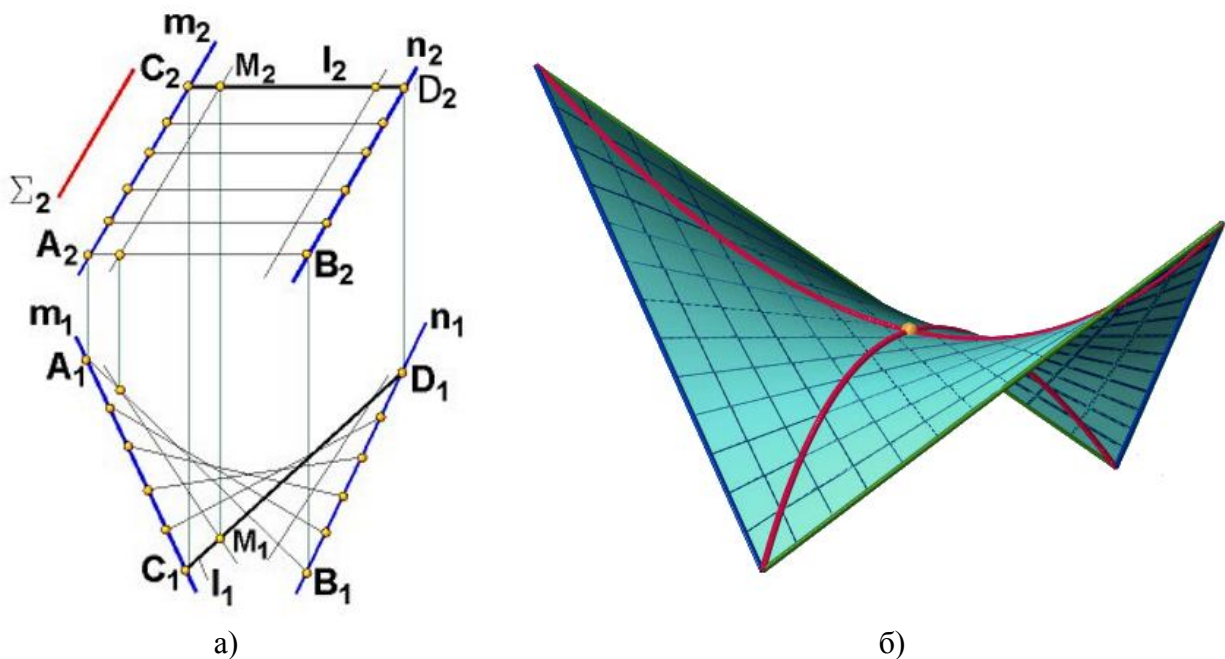


Рисунок 9.20 — Проекції гіперболічного параболоїда

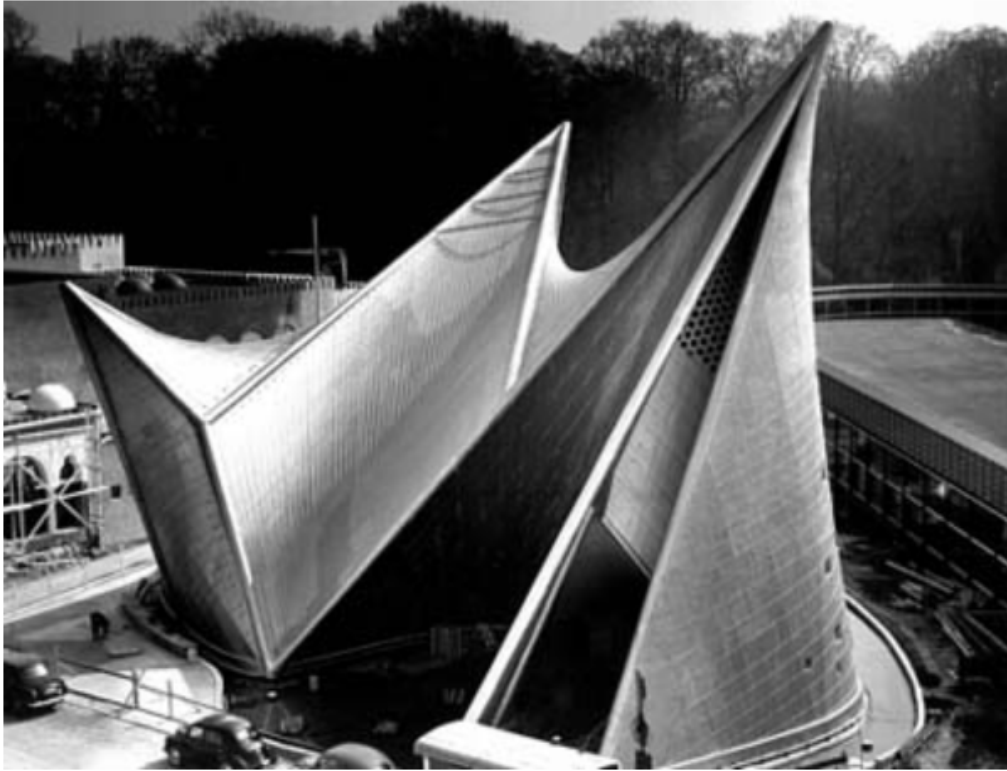
Твірні одного сімейства — мимобіжні прямі; кожна твірна одного сімейства перетинає всі твірні другого сімейства.

Отже, гіперболічний параболоїд має безперервний сітчастий каркас із двох сімейств твірних, що перетинаються. Ця властивість надає поверхні велику просторову жорсткість і добру технологічність зведення.

Поверхня гіперболічного параболоїда може бути утворена й іншим способом, як поверхня паралельного переносу, коли одна парабола переміщається паралельно самій собі за напрямною параболою, розташованою у взаємно перпендикулярній площині (рис. 9.20, б).

У проектній практиці гіперболічний параболоїд задається відсіком поверхні, контури якої визначаються архітектурними й конструктивними завданнями. Маючи виразний силует і різноманітні обриси граничного контуру, поверхня гіперболічного параболоїда дозволяє створювати оригінальні просторові композиції.

На рисунку 9.21 наведено приклади застосування цієї поверхні.



Павільйон Philips на всесвітній виставці у Брюсселі 1958 року. Архітектор Ле Корбюзьє



Олімпійський стадіон у Токіо. 1962 рік, архітектор Кензо Танге

Рисунок 9.21 — Приклади застосування поверхні гіперболічного параболоїда в архітектурі

## 9.6 Побудова перерізів поверхонь

Побудова лінії перетину поверхні площиною знаходить застосування в процесі архітектурного проектування та розроблення креслень, у процесі креслення розрізів і планів споруд, деталей і вузлів конструкцій, а також у побудові тіней на кресленнях фасадів будівель.

Розглянемо використання перерізів в утворенні певних форм виробів на прикладі часто застосованих поверхонь обертання, але зауважимо, що ці самі поняття і прийоми використовуються і у роботі з іншими поверхнями.

### Циліндричні перерізи

На рисунку 9.22 зображено перерізи циліндра проєціюючими площинами.

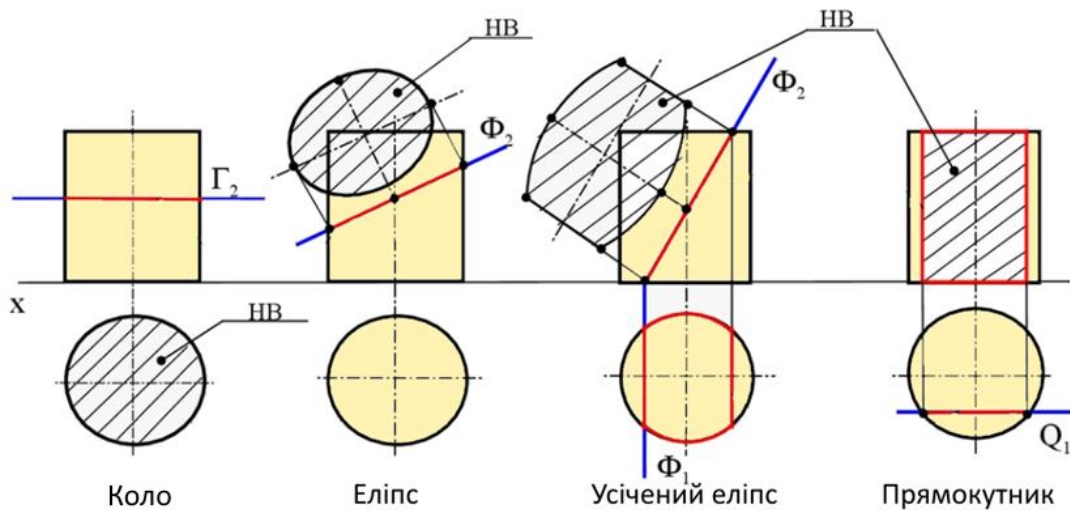


Рисунок 9.22 — Перерізи циліндра проєціюючими площинами

### Конічні перерізи

При перетині конуса обертання площиною можуть утворитися: прями, які перетинаються, коло, еліпс, парабола і гіпербола (рис. 9.23).

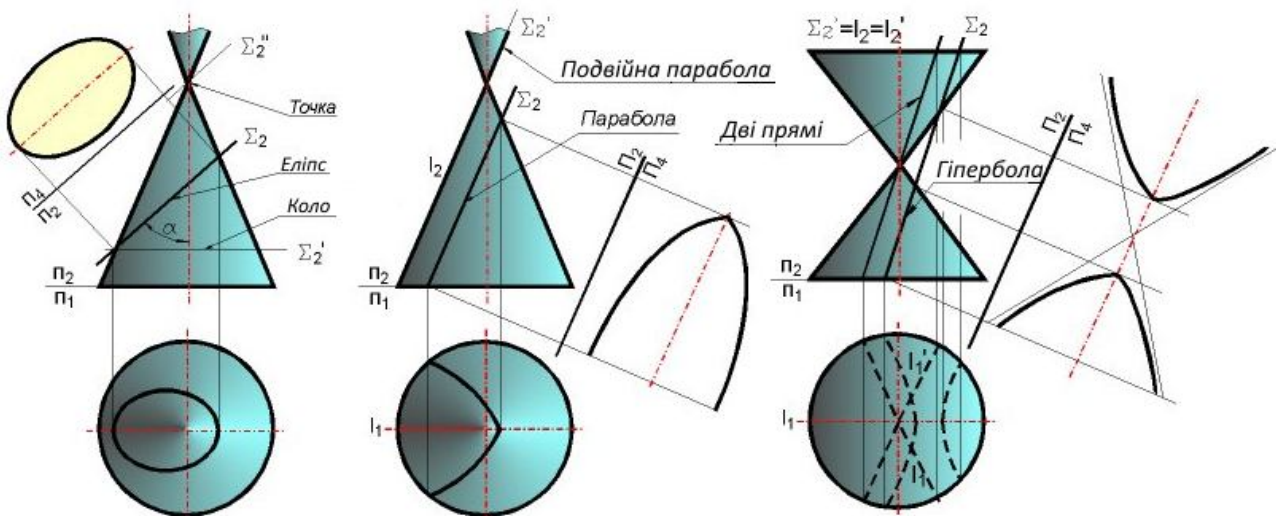


Рисунок 9.23 — Перерізи конуса проєціюючими площинами

Площина, що проходить через вершину, перетинає конус по двом *прямим* — твірним конуса. Площина, перпендикулярна осі, перетинає конус по *колу*.

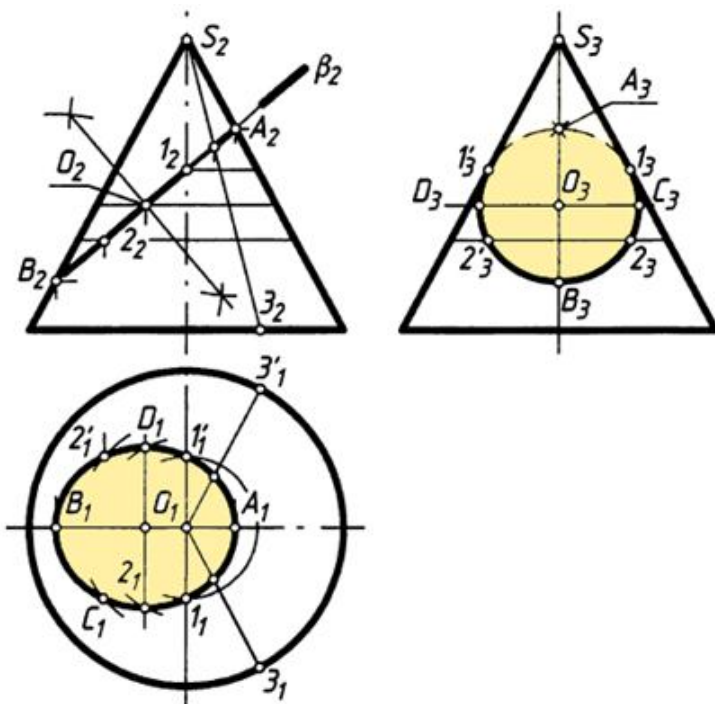


Рисунок 9.24 — Утворення еліпса в перерізі конуса

Фігурою перерізу конуса площиною, що перетинає всі його твірні й не перпендикулярна його осі, буде *еліпс* (рис. 9.24). Центр еліпса знаходиться у точці  $O$ , яка ділить відрізок  $AB$  навпіл. Побудова проєкцій еліпса зрозуміла з креслення.

Якщо січна площина перетинає одну полу поверхні конуса й паралельна одній його твірній, то перерізом буде *парабола* (рис. 9.25). Особливими точками лінії перерізу є такі точки:

1 — вершина параболи; 2 — на профільному меридіані; 3 — на основі. Випадкові точки визначають за допомогою паралелей або твірних.

Для визначення дійсного розміру перерізу будується нова горизонтальна проєкція на площину  $\Pi_5$  у проєкційному зв'язку з лінією перерізу  $\beta_2$ . Ширину перерізу або координати  $y$  беруть із горизонтальної проєкції.

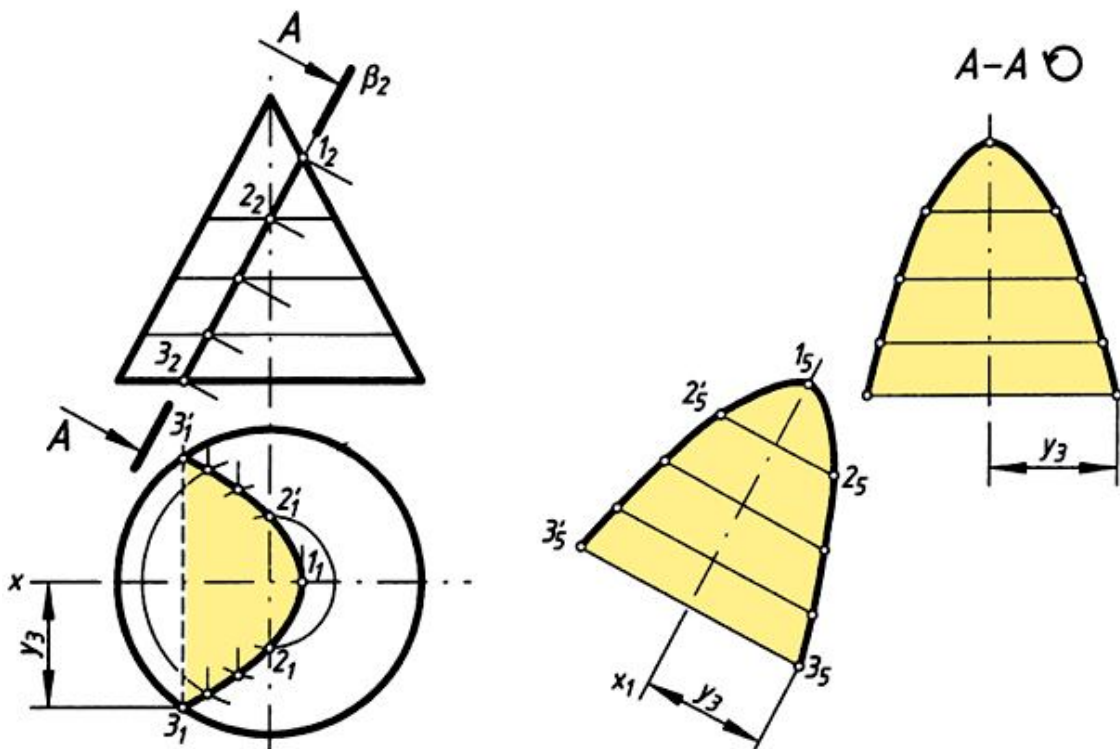


Рисунок 9.25 — Утворення параболи в перерізі конуса

Якщо січна площина перетинає обидві полу поверхні конуса й паралельна двом його твірним, то в перерізі вийде крива, що складається з двох симетричних гілок, — *гіпербола* (рис. 9.26). Особливими точками є такі точки: 1 — вершина гіперболи; 3 — на профільному меридіані; 4 — на паралелі основи. У прикладі розглядається випадок, коли частина конуса видалена і площина зрізу є складовою частиною поверхні деталі.



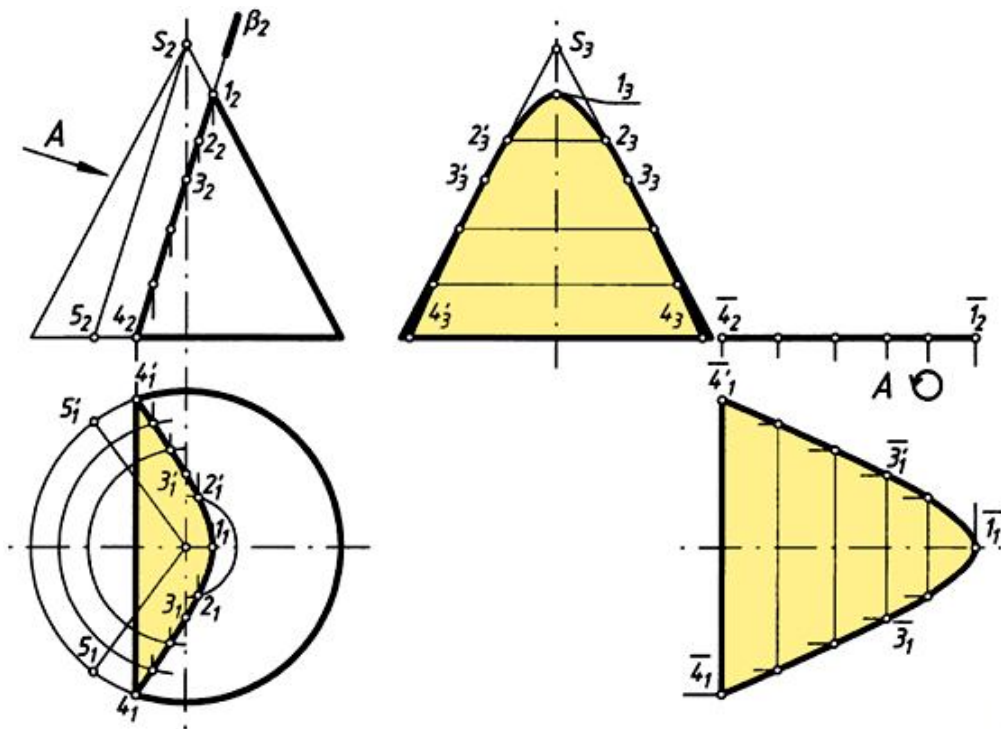


Рисунок 9.26 — Утворення гіперболи в перерізі конуса

Для побудови дійсного розміру перерізу площину зрізу  $\beta_2$  перемістили відносно фронтальної площини до положення  $4_1-1_2$ . При цьому горизонтальні проекції точок  $4_1-1_1$  переміщуються паралельно осі  $x$  до положення  $4_1-1_1$ .

### Переріз сфери

Переріз сфери площиною завжди обмежений колом (рис. 9.27), центром якого є основа перпендикуляра, опущеного з центра сфери на січну площину (точка 7).

Фронтальна проекція зрізу сфери площиною  $\gamma \perp \Pi_2$  відображається відрізком 1-6 — хордою головного меридіана, а горизонтальна і профільна проекції — еліпсом зі сполученими діаметрами 1-6 та 7-7. Центр еліпса — точка перетину нормалі  $O_7$  із площиною  $\gamma$ . При побудові проекцій спочатку знаходять такі опорні точки лінії зрізу:

- 1, 6, 7 — кінці сполучених діаметрів. Точки 1, 6 будують за приналежністю їх головному меридіану сфери, а точки 7, 7 — за допомогою паралелі січної площини  $\omega$ ;
- 3 — точки на екваторі сфери;

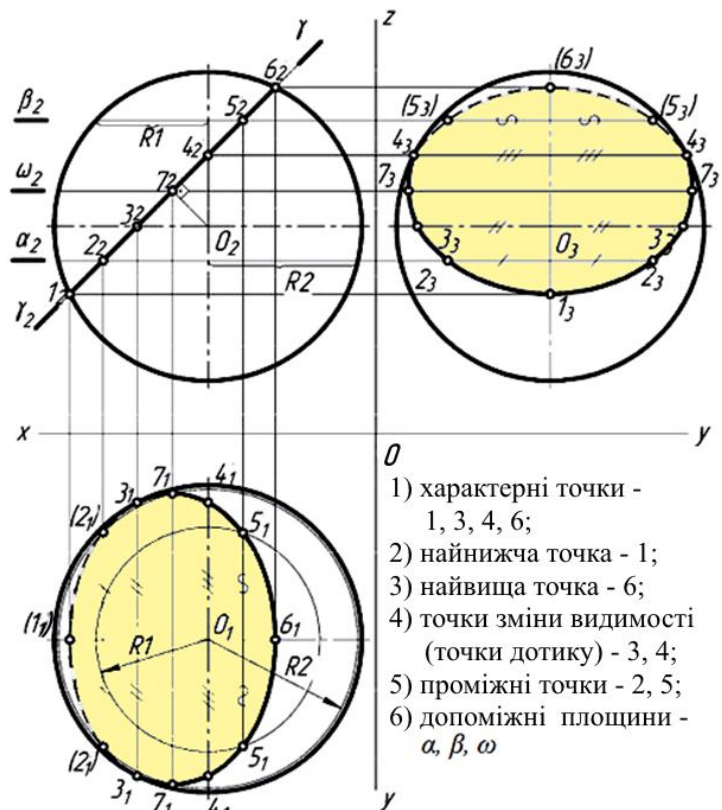


Рисунок 9.27 — Переріз сфери фронтально-проєкціуючою площиною

- 1) характерні точки - 1, 3, 4, 6;
- 2) найнижча точка - 1;
- 3) найвища точка - 6;
- 4) точки зміни видимості (точки дотику) - 3, 4;
- 5) проміжні точки - 2, 5;
- 6) допоміжні площини -  $\alpha, \beta, \omega$

4 — точки перетину профільного меридіана сфери з площиною  $\gamma$ . Для цього через точку  $4_2$  проводять горизонтальну лінію зв'язку, будують її профільну проекцію, відзначають точки  $4_3$ , а по вертикальній лінії зв'язку відзначають точки  $4_1 = 4_3$ .

Випадкові точки 2, 5 будують за допомогою паралелей січних площин  $\alpha$  і  $\beta$  із радіусами кіл відповідно  $R_2$  і  $R_1$ .

## 9.7 Перетин прямої лінії з кривою поверхнею

Визначення точок перетину прямої лінії з кривою поверхнею застосовується при побудові лінії перетину поверхонь, а також при побудові падаючих тіней. Пряма лінія може перетинати поверхню в двох і більше точках, може торкатися її.

Щоб знайти точки перетину прямої лінії з кривою поверхнею (рис. 9.28), необхідно провести через цю пряму допоміжну січну площину та побудувати лінію перетину допоміжної площини із цією поверхнею. Точки перетину прямої з побудованою лінією перерізу поверхні й будуть шуканими точками.

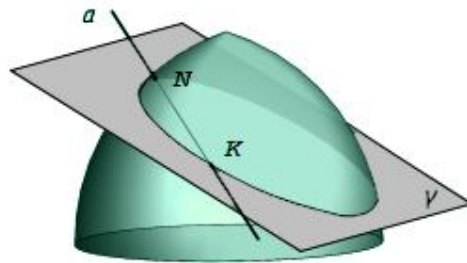


Рисунок 9.28 — Визначення точок перетину прямої лінії з кривою поверхнею

Зазвичай як допоміжну обирають проєціюючу площину. Однак в окремих випадках потрібно брати площину загального положення, з тим щоб проєкції перерізу мали графічно просту форму — прями лінії або кола.

**Приклад 1.** Побудувати точки перетину прямої  $a$  з нелінійчатою поверхнею обертання  $\Phi$  (рис. 9.29).

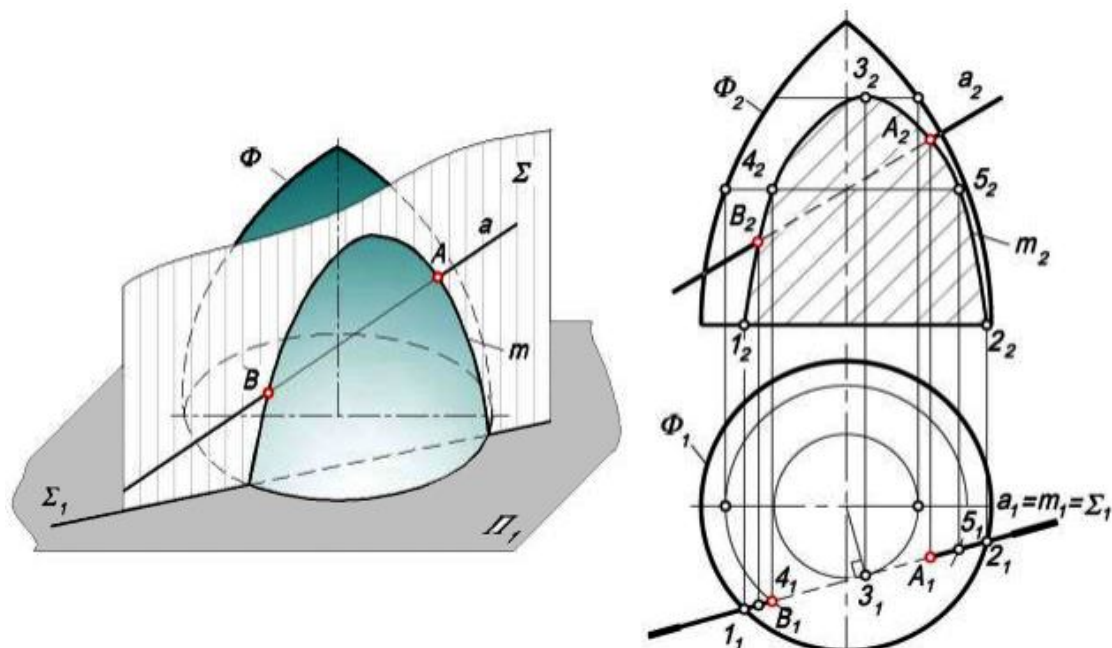


Рисунок 9.29 — Приклад побудови точок перетину прямої лінії з поверхнею обертання

Отримати простий за формою переріз у цьому завданні неможливо, тому необхідно провести через пряму допоміжну проєціюючу площину й побудувати переріз за допомогою декількох паралелей.

Горизонтальна проєкція лінії перерізу суміщена з проєціюючим слідом площини  $\Sigma$ . Отже, завдання зводиться до побудови фронтальних проєкцій точок, що відзначаються на горизонтальній проєкції лінії перерізу.

Фронтальні проєкції точок 1 і 2 знаходять за допомогою ліній проєкційного зв'язку. Щоб знайти найвищу точку 3 лінії перерізу, потрібно на плані визначити паралель, яка торкнулася б січної площини, але не перетинала б її. Точки А і В перетину прямої з побудованою лінією  $m$  перерізу будуть шуканими. Відрізок прямої між цими точками буде невидимим.

**Приклад 2.** Побудувати точки перетину прямої  $l$  з конічною поверхнею (рис. 9.30).

Якщо обрати як допоміжні проєціюючі площини, то перерізами поверхні будуть криві лінії — гіпербола або еліпс. Тому для визначення точок перетину прямої з поверхнею конуса через цю пряму необхідно провести допоміжну площину загального положення, яка перетнула б поверхню конуса за твірними. Така площина має бути проведена через дану пряму  $l$  і вершину конуса  $S$ .

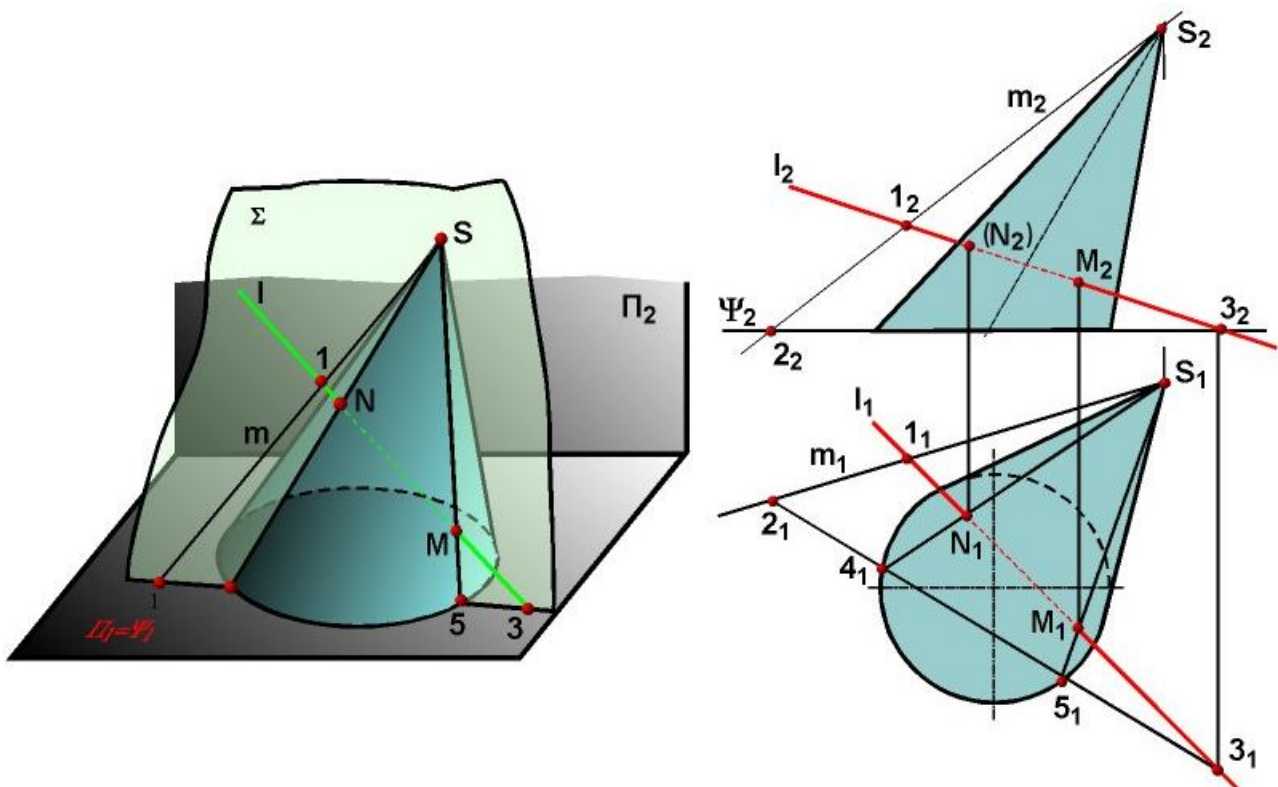


Рисунок 9.30 — Приклад побудови точок перетину прямої лінії з конічною поверхнею

Площина  $\Sigma$  визначається допоміжною прямою  $m$  і перетинає конус по твірним. Для знаходження цих твірних побудуємо лінію перетину допоміжної площини з площиною основи конуса. Для цього знайдемо сліди прямих  $m$  і  $l$ . Це відповідно точки 2 і 3. З'єднавши ці точки, отримаємо горизонтальний слід площини  $\Sigma$ .

Слід  $(2_1-3_1)$  перетинає коло основи конуса в точках 4 і 5. Шукані твірні — лінії  $(S-4)$  і  $(S-5)$ . У перетині цих ліній і прямої  $l$  знаходимо точки  $M$  і  $N$  — точки перетину прямої  $l$  із поверхнею конуса.

**Приклад 3.** Побудувати точки перетину прямої  $l$  із поверхнею еліптичного циліндра (рис. 9.31).

Як і в попередньому прикладі, через пряму потрібно провести допоміжну площину, яка перетне бокову поверхню циліндра по твірним. Такою площиною буде площина загального положення, проведена через задану пряму й допоміжну пряму  $m$ , яка паралельна твірним циліндра. Подальші побудови аналогічні попередньому прикладу.

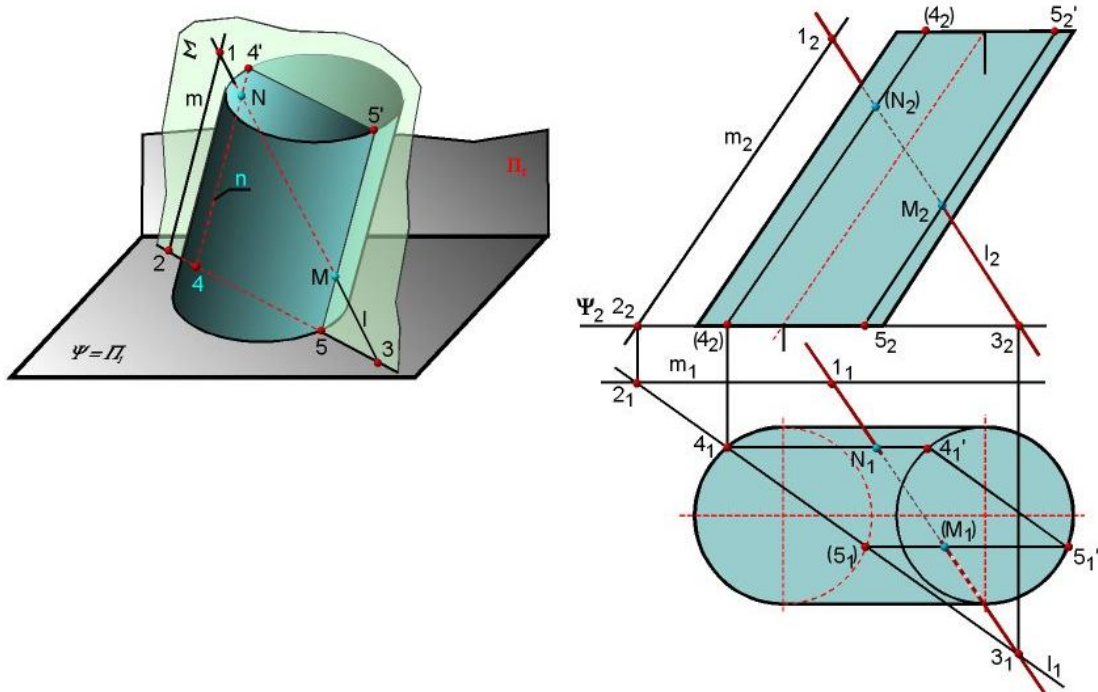


Рисунок 9.31 — Приклад побудови точок перетину прямої лінії з поверхнею еліптичного циліндра

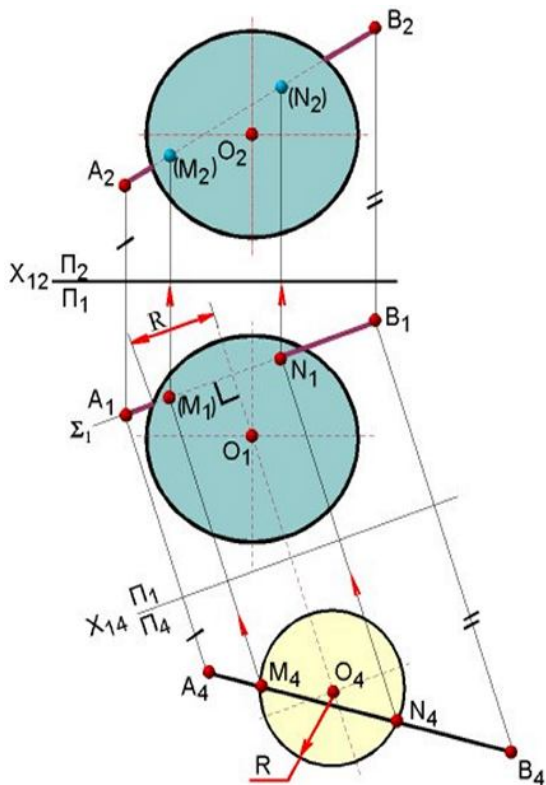


Рисунок 9.32 — Приклад побудови точок перетину прямої лінії з поверхнею сфери

**Приклад 4.** Побудувати точки перетину прямої  $AB$  із поверхнею сфери (рис. 9.32).

Через пряму проведена горизонтально-проєціююча площина  $\Sigma$ . Вона перетинає сферу по колу, що на фасаді зображується еліпсом.

Щоб уникнути побудови еліпса, застосуємо спосіб заміни площин проєкцій і візьмемо за нову фронтальну площину проєкцій площину  $\Pi_4$ , паралельну січній площині. Побудуємо на новій площині  $\Pi_4$  проєкцію заданої прямої  $AB$  і коло перерізу сфери, відклавши висоту його центра — аплікату точки  $O$ . Отримані точки  $M_4$  і  $N_4$  перетину проєкції прямої з контуром перерізу переносяться потім на початкові проєкції. На плані будуть видимими точки, розташовані вище екватора сфери (точка  $N$ ), а на фасаді — точки, що розміщуються на передній половині сфери (точки  $M$  і  $N$  невидимі).

## 9.8 Перетин кривих поверхонь

Архітектурні споруди та будівлі, різні фрагменти й деталі є поєднанням багатьох геометричних форм: призм, паралелепіпедів, поверхонь обертання і складніших кривих поверхонь, що перетинаються між собою. У процесі проектування й виконання зображень на проєкційних кресленнях необхідно будувати лінії перетину поверхонь.

Основний спосіб побудови лінії перетину поверхонь — спосіб допоміжних січних поверхонь (посередників).

Для побудови лінії перетину необхідно побудувати ряд точок, що належать обом поверхням, які перетинаються. Положення допоміжних поверхонь вибирають так, щоб вони перетинали задані поверхні по графічно простих лініях — прямих або колах. Побудови виконують у такій послідовності (рис. 9.33):

- 1) проводять допоміжну поверхню  $\Sigma$ , що перетинає задані поверхні;
- 2) будують лінії  $m$  і  $n$  перетину допоміжної поверхні  $\Sigma$  із заданими поверхнями  $\Psi$  і  $\Phi$ ;
- 3) визначають точки  $A$  і  $B$  перетину допоміжних ліній  $m$  і  $n$ .

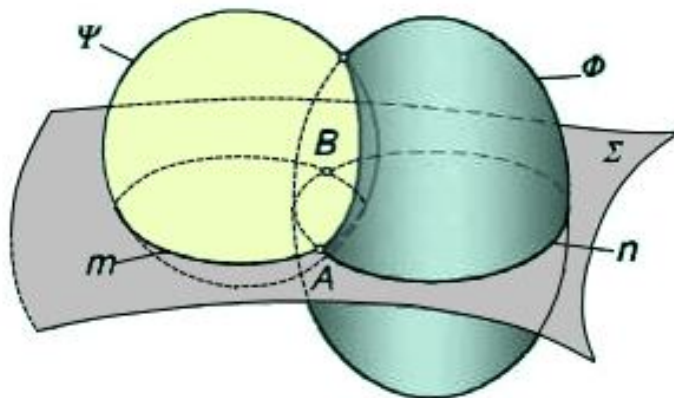


Рисунок 9.33 — Алгоритм побудови лінії перетину поверхонь

Оскільки точки  $A$  і  $B$  одночасно належать обом допоміжним лініям і, отже, поверхням, що перетинаються, то вони є точками, що належать шуканій лінії перетину. Провівши декілька допоміжних січних поверхонь, отримаємо ряд точок лінії перетину. Їх необхідно з'єднати плавною кривою в певній послідовності. Проекції лінії перетину мають знаходитися в межах обрисів як однієї, так і іншої поверхні одночасно.

Як допоміжні січні поверхні зазвичай вибирають площини або сфери. У першому випадку побудова здійснюється *способом допоміжних січних площин*, а в другому — *способом допоміжних січних сфер*.

Перш ніж вирішити питання, яку допоміжну січну поверхню вибрати для побудови лінії перетину поверхонь, необхідно з'ясувати, чи не займає одна з поверхонь проєціююче положення. У цьому разі рішення поставленої задачі спрощується через те, що одна з проєкцій лінії перетину буде співпадати зі слідом проєціюючої поверхні, яка входить до умови задачі. Рішення зводиться до визначення іншої проєкції лінії, що належить поверхням, які перетинаються.

### 9.8.1 Спосіб допоміжних січних площин

Він аналогічний побудові лінії перетину двох площин загального положення, розглянутій раніше (див. розд. 7.5, рис. 7.28).

Побудову лінії перетину поверхонь починають із визначення характерних її точок — екстремальних (вищої та нижчої) і точок видимості, що відокремлюють видиму частину лінії перетину від невидимої.

**Приклад 1.** Побудувати лінію перетину поверхонь прямої тригранної призми і прямого кругового конуса (рис. 9.34).

Опорні точки в задачі позначені буквами, а випадкові — цифрами. Зазначимо, що площини граней призми горизонтально-проєціюючі, і, отже, горизонтальні проєкції ліній їх перетину з конусом вже відомі.

Побудову фронтальних проєкцій почнемо з точок Е і Н перетину основи конуса з основою призми, оскільки вони лежать в одній площині та їхні горизонтальні проєкції перетинаються.

На горизонтальній проєкції видно, що з конусом перетинається одне бічне ребро. Проведемо через вершину S конуса і це ребро площину-посередник  $\sigma \perp \Pi_1$ , яка перетне конус по твірній із горизонтальною проєкцією ( $S_1C_1$ ). Будуємо фронтальну проєкцію цієї твірної та в перетині з фронтальною проєкцією ребра відзначаємо точку  $C_2$  хрестиком, оскільки точка С лежить за площиною головного меридіана  $\varphi$  і на фронтальній проєкції буде невидимою, так само як і точка Н.

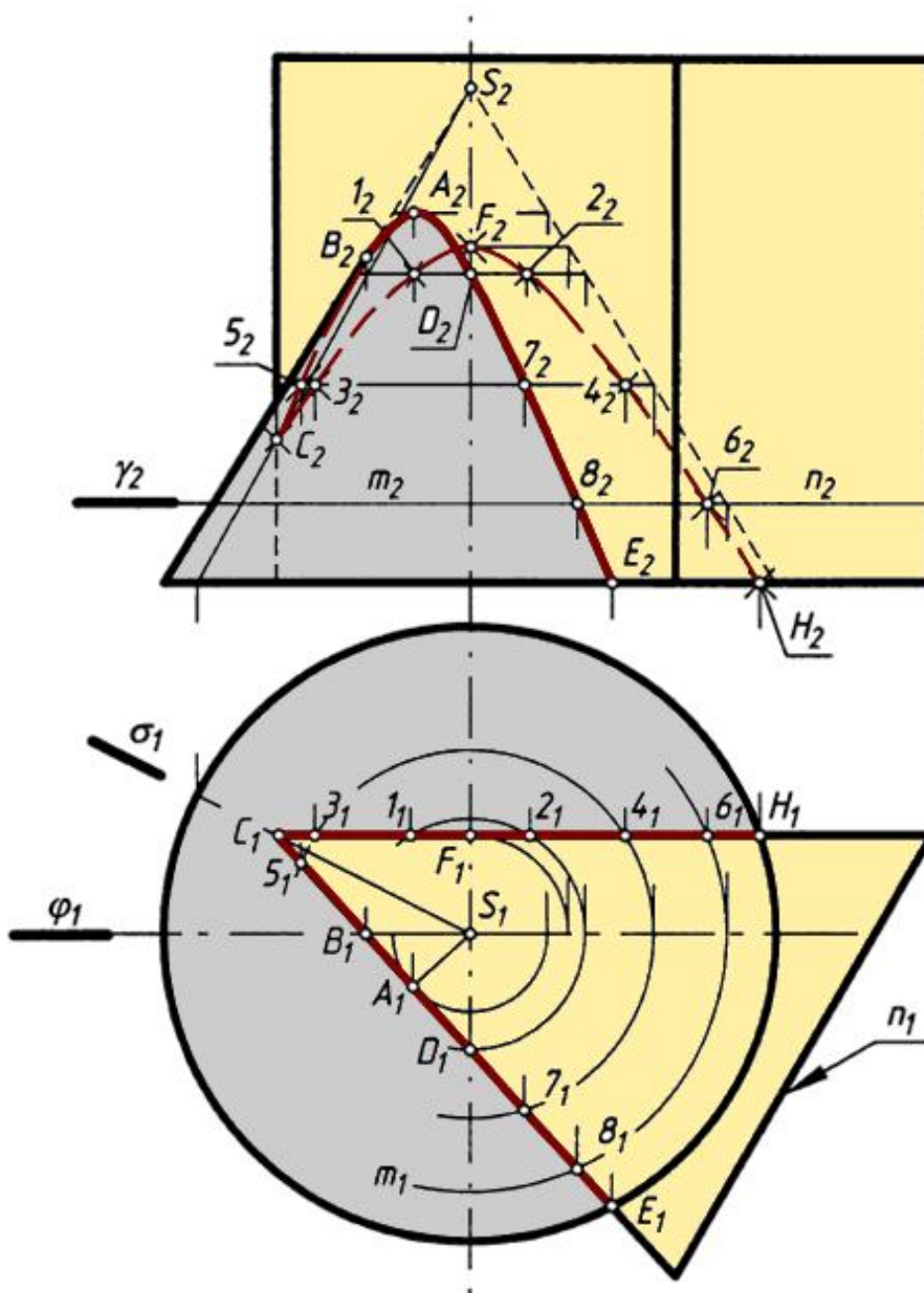


Рисунок 9.34 — Побудова лінії перетину поверхонь призми й конуса

Фронтальну проекцію точки В перетину головного меридіана з гранню призми відзначаємо по лінії зв'язку. Ця точка є межею видимості на фронтальній проекції. Відомо, що в перерізі конуса площиною, паралельною його осі, утворюється гіпербола. Отже, у нашому випадку грані з конусом перетинаються по гіперболах. З точки  $S_1$  опустимо перпендикуляри на грані й відзначимо точки  $A_1$  і  $F_1$  — горизонтальні проекції вершин гіпербол. Побудуємо паралелі, радіуси яких дорівнюють відрізкам  $(S_1A_1)$  і  $(S_1F_1)$  відповідно, зазначимо їхні фронтальні проекції та по лініях зв'язку відзначимо на цих паралелях фронтальні проекції  $A_2$  і  $F_2$  вершин з урахуванням видимості.

Для побудови інших точок використовуються паралелі конуса, які перетинають грані призми. Знаходимо положення цих паралелей на фронтальній проекції та відповідні точки на них.

Отримані точки однієї грані послідовно з'єднуємо плавною кривою з урахуванням видимості. Після побудови кривих лінії перетину обводимо видимі ділянки обрисів поверхонь.

**Приклад 2.** Побудувати лінію перетину циліндричної і  $\frac{1}{4}$  частини сферичної поверхонь (рис. 9.35).

Циліндрична поверхня є горизонтально-проєціюючою, тобто горизонтальна проекція лінії перетину вже відома.

Точки 1 і 2 розташовані на основах поверхонь, точка 3 — крайня праворуч на лінії перетину. Вона є також точкою межі видимості. Знаючи горизонтальну проекцію точки  $3_1$  на поверхні сфери, знайдемо її фронтальну проекцію  $3_2$  за допомогою кола з радіусом  $R$ . Точка 4 є найвищою точкою лінії перетину, вона найближча до вертикальної осі поверхні сфери, й знаходиться аналогічним способом. Точка 5 належить головному меридіану сфери. Точки 1, 2, 3, 4, 5 є опорними (характерними) точками лінії перетину поверхонь. Для точнішої побудови шуканої лінії знайдемо проміжну точку 6 аналогічно побудові попередніх точок.

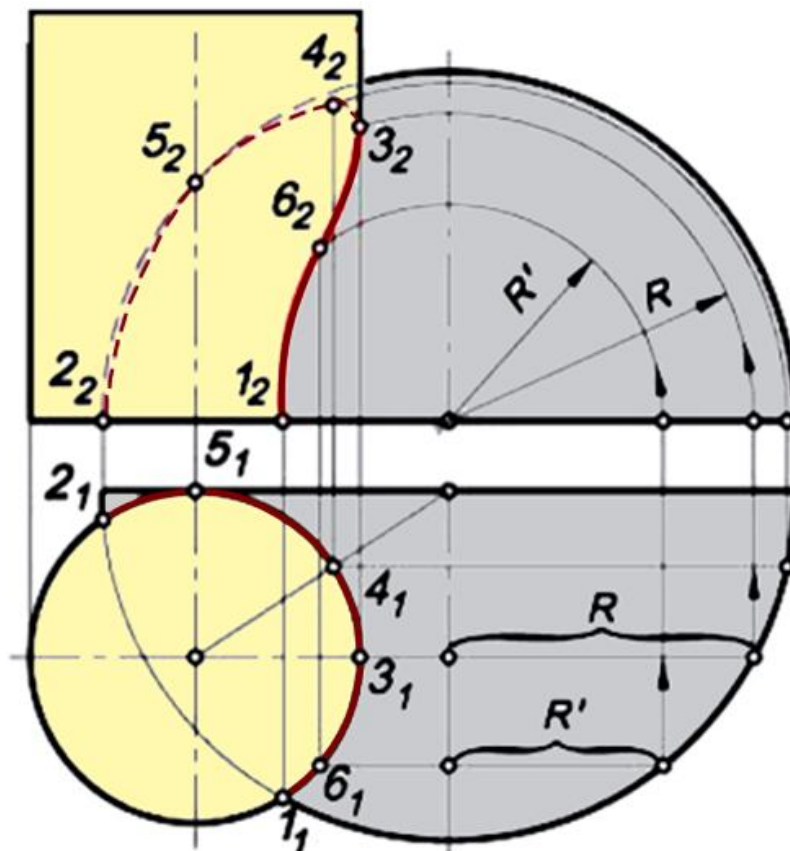


Рисунок 9.35 — Побудова лінії перетину поверхонь циліндра і  $\frac{1}{4}$  частини сфери

**Приклад 3.** Побудувати лінію перетину поверхні прямого кругового циліндра і закритого тора (рис. 9.36).

Якщо побудовані три види об'єкта, то у цьому разі зручно використовувати профільну проекцію поверхонь і горизонтальну площину рівня  $\gamma$ .

Перетин профільних обрисів визначає опорні точки  $A_3$  і  $G_3$ . Проекції  $A_2$  і  $G_2$  знаходимо по горизонтальних лініях зв'язку, а  $A_1$  і  $G_1$  по координаті  $y$ , вимірній від вертикальної площини симетрії циліндра або від осі тора.

Площина  $\gamma$  розсікає тор по паралелі та проходить через твірну фронтального обрису циліндра. Перетин їхніх горизонтальних проекцій визначає точки  $B$  і  $B'$ . Це найвищі точки й саме вони є верхньою межею видимості для циліндра.

Так само знаходимо найнижчі точки  $F$  і  $F'$  (для них посередник не позначений).

Точки  $C$  і  $E$  перетину головного меридіана тора з циліндром визначаються по лініях зв'язку і не потребують додаткових побудов.

Точки  $D$  і  $D'$ , що належать твірній горизонтального обрису циліндра, визначаються за допомогою посередника  $\gamma^3$ . На профільній проекції беремо радіус паралелі тора в цій площині, цим радіусом будуємо коло із центром  $i_1$ , і його перетин з обрисом циліндра визначає точки  $D$  і  $D'$ .

Для визначення випадкових точок  $1$  і  $1'$  використовуємо посередник  $\gamma^1$ , який перетинає циліндр по твірній, що знаходиться на відстані  $y$  від вертикальної площини симетрії циліндра. Якщо на горизонтальній проекції відстань  $y$  відкласти від осі циліндра у відповідний бік, то ми побудуємо горизонтальну проекцію цієї твірної, а її перетин із проекцією відповідної паралелі тора визначить випадкові точки  $1_1$  і  $1'_1$  лінії перетину. По лініях зв'язку відзначаємо точки  $1_2$  і  $1'_2$  на фронтальній проекції.

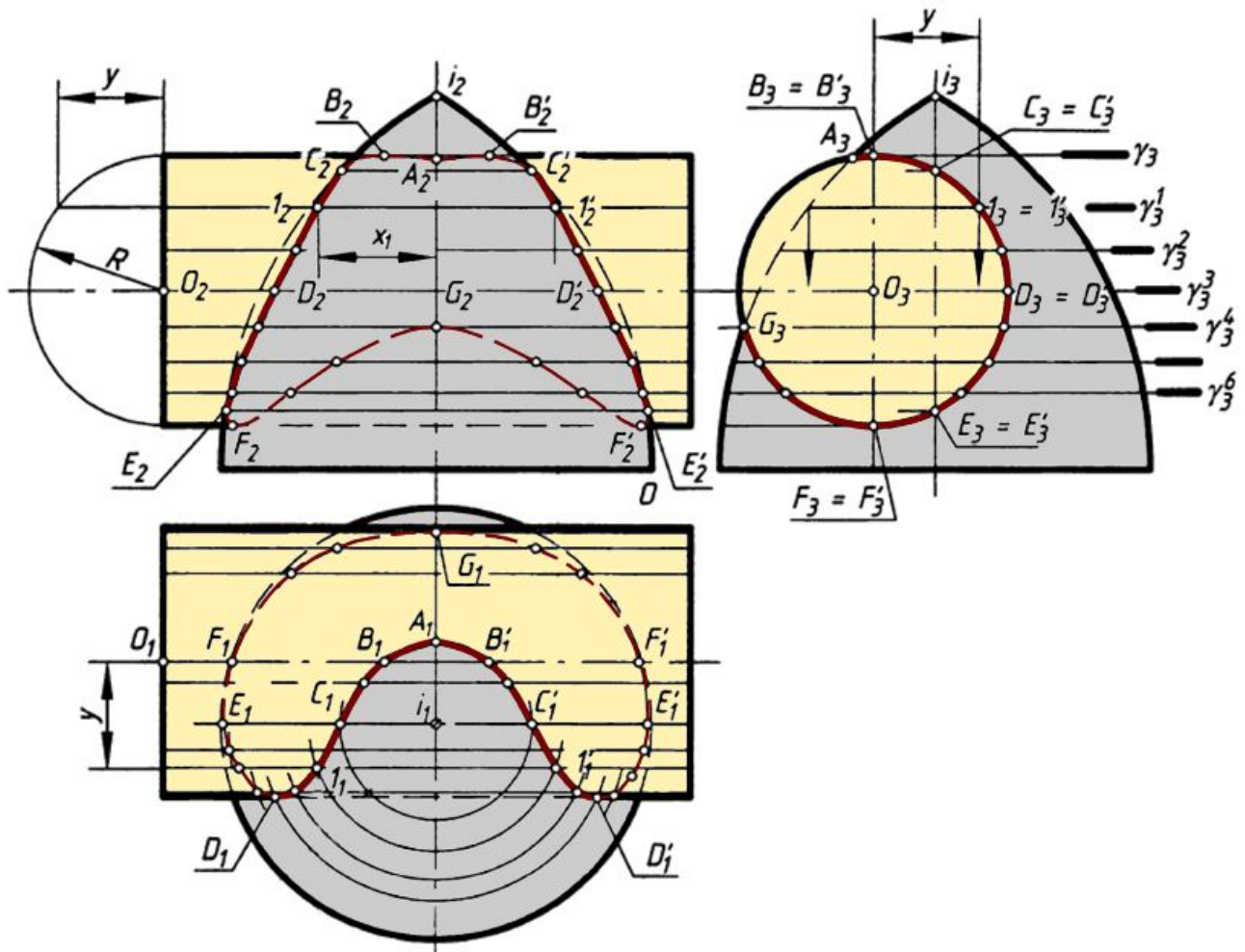


Рисунок 9.36 — Побудова лінії перетину поверхонь циліндра і закритого тора



Часто в реальних кресленнях ми маємо тільки дві проекції. Можна обійтися і без профільної проекції, якщо побудувати дугу кола основи радіуса  $R$  з проекції  $O_2$  центра основи циліндра, яку можна розглядати як проекцію циліндра на площину, перпендикулярну його осі. Тоді координата у будь-якої твірної площини  $\gamma$  визначається за цією дугою, як показано на рисунку 9.36 для твірної площини  $\gamma^1$ . Тобто на фронтальній проекції вибирається положення твірної, вимірюється її координата у на побудованому півколі, будується горизонтальна проекція твірної та відповідної паралелі тора, а їх перетин визначає точки типу  $1_1$  і  $1'_1$ .

Аналогічно побудовані інші випадкові точки. Отримані точки з'єднують плавною кривою з урахуванням видимості.

**Приклад 4.** Побудувати лінію перетину конуса і сфери (рис. 9.37).

Аналіз умови доводить, що жодна з поверхонь не є проєціюючою, отже, на жодній із проекцій немає лінії перетину.

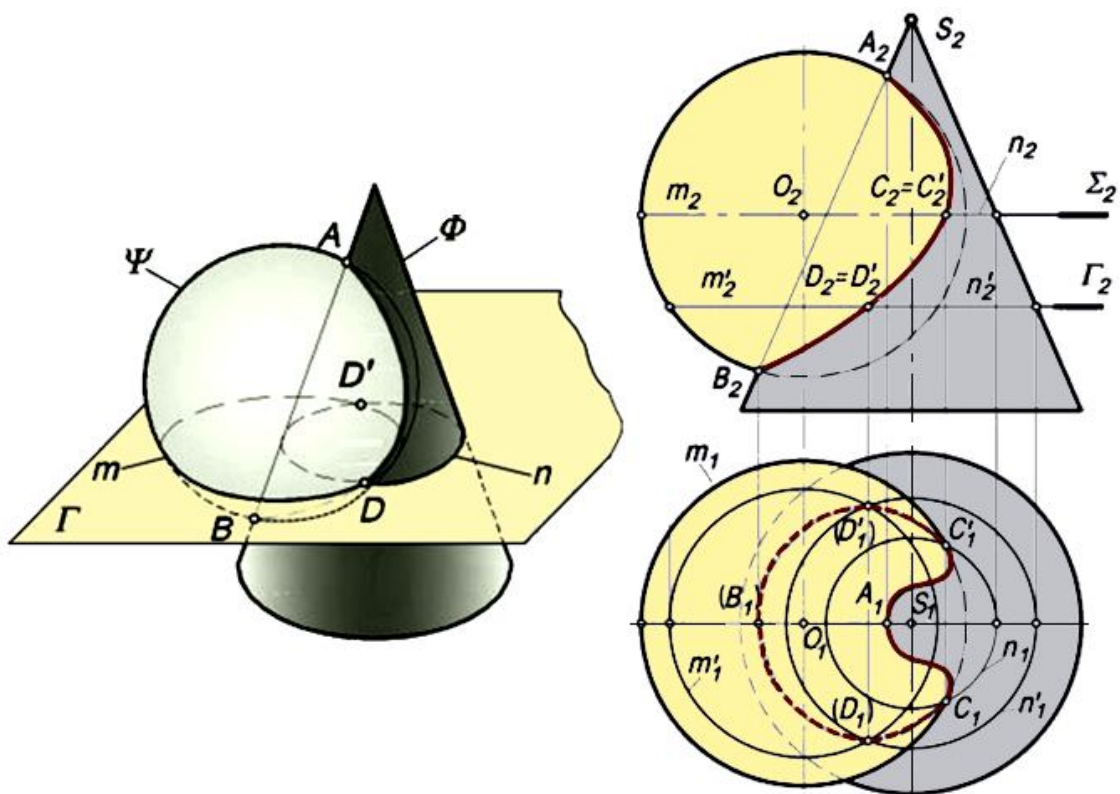


Рисунок 9.37 — Побудова лінії перетину поверхонь сфери і конуса

Для вирішення можуть бути використані горизонтальні площини рівня, що перетинають обидві поверхні по колах. За допомогою таких площин можна побудувати будь-яку кількість довільних точок.

Визначаємо верхню  $A$  і нижню  $B$  опорні точки (на перетині головних меридіанів поверхонь). Ці точки встановлюють межі, в яких необхідно проводити допоміжні січні площини. Знайдемо точки  $C$  і  $C'$  — точки перетину екватора сфери з поверхнею конуса, які є точками видимості на плані. Для цього проведемо площину  $\Sigma$ , яка перетинає сферу по екватору  $m$ , конус — по паралелі  $n$ . Кола  $m$  і  $n$ , які перетинаються, визначають горизонтальні проекції точок  $C_1$  і  $C'_1$ . Фронтальні проекції цих точок знаходяться на фронтальному сліді січної площини  $\Sigma_2$ .

Проміжні точки визначимо за допомогою площини  $\Gamma$ , яка перетинає сферу по колу  $m'$ , конус — по колу  $n'$ . Перетинаючись, ці кола дають пару точок  $D$  і  $D'$ , що належать лінії перетину поверхонь. Знайдені точки з'єднуємо плавною кривою лінією. Точки, розташовані нижче екватора сфери, на виді зверху будуть невидимими.

## 9.8.2 Спосіб допоміжних січних сфер

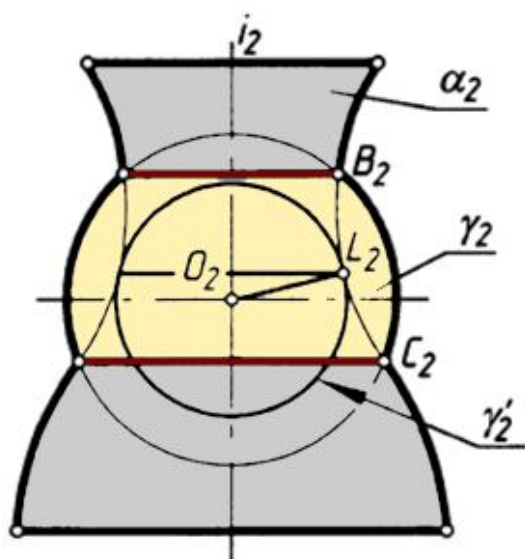


Рисунок 9.38 — Лінії перетину співвісних поверхонь обертання

Спосіб концентричних сфер застосовується у таких випадках:

- 1) перетинаються поверхні обертання;
- 2) осі обертання поверхонь перетинаються;
- 3) осі обертання, що перетинаються, утворюють площину рівня або проєціюючу площину.

Спосіб концентричних сфер заснований на властивості співвісних поверхонь обертання, які завжди перетинаються по паралелях (рис. 9.38).

Сфера чудова тим, що будь-яка пряма, що проходить через її центр  $O$ , може бути взята за вісь обертання. З одного центра  $O$  ( $O_2$ ) можна побудувати безліч сфер, які називають концентричними. Зі зміною радіуса сфери  $R$  будуть змінюватися і паралелі її перетину з поверхнею  $\alpha$ . Сфера  $\gamma'$ , вписана у поверхню  $\alpha$ , буде мати з нею паралель дотику, яку описує точка  $L$  ( $L_2$ ) дотику меридіанів поверхонь. Сфера меншого, ніж  $\gamma'$ , радіуса буде знаходитися всередині поверхні  $\alpha$ , не маючи з нею спільних ліній.

**Приклад.** Побудувати лінію перетину поверхонь циліндра і конуса обертання (рис. 9.39).

Відзначимо опорні точки  $A$  ( $A_2$ ),  $B$  ( $B_2$ ),  $C$  ( $C_2$ ),  $D$  ( $D_2$ ) перетину обрисових ліній, що лежать у загальній площині симетрії поверхонь.

Виберемо центр  $O$  ( $O_1 O_2$ ) допоміжних сфер у точці перетину осей обертання. Сфера, яка вписана в одну з поверхонь і перетинає іншу поверхню, буде сферою найменшого радіуса  $R_{\min}$ . Якщо взяти сферу ще менше, вона не матиме загальних ліній із жодною з поверхонь, а отже не підходить для вирішення поставленої задачі.

З точки  $O_2$  проведемо перпендикуляр до обрисової твірної конуса. Його основа  $L_2$  буде належати паралелі дотику сферичного посередника радіуса  $R_{\min} = O_2 L_2$  з конусом, а з циліндром ця сфера перетнеться по паралелях  $m$  і  $m'$ , перетин яких з паралеллю конуса визначить точки  $F_2$  і  $E_2$  лінії перетину.

Сфера радіуса  $R_1$  перетне обидві поверхні по двом паралелях, перетин яких визначить точки 1 ( $1_2$ ), 2 ( $2_2$ ) і 3 ( $3_2$ ), 4 ( $4_2$ ). Збільшуючи послідовно сфери, будують інші необхідні точки ліній перетину. Найбільший радіус сфери  $R_{\max}$  дорівнює відстані від центра сфер  $O$  ( $O_2$ ) до найбільш віддаленої точки перетину обрисів (у прикладі —  $D_2$ ). Отримані точки з'єднують плавною кривою лінією.

Циліндр двічі перетинає конічну поверхню. Лінії перетину симетричні щодо загальної площини симетрії, утвореної осями, і на фронтальну площину проєціюються кривими другого порядку (гіперболами).

Якщо збільшувати діаметр циліндра, то точки  $E$ ,  $F$  будуть зближатися. Коли радіус циліндра буде дорівнювати  $R_{\min}$ , точки  $E$  і  $F$  співпадуть, лінії перетину розпадуться на дві плоскі криві (еліпси). При подальшому збільшенні радіуса циліндра точки  $E$ ,  $F$  будуть розходитися, але вже у напрямку осі конуса, тобто конус буде врізатися у циліндр або проникати його.

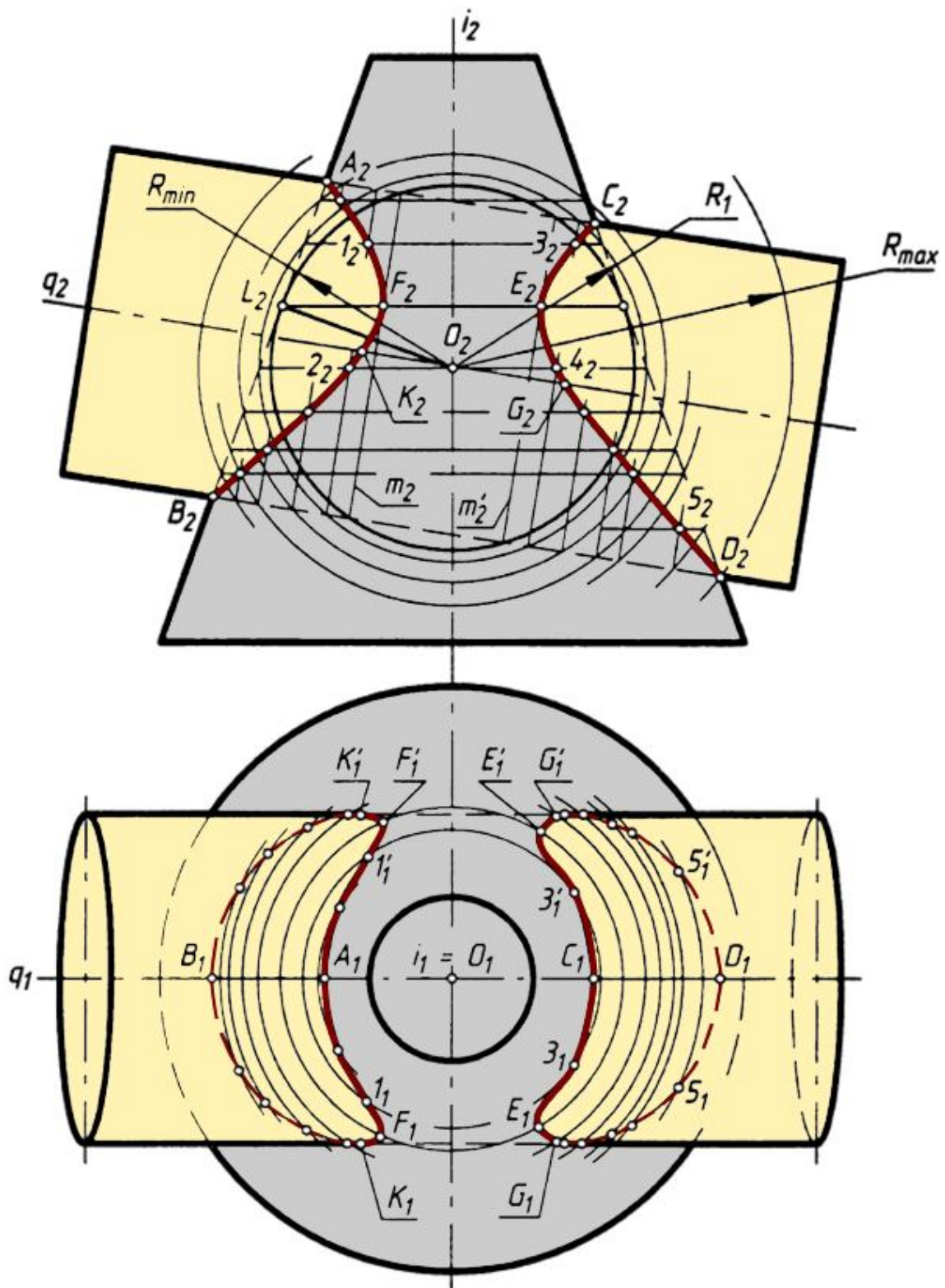


Рисунок 9.39 — Побудова лінії перетину поверхонь циліндра і конуса обертання способом допоміжних концентричних сфер

Перетин твірних горизонтального нарису циліндра, що лежать у фронтально-проєціюючій площині, з побудованими лініями показує точки К ( $K_2$ ) і G ( $G_2$ ), які є межами видимості на горизонтальній проєкції. Ці точки належать до опорних.

Для побудови горизонтальної проєкції лінії перетину використовують лінії зв'язку та відповідні паралелі конуса.

Спосіб концентричних сфер досить простий і зручний. Він дає змогу побудувати проєкції ліній перетину на одному зображенні, не використовуючи інше зображення.

## Окремі випадки перетину поверхонь другого порядку

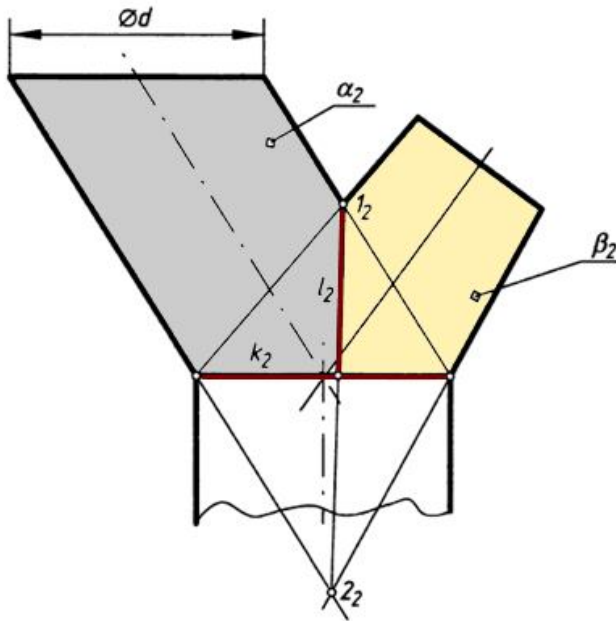


Рисунок 9.40 — Ілюстрація теореми 1

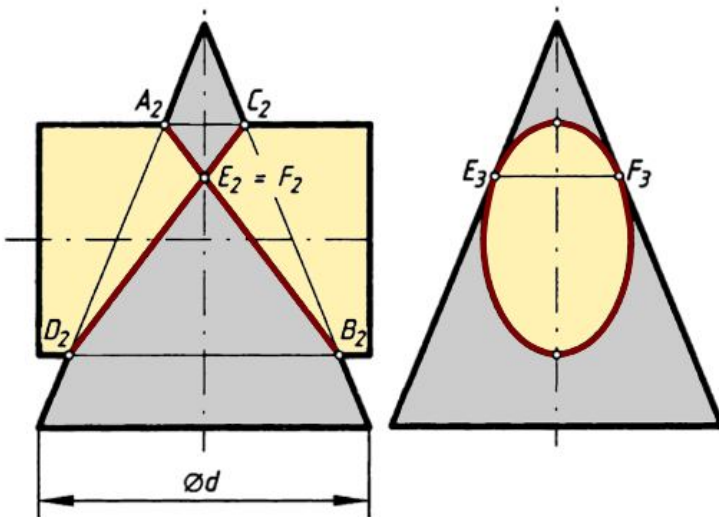


Рисунок 9.41 — Ілюстрація теореми 2

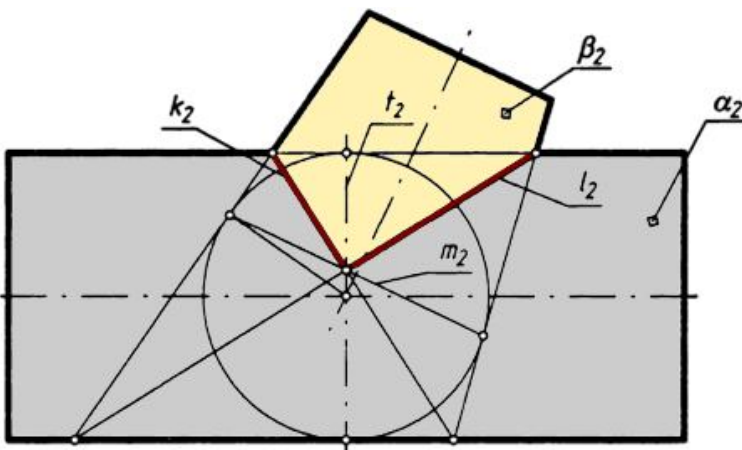


Рисунок 9.42 — Ілюстрація теореми 3

**Теорема 1.** Якщо дві поверхні  $\alpha$  і  $\beta$  другого порядку (рис. 9.40) мають одну спільну криву ( $k = \alpha \cap \beta$ ) другого порядку, то вони перетинаються ще по одній кривій ( $l = \alpha \cap \beta$ ) другого порядку.

Загальна площина симетрії поверхонь є площиною рівня, а площина кола  $k$  — проєціююча. Її можна взяти за напрямну поверхонь  $\alpha$  і  $\beta$ , і водночас вона є лінією другого порядку їх перетину. Площина іншої лінії перетину  $l$  також буде проєціюючою, і для її побудови достатньо з'єднати прямою лінією опорні точки  $1_2$  і  $2_2$  перетину обрисів.

**Теорема 2.** Якщо дві поверхні другого порядку (рис. 9.41) мають дві точки ( $E$  і  $F$ ) дотику, то лінія їх перетину розпадається на дві криві другого порядку, які перетинаються у зазначених точках.

Лінії перетину поверхонь визначаються точками  $A, B$  і  $C, D$  перетину їхніх обрисів і фронтально конкуруючими точками  $E$  і  $F$  дотику поверхонь.

**Теорема 3.** (теорема Г. Монжа). Якщо дві поверхні другого порядку описані біля третьої поверхні другого порядку або вписані у неї, то вони перетинаються по двом кривим другого порядку. Площини цих кривих перетинаються по прямій, що з'єднує точки перетину ліній дотику (рис. 9.42).

Поверхні  $\alpha$  і  $\beta$  торкаються сфери по колах  $t$  і  $m$ , площини яких проєціюючі. Лінія їх перетину буде проєціюючою прямою. Отже, площини ліній перетину  $k$  і  $l$  будуть проєціюючими. Тому для побудови цих ліній досить провести прямі через опорні точки (точки перетину обрисів).

## 10 РОЗГОРТАННЯ ПОВЕРХОНЬ

У практиці архітектурного проектування і будівництва розгортання поверхонь застосовується у процесі розроблення креслень для розкрою плоского листового матеріалу. Форма й розміри плоских фігур визначаються спеціальними прийомами розгортання за кресленнями спроектованих поверхонь. Побудова розгорток виконується зазвичай тільки графічними прийомами.

*Розгортанням* називається таке перетворення поверхні, унаслідок якого вона сполучається з площиною. Плоска фігура, отримана внаслідок розгортання поверхні й суміщення її з площиною, називається *розгорткою*.

Раніше криві поверхні були поділені на ті, що розгортаються, тобто можуть бути суміщені з площиною без розривів і складок, і ті, що не розгортаються. Розгортання останніх виконується наближено з деякою деформацією або заміною частин поверхні відсіками поверхонь, які розгортаються. Подібна заміна відсіків однієї поверхні відсіками іншої, простішої поверхні, називається *апроксимацією*.

### 10.1 Розгортки багатогранних поверхонь

Розгорткою багатогранної поверхні називається плоска фігура, отримана внаслідок послідовного суміщення всіх її граней із площиною.

#### Розгортка піраміди

Основа піраміди паралельна площині  $\Pi_1$  (рис. 10.1), отже, потрібно визначити дійсний розмір бічних граней трикутників. Справжня довжина бічних ребер піраміди визначена способом прямокутних трикутників, у яких одним катетом є висота піраміди ( $S_2M_0$  — різниця висот точки  $S$  і точок  $A, B, C$ ), а іншим — горизонтальна проекція відповідного ребра. Потім за трьома сторонами будують контури бічних граней, які з'єднують між собою суміжними ребрами. До них приєднується основа піраміди. У цьому прикладі поверхня піраміди поєднана з площиною своєю внутрішньою стороною. Це варто пам'ятати при згинанні розгортки в об'ємну форму, щоб не отримати піраміду, симетричну даній.

Якщо необхідно на розгортці побудувати точку, то чинять так. Через точку  $l$ , що належить грані, проводять пряму  $SK$ , визначають її дійсний розмір, переносять її на розгортку, відклавши відрізок  $SK$ , а потім знаходять положення точки  $l$ .

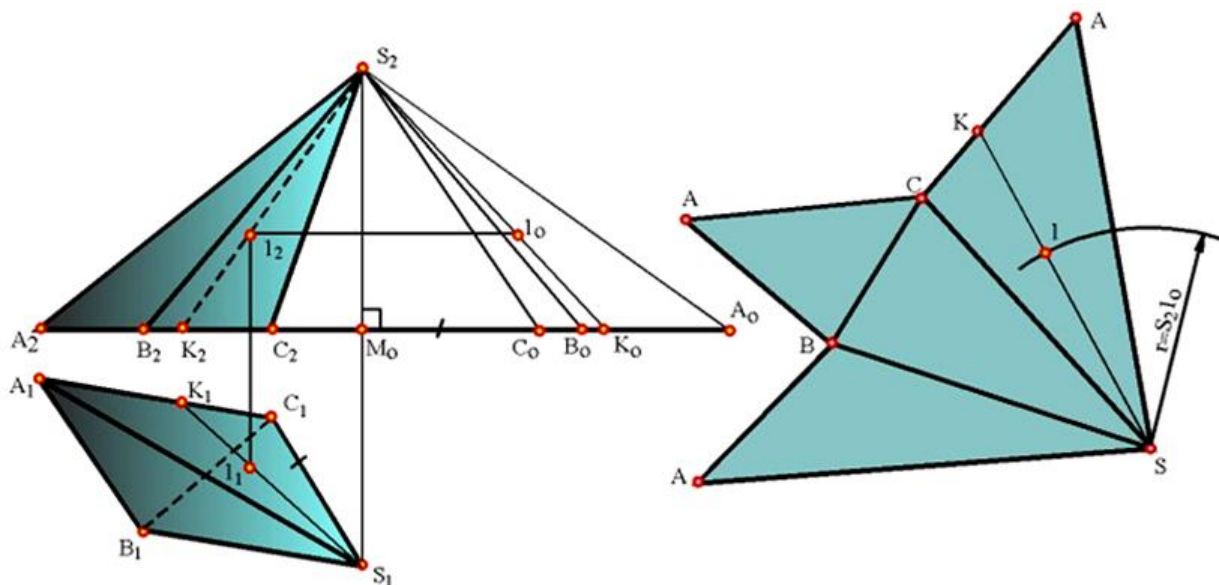


Рисунок 10.1 — Розгортка піраміди

## Розгортання призми способом нормального перерізу

Розгортання призми й піраміди значно спрощується, якщо вони прямі та правильні. У цьому разі в піраміді всі бічні грані однакові, а у прямої призми всі бічні ребра проєціюються у дійсному розмірі.

На рисунку 10.2 наведено побудову розгортки похилої призми. Існує декілька способів розгортання її поверхні. Один із них — *спосіб нормального перерізу*. Спосіб нормального перерізу використовується для побудови розгорток призм, бічні ребра яких є лініями рівня.

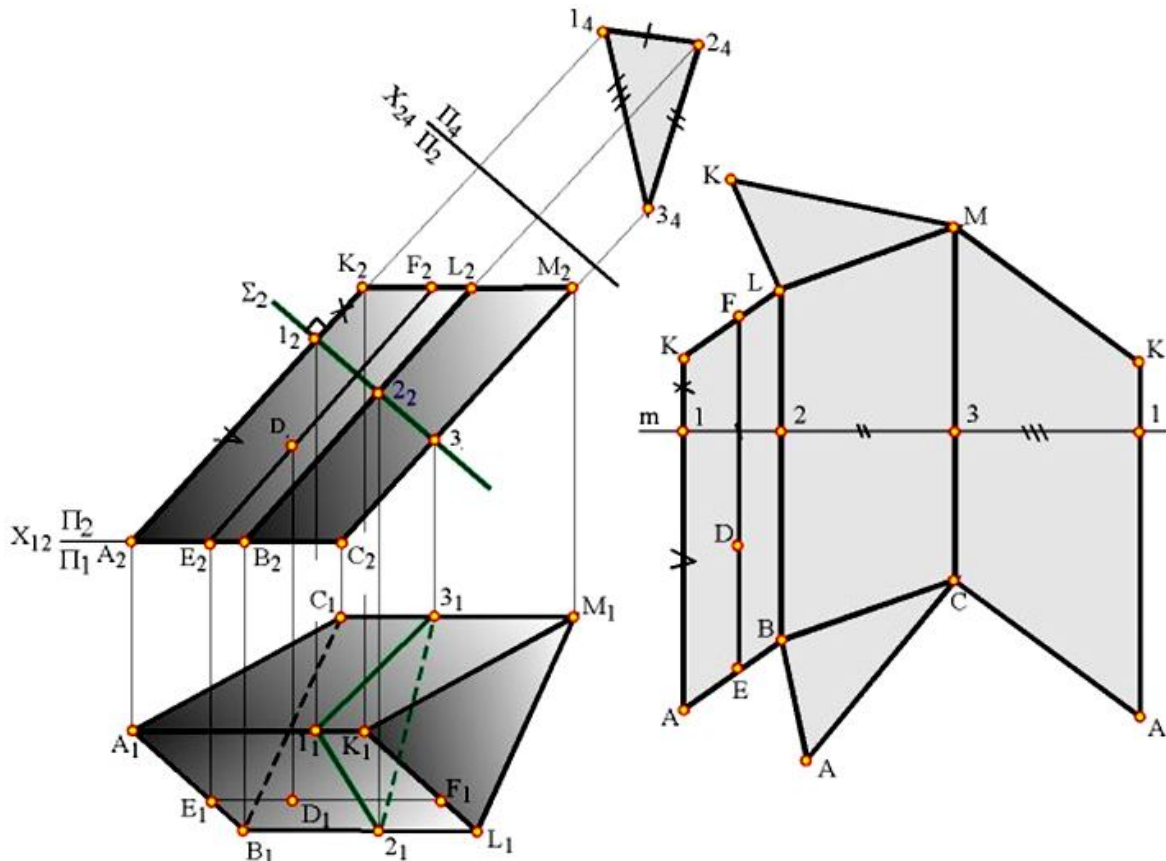


Рисунок 10.2 — Розгортання призми способом нормального перерізу

Призма розташована так, що її бічні ребра паралельні площині  $\Pi_2$  і проєціюються на неї у дійсному розмірі. Сторони основ є горизонталями і проєціюються на площину  $\Pi_1$  без спотворення. Отже, довжини сторін кожної грані відомі, проте цього ще недостатньо для побудови справжньої форми бічних граней.

Бічні грані похилої призми є паралелограми, які не можуть бути побудовані за чотирма сторонами. Для побудови паралелограма необхідно, крім довжини сторін, знати також його висоту. Для визначення висот граней перетнемо призму площиною  $\Sigma$ , перпендикулярною до ребер, і визначимо справжній розмір перерізу способом заміни площин проєкцій. Сторони цього нормального перерізу будуть висотами відповідних граней.

Тепер починаємо будувати розгортку. На вільному місці креслення проводимо горизонтальну пряму  $m$  і відкладаємо на ній відрізки  $(1-2) = (1_4-2_4)$ ,  $(2-3) = (2_4-3_4)$  і  $(3-1) = (3_4-1_4)$ . Через точки 1, 2, 3, 1 проводимо перпендикуляри до прямої  $m$  і відкладаємо на них величини бічних ребер так, щоб  $(1A) = (1_2A_2)$  і  $(1K) = (1_2K_2)$ ,  $(2B) = (2_2B_2)$  і  $(2L) = (2_2L_2)$  тощо.

Поєднавши кінці побудованих відрізків, отримаємо розгортку бічної поверхні призми. Приєднавши до неї обидві основи, отримаємо повну розгортку призми. Побудова на розгортці точки 4, що належить поверхні призми, зрозуміла з креслення.

## 10.2 Побудова розгорток поверхонь, що розгортаються

Нагадаємо, що до поверхонь, які розгортаються, належать циліндри, конуси та поверхні з ребром звороту (торси). При графічній побудові їхніх розгорток ці поверхні замінюють (апроксимують) вписаними або описаними багатограними поверхнями (призмами, пірамідами). Такі розгортки називають наближеними. Однак розгортки окремих поверхонь можна побудувати точно, якщо використовувати прості обчислення.

### Розгортки поверхонь прямих кругових конусів і циліндрів

Ці розгортки можуть бути виконані точно. Бічною поверхнею циліндра є прямокутник зі сторонами  $H$  (висота циліндра) і  $\pi D$ . Бічна поверхня конуса є сектор кола, радіус якого дорівнює довжині твірної  $l$  конуса, а центральний кут при його вершині  $\alpha = 360^\circ R / l$  (рис. 10.3).

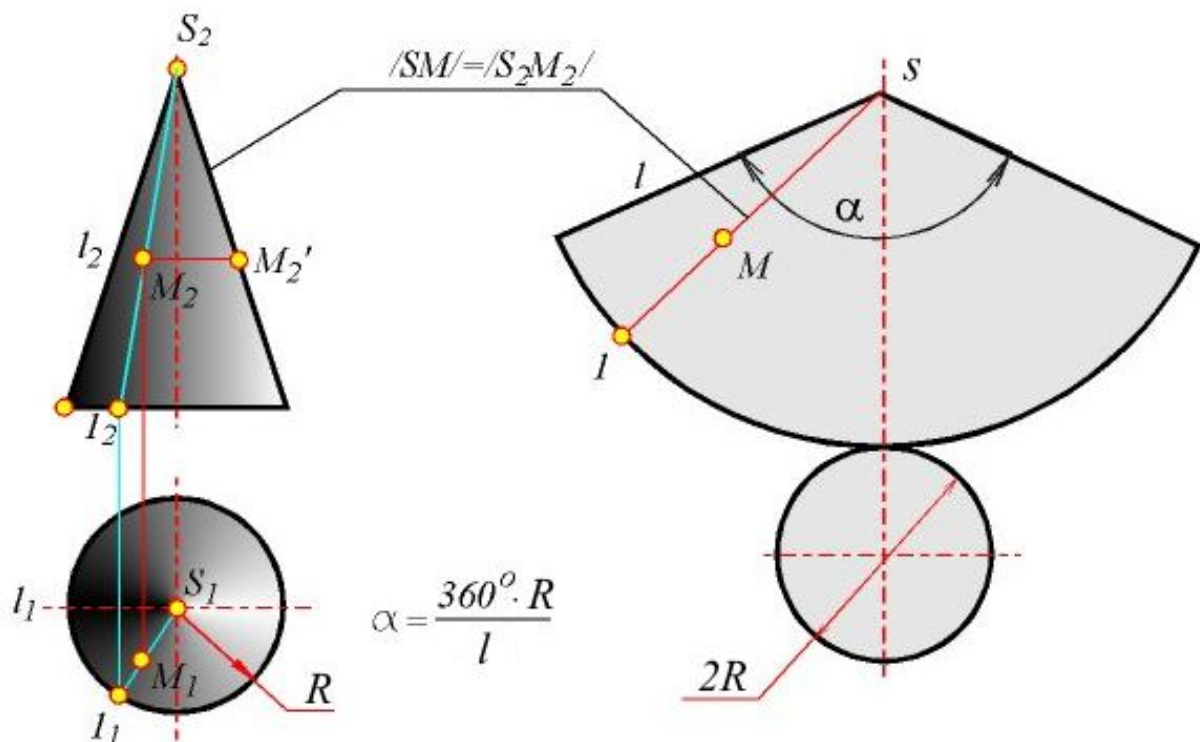


Рисунок 10.3 — Розгортка прямого кругового конуса

### Наближене розгортання похилого еліптичного конуса способом триангуляції

Побудова точних розгорток кривих поверхонь, які розгортаються, складна і, здебільшого, не має практичної необхідності. Тому зазвичай будують наближені розгортки поверхонь, цілком придатні для практичних цілей. Найпоширенішим способом побудови наближених розгорток поверхонь, які розгортаються (крім циліндричних), є *спосіб триангуляції* поверхні. Спосіб триангуляції полягає в тому, що крива поверхня замінюється багатогранною поверхнею, що складається з трикутних граней.

Триангуляція конічної поверхні здійснюється вписуванням у неї пірамідальної поверхні, яка визначається ламаною 1–2–3–4 ..., і вершиною  $S$  (рис. 10.4). Ламана вписана у напрямку кривої конуса. Розгортка цієї  $n$ -гранної піраміди і береться за розгортку конуса. Усі побудови на кресленні (рис. 10.4) виконуються аналогічно побудовам на кресленні розгортки піраміди (рис. 10.1). Ламана лінія 1–2–3–4 ..., що виходить на розгортці піраміди, замінюється плавною кривою, яка проходить через ті самі точки.

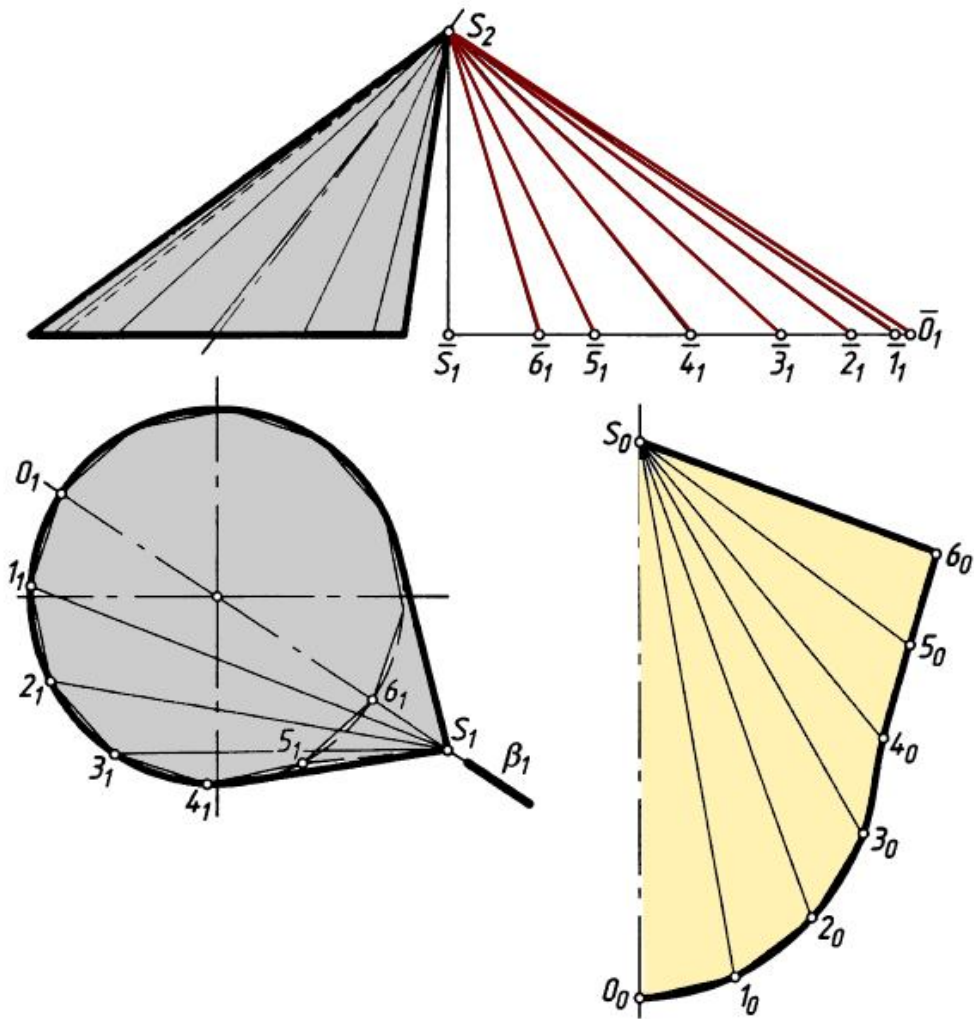


Рисунок 10.4 — Побудова розгортки похилого еліптичного конуса способом триангуляції

Розгортку циліндричної поверхні можна будувати декількома способами. За відповідних умов (див. розділ 10.1, рис. 10.2) можна використовувати *спосіб нормального перерізу* або *спосіб розкочування*.

### Наближене розгортання похилого еліптичного циліндра способом розкочування

*Спосіб розкочування* використовується для побудови розгорток поверхонь, твірні яких є лініями рівня, а основи — площинами рівня.

Розглянемо побудову креслення розгортки поверхні похилого циліндра, твірні якого є фронтальними лініями рівня, а основа — коло (рис. 10.5).

Для побудови розгортки циліндр розрізається по твірній  $AA'$ , а основа циліндра розбивається на довільну кількість рівних частин, що відповідає заміні циліндричної поверхні поверхнею багатогранної призми. Потрібно пам'ятати, що чим більша кількість сегментів, тим точніша розгортка поверхні.

У цьому прикладі основу поділено на шість рівних частин точками  $A, B, C, D, E$  і  $F$ . Ці точки суміщені з площиною  $\gamma$  ( $\gamma_1$ ) обертанням навколо осі  $i$  ( $i_1, i_2$ ), яка співпадає з твірною циліндра  $AA'$ .

При обертанні граней вписаної призми навколо осі  $i$  будь-яка точка буде переміщатися у площині, перпендикулярній осі обертання. Наприклад, точка  $B$  буде обертатися у площині  $\delta \perp i$  ( $\delta_2 \perp i_2$ ). Знаючи відстань від точки  $A$  до точки  $B$  ( $AB = A_1B_1$ ) і знаючи, що точка  $B$  переміщається у фронтально-проєціюючій площині  $\delta$  ( $\delta_2$ ), можна провести дугу кола з точки  $A_2$  як з центра, радіусом  $r = A_1B_1$  і отримати на  $\delta_2$  точку  $B_0$ . Точка  $B_0$  — поєднане з площиною  $\gamma$  положення точки  $B$ .



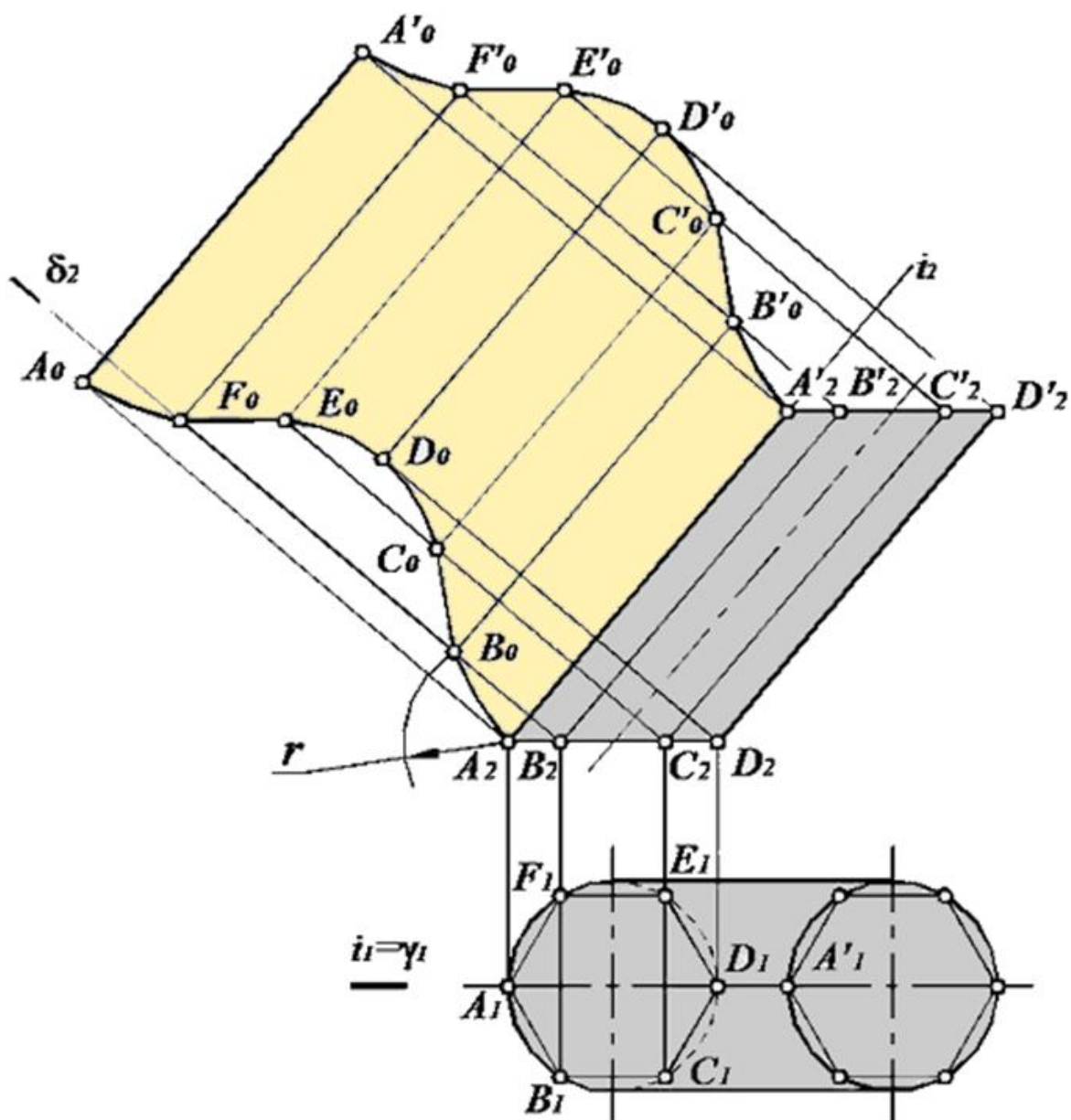


Рисунок 10.5 — Побудова розгортки похилого еліптичного циліндра способом розкочування

Аналогічно побудовані суміщені положення інших точок основи циліндра. Твірні циліндра на розгортці паралельні своїм фронтальним проєкціям.

Точку А, що залишилася нерухомою, та отримані точки  $B_0$ ,  $C_0$ ,  $D_0$ ,  $E_0$ ,  $F_0$  і  $A_0$  потрібно з'єднати плавною кривою.

Якщо твірні поверхні є прямими загального положення, для побудови розгортки використовують також *спосіб триангуляції*.

### Наближена розгортка похилого циліндра

Розгортання можна почати з будь-якої твірної циліндра, але зручніше це зробити по площині симетрії. Розділимо основи циліндра на  $n$  рівних частин (рис. 10.6) і замінимо дуги кіл хордами (у прикладі  $n = 12$ ). Через вершини вписаних в основи багатокутників проведемо твірні, які будуть бічними ребрами граней вписаної призми. Чотирикутники граней ділимо діагоналлю на трикутники та визначаємо розміри їхніх сторін.

Подальші побудови аналогічні побудовам розгортки похилого конуса і зрозумілі з креслення.

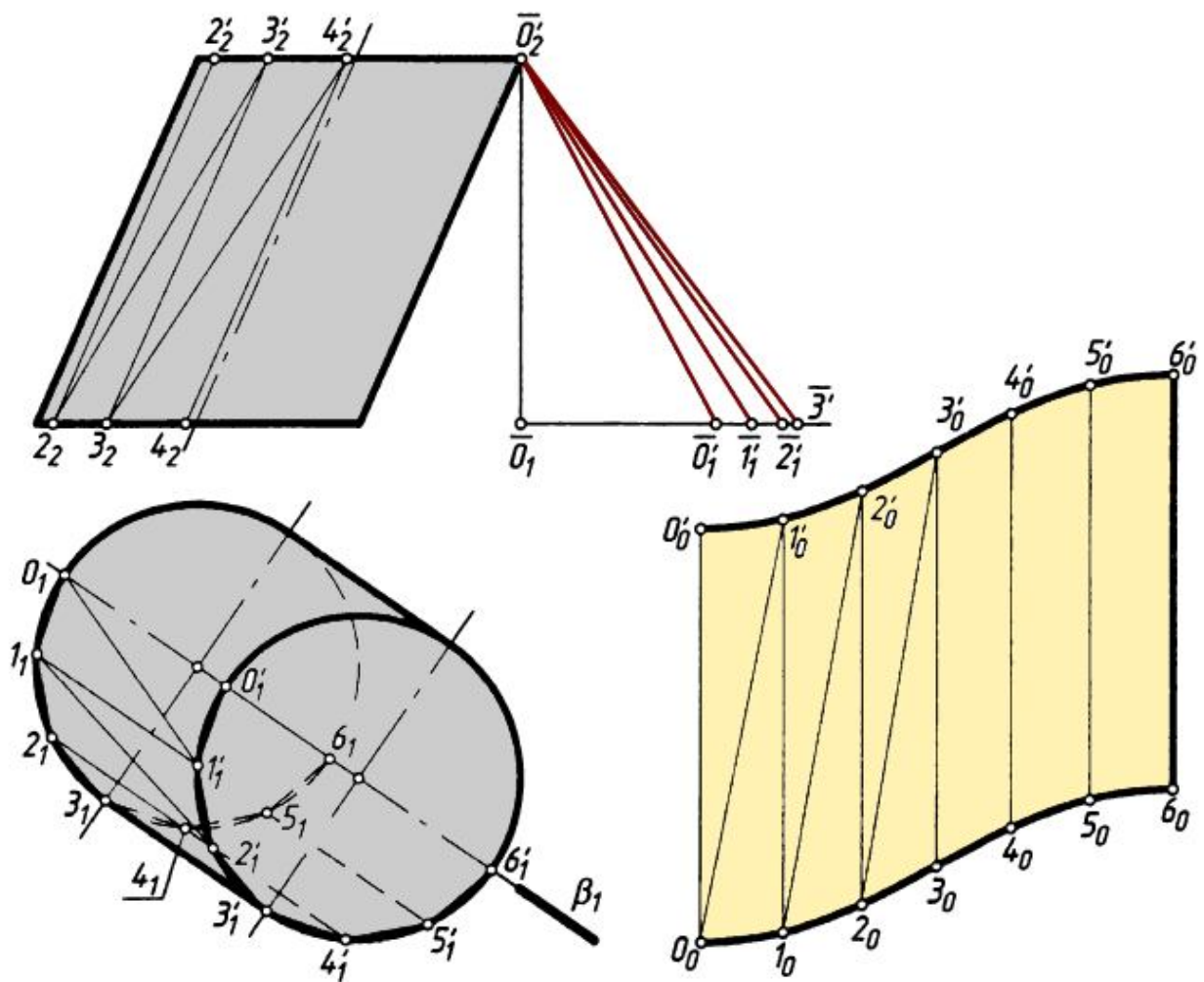


Рисунок 10.6 — Наближена розгортка похилого циліндра

### 10.3 Умовні розгортки поверхонь

Поверхні, які не розгортаються, широко використовуються на практиці. Наприклад, сферичні та краплеподібні резервуари, апарати нафтохімічного виробництва і чимало інших виробів виготовляються з листового матеріалу, який необхідно розкроювати, а потім згинати. Для побудови розгорток таких поверхонь використовують спосіб триангуляції, який було розглянуто раніше (див. розд. 10.2, рис. 10.4, 10.6), *спосіб циліндрів* і *спосіб конусів*.

#### Розгортання сфери способом циліндрів

Сферична поверхня не розгортається. Її не можна розгорнути на площину без розривів і складок. Для поверхонь, що не розгортаються, будують умовні розгортки. Один зі способів розгортання полягає в апроксимації (заміні) сферичних елементів сфери циліндричними. Такий спосіб має назву *спосіб циліндрів* (рис. 10.7). Для цього поверхня сфери ділиться меридіанами на частини. Ділянки поверхні, укладені між суміжними меридіанами, замінюються циліндричною поверхнею, яка і розгортається.

Розділимо поверхню сфери (рис. 10.7, а) на деяку кількість (наприклад шість) однакових відсіків за допомогою осьових площин  $\Sigma$ ,  $\Delta$ ,  $\Lambda$ .

Поверхню кожного відсіку сфери замінимо відсіком описаної циліндричної поверхні. У наслідок цього поверхня сфери замінюється поверхнею, яка складається з відсіків прямих кругових циліндрів.

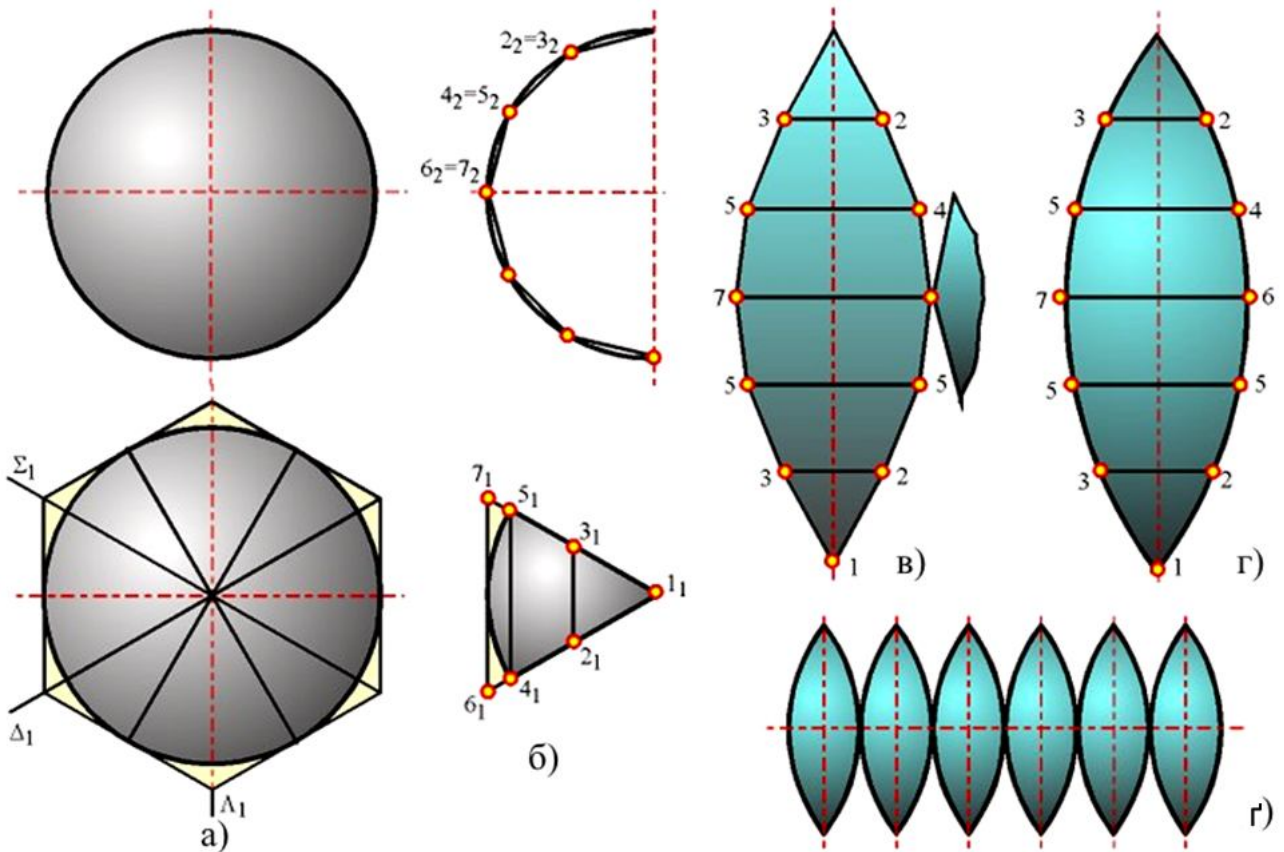


Рисунок 10.7 — Побудова розгортки сфери способом циліндрів

Кожен відсік циліндричної поверхні замінимо відсіком вписаної призматичної поверхні (рис. 10.7, б). Будуємо розгортку кожного відсіку призматичної поверхні. На кресленні (рис. 10.7, в) зображено розгортку одного з них. Потім ламана 1–3–5–7... замінюється плавною кривою, що проходить через ті самі точки (рис. 10.7, г). Отримана фігура береться за умовну розгортку відсіку сфери. Повна розгортка буде складатися з шести таких фігур (рис. 10.7, г).

### Розгортання частини закритого тора способом конусів

Візьмемо хорди АВ, ВС, СS за твірні співвісних конічних поверхонь, вписаних у задану поверхню (рис. 10.8). Подальше завдання полягає тільки в побудові розгортки цих конічних поверхонь (див. розділ 10.2, рис. 10.3).

У прикладі відзначено вершини D ( $D_2$ ), F ( $F_2$ ), S ( $S_2$ ) цих конусів і побудовано їхню розгортку по центральному куту. Побудовано розгортку паралелі точки А, як дуги радіуса ( $D_0A_0 = D_2A_2$ ) із центральним кутом  $\varphi = 180^\circ d_A / DA$ , де  $d_A$  — діаметр паралелі точки А.

Потім побудовано дугу точки  $B_0$  радіусом ( $D_0B_0 = D_2B_2$ ). На рисунку 10.8 позначено центральний кут  $\varphi_2$  тільки верхнього конуса, а інші кути не позначено. Положення вершини  $F_0$  можна визначити з умови дотику розгорток тієї самої паралелі (у цьому випадку паралелі точки В):  $(D_0F_0) = (D_0B_0) - (F_0B_0)$ .

Розгортокою конуса з вершиною F ( $F_2$ ) буде сектор радіуса  $(F_0B_0) = (F_2B_2)$  із центральним кутом  $\varphi = 180^\circ d_b / FB$ , де  $d_b$  — діаметр паралелі точки В.

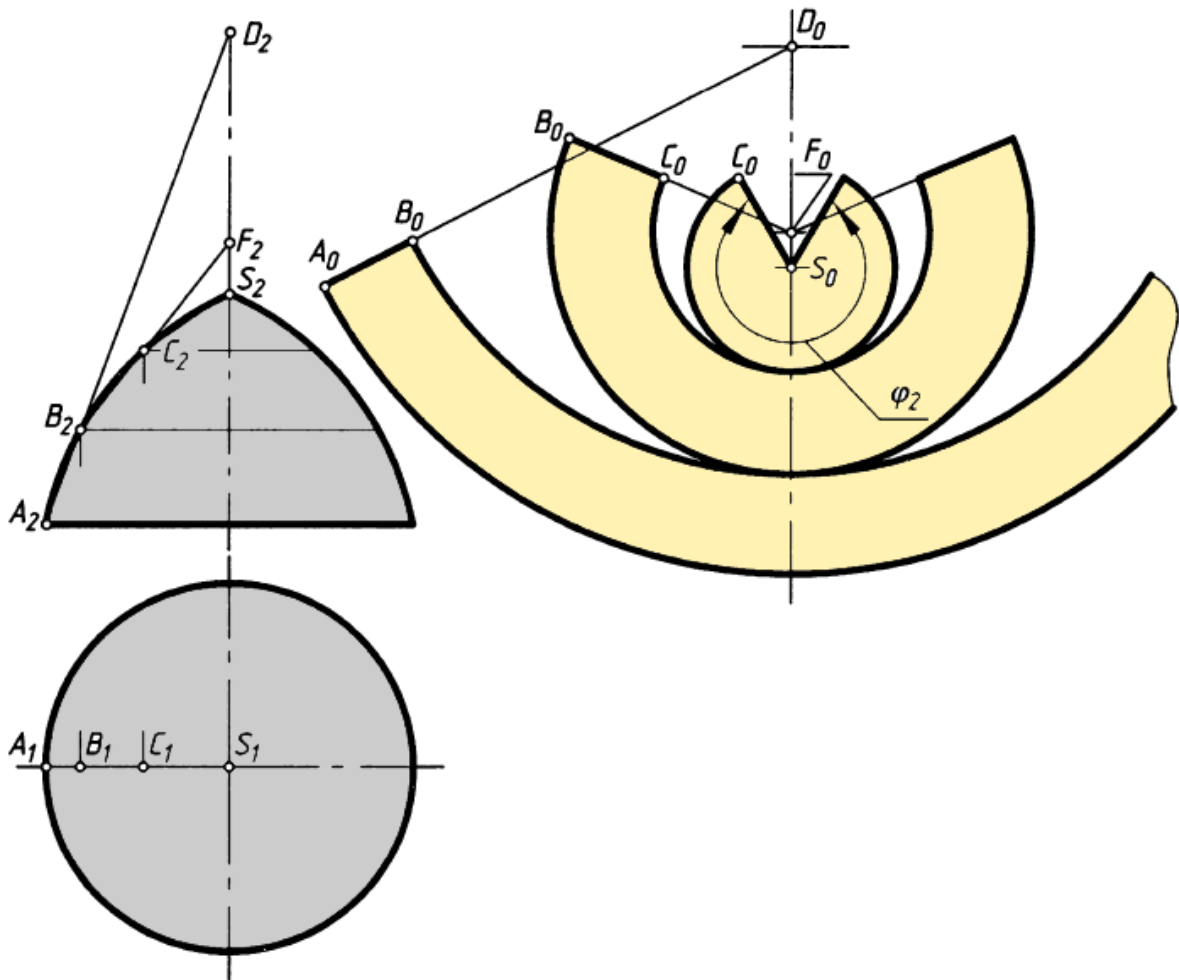


Рисунок 10.8 — Побудова розгортки частини закритого тора способом конусів

Паралель точки С розгорнеться дугою радіуса  $(F_0C_0) = (F_2C_2)$ . Так само з умови дотику визначаємо  $(F_0 S_0) = (F_0C_0) - (S_0C_0)$  і з точки  $S_0$  будемо сектор радіусом  $(S_0C_0) = (S_2C_2)$  із центральним кутом  $\varphi = 180^\circ d_c / SC$ , де  $d_c$  — діаметр паралелі точки С.

Такий підхід менш складний і більш точний, ніж побудова конусів способом триангуляції.

# 11 ТІНІ В ОРТОГОНАЛЬНИХ ПРОЕКЦІЯХ

Світлотінь виявляє об'ємну форму просторових об'єктів. Проекційні зображення, які виконуються в процесі архітектурного проектування, крім метричної визначеності, також мають бути наочними. Вони мають давати максимально повне уявлення про композицію та зовнішній вигляд будівлі, про її пластичне рішення і деталі. Це досягається, зокрема, зображенням на ортогонально-проекційному кресленні світлотіні за допомогою побудови тіней. Надання архітектурному кресленню наочності набуває особливого значення на першій стадії проектування.

## 11.1 Теоретичні основи побудови тіней

Побудова тіней і зображення світлотіні на архітектурних кресленнях будівель, крім надання їм більшої наочності й виразності, має й інші, конкретніші цілі. Побудова тіней зменшує головний недолік креслень в ортогональних проекціях — їх малу наочність. Світлотінь ніби компенсує відсутність третього виміру (на плані — висоти, а на фасаді — глибини).

Архітектурне креслення із зображенням світлотіні значно повніше і наочніше виявляє об'ємно-просторову структуру об'єкта, ніж креслення, виконане у лінійній графіці. Знаючи масштаб креслення, можна без плану визначити розмір або «винос» будь-якої частини будівлі, що виступає від площини фасаду (рис. 11.1).



Рисунок 11.1 — Виявлення об'ємно-просторової структури об'єкта за допомогою тіней

Тіні можуть бути побудовані як при штучному освітленні об'єкта, так і при природному (сонячному) освітленні. У першому випадку джерело світла розташоване на незначній відстані. Промені світла утворюють при цьому конічний пучок — зв'язку прямих, центром якої є джерело світла. При природному освітленні джерело світла видалене в нескінченність і світлові промені паралельні один одному.

Якщо на шляху світлових променів знаходиться непрозорий предмет, то його поверхня, звернена до джерела світла, буде освітлена, а протилежна частина поверхні — перебувати у тіні (рис. 11.2). Тінь, яка утворюється на неосвітленій частині поверхні предмета, називають *власною тінню* (А). Межа (лінія) на поверхні предмета, що відділяє освітлену частину від тої, що знаходиться у тіні, називається *контуром власної тіні* (С). Контур власної тіні являє собою лінію дотику променевої поверхні, яка огортає поверхню предмета.

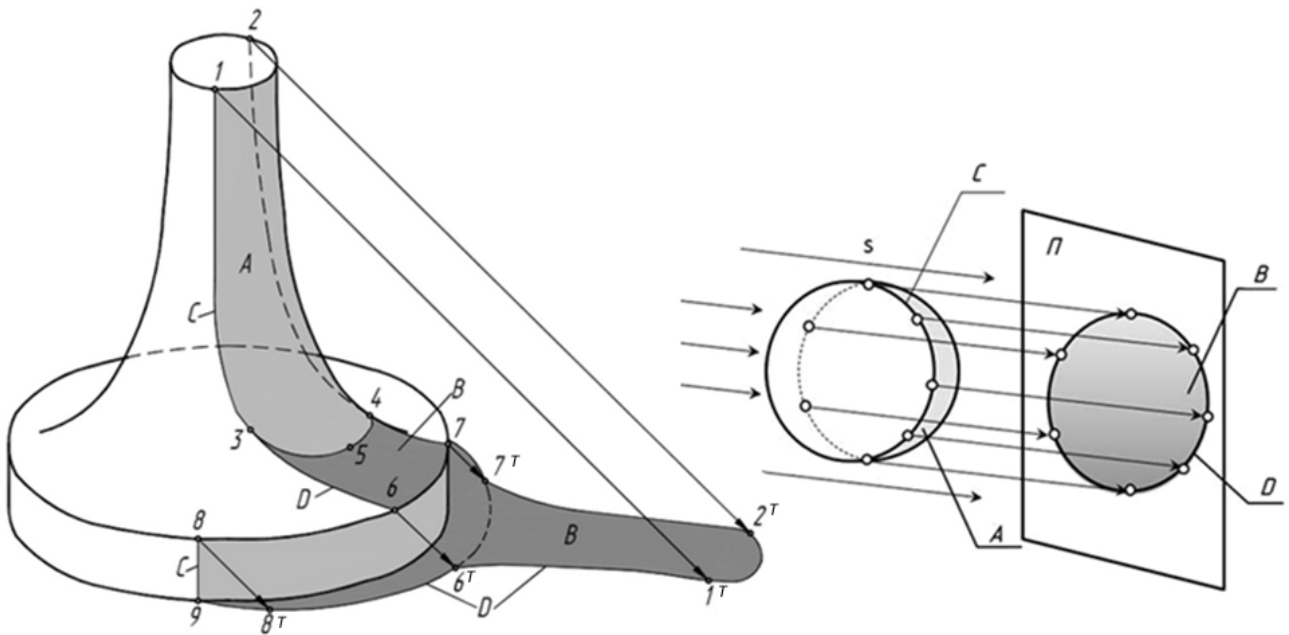


Рисунок 11.2 — Утворення власних і падаючих тіней

Тінь від предмета на горизонтальній площині або на іншій площині або поверхні, називається *падаючою тінню* (В), а лінія, що обмежує її, — *контуром падаючої тіні* (D). Отже, контур падаючої тіні — це лінія перетину променевої поверхні, що огортає предмет, з поверхнею, на яку падає тінь. Інакше кажучи, *контур падаючої тіні є тінню від контуру власної тіні*. Контури власної та падаючої тіні завжди є замкненими фігурами.

Усі операції з побудови тіней зводяться до визначення лінії дотику променевої поверхні до об'єкта і до побудови лінії перетину її з поверхнею, на якій будується падаюча тінь.

На проекційних кресленнях (епюрах) зону власної тіні прийнято показувати світліше, ніж зону падаючої тіні. Це зазвичай відповідає природним умовам.

### Напрямок світлових променів

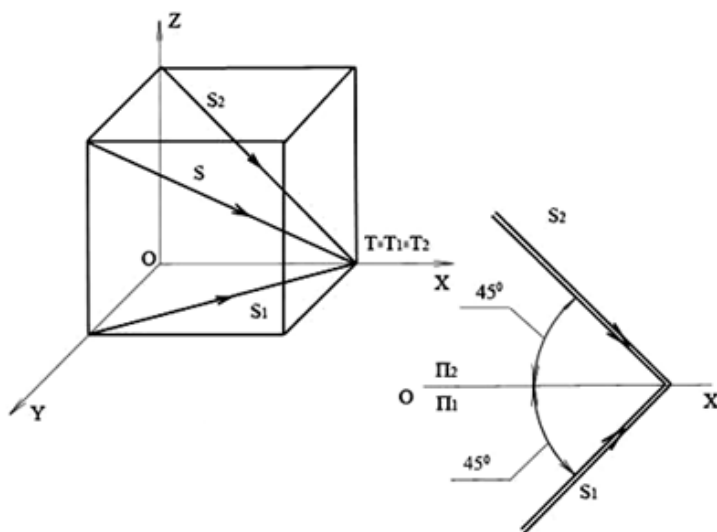


Рисунок 11.3 — Проекції світлового променя

У процесі побудови тіней в ортогональних проекціях напрямки променів світла приймають паралельним діагоналі куба, грані якого поєднані з площинами проєкцій (рис. 11.3). Проекціями діагоналі куба є діагоналі квадратів, тобто горизонтальна і фронтальна проєкції світлового променя становлять із віссю проєкцій  $x$  кут  $45^\circ$ , справжній кут нахилу променя до площини проєкцій дорівнює приблизно  $35^\circ$ .

Такий стандартний напрямок світлових променів створює певні переваги під час побудови тіней і виконанні архітектурного креслення.

По-перше, досягаються постійність і простота побудови проекції променів і тіней на кресленнях фасаду і плану об'єкта; по-друге, полегшується читання креслення і розуміння форм, пропорцій і розмірів елементів зображеного об'єкта, оскільки розмір тіні від окремих частин будівлі визначає у масштабі креслення розмір виступів і відступів від площини фасаду будівлі. При цьому тінь від вертикально розташованих елементів фасаду потрібно відкладати по горизонталі вправо, а тінь від горизонтально розташованих елементів — по вертикалі вниз.

## 11.2 Тіні основних геометричних фігур

### Тінь точки

Для побудови падаючої тіні від точки на площину або поверхню через точку потрібно провести промінь паралельно прийнятому напрямку світлових променів і визначити точку перетину променя з площиною або поверхнею. Так, тінь від точки на площині є точкою перетину променя з найближчою на його шляху площиною.

На ортогонально-проекційному кресленні через проекції точки потрібно провести відповідні проекції променя (рис. 11.4) і побудувати його слід на площині проекцій. У цьому прикладі — це фронтальний слід променя  $A_2^T$ , другим слідом буде горизонтальний слід  $A_1^T$ . Перший слід — це *реальна тінь* точки  $A$ , а другий — *уявна тінь*. Обидві точки розташовані на прямій, паралельній осі  $x$ , інші проекції тіні лежать на осі проекцій і зазвичай не позначаються.

У разі наявності двох або більше площин, тінь точки попаде на площину, найближчу до неї в напрямку світлового променя.

Це залежить від співвідношення координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  точки. На рисунку 11.5 зображено тінь точки  $A$  на площині  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  і  $\Pi_3$  відповідно.

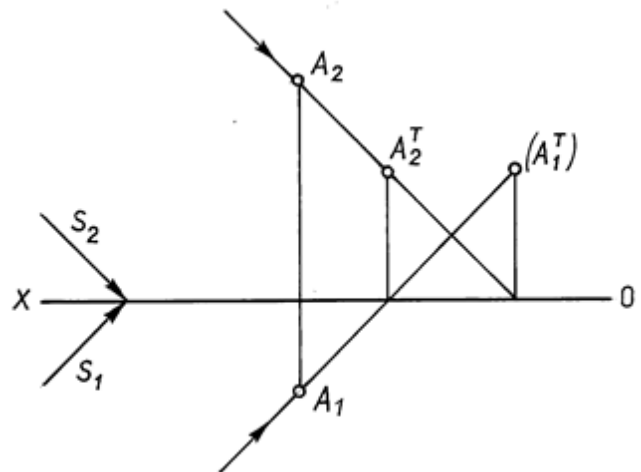


Рисунок 11.4 — Визначення тіні точки

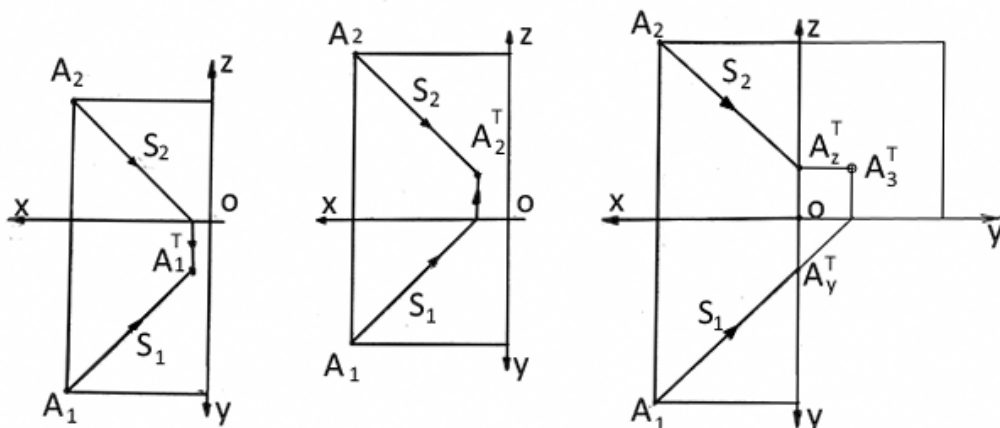


Рисунок 11.5 — Визначення тіні точки на площини проекцій

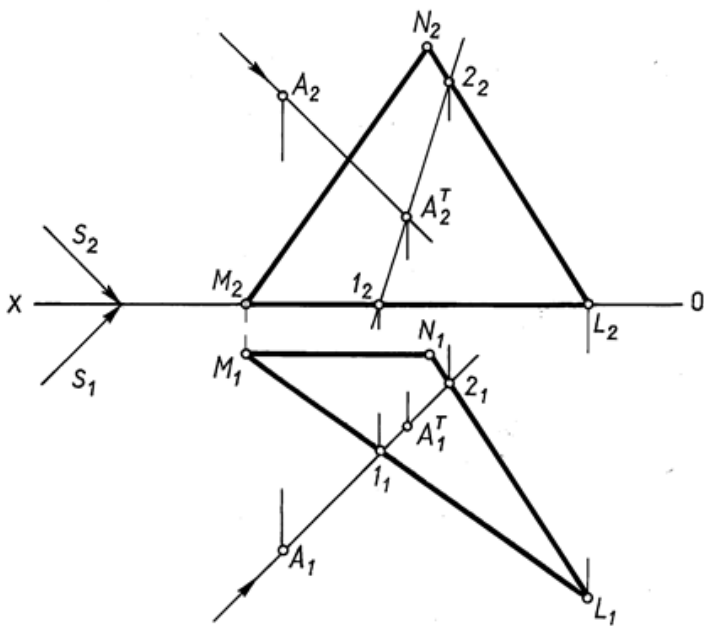


Рисунок 11.6 — Побудова тіні від точки на площину загального положення

Для побудови падаючої тіні від точки на площину окремого та загального положення або поверхню (рис. 11.6) потрібно через точку провести світловий промінь і побудувати точку перетину його з площиною або поверхнею. Оскільки світловий промінь є прямою лінією, то побудова тіні точки зводиться до побудови точки перетину прямої з площиною або поверхнею (див розд. 7.6 та 9.7).

### Тінь прямої лінії

Світлові промені, що проходять через безліч точок прямої лінії, утворюють променеву площину. Перетинаючись з площиною або поверхнею, променева площина утворює падаючу тінь прямої лінії.

Для побудови падаючої тіні прямої лінії на площину досить побудувати тіні двох її точок. Тінню прямої лінії буде пряма, що з'єднає ці точки (рис. 11.7, а). Однак бувають випадки, коли тіні кінців відрізка виявляються на різних площинах проєкцій (рис. 11.7, б). Це означає, що тінь прямої АВ розташована на двох площинах проєкцій і матиме точку зламу. Тіні точок кінців не можна з'єднати прямою лінією. Необхідно побудувати *уявну тінь* точки В, тобто побудувати її фронтальний слід, а потім з'єднати тіні точок, що лежать в одній площині, отримавши точку зламу  $M_T$ . У цій точці тінь прямої переломиться і перейде з площини  $\Pi_2$  на площину  $\Pi_1$ .

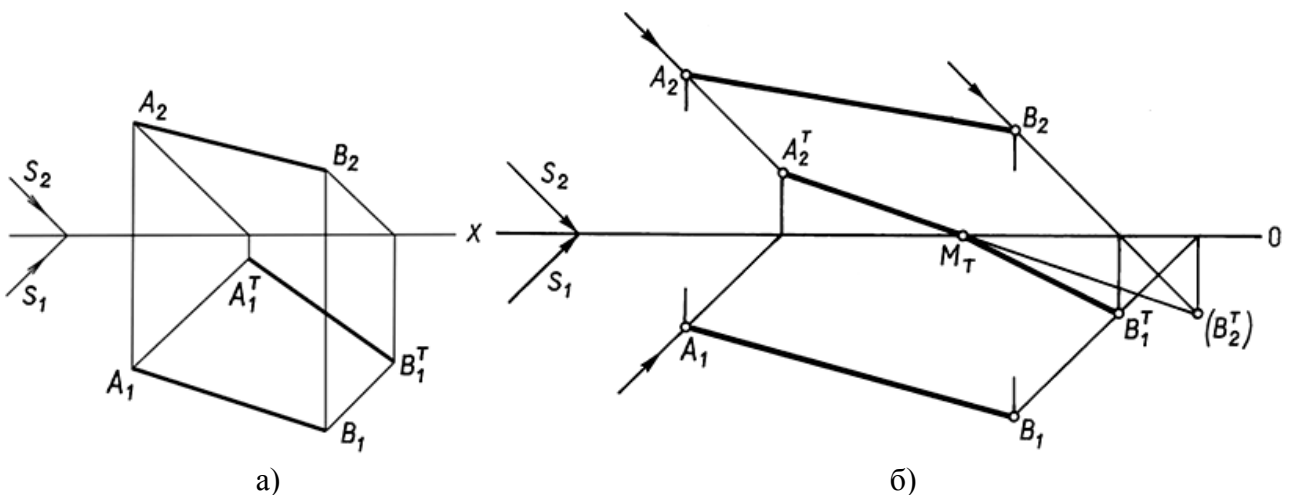


Рисунок 11.7 — Випадки побудови тіні від прямої



Аналогічно будується тінь від прямої АВ на площині  $\Pi_1$  і площині загального положення  $\Delta 123$  (рис. 11.8).

### Тіні прямих окремого положення

Тіні від прямих окремого положення на площині проєкцій будуть досить часто складовими частинами падаючих тіней різних архітектурних деталей і фрагментів. Вони розташовані на епюрі певним чином (рис. 11.9).

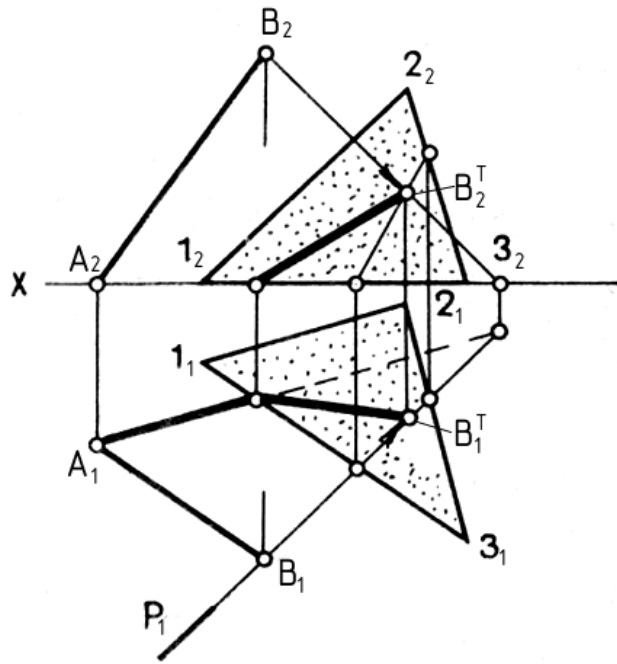


Рисунок 11.8 — Тінь від прямої на площині загального положення

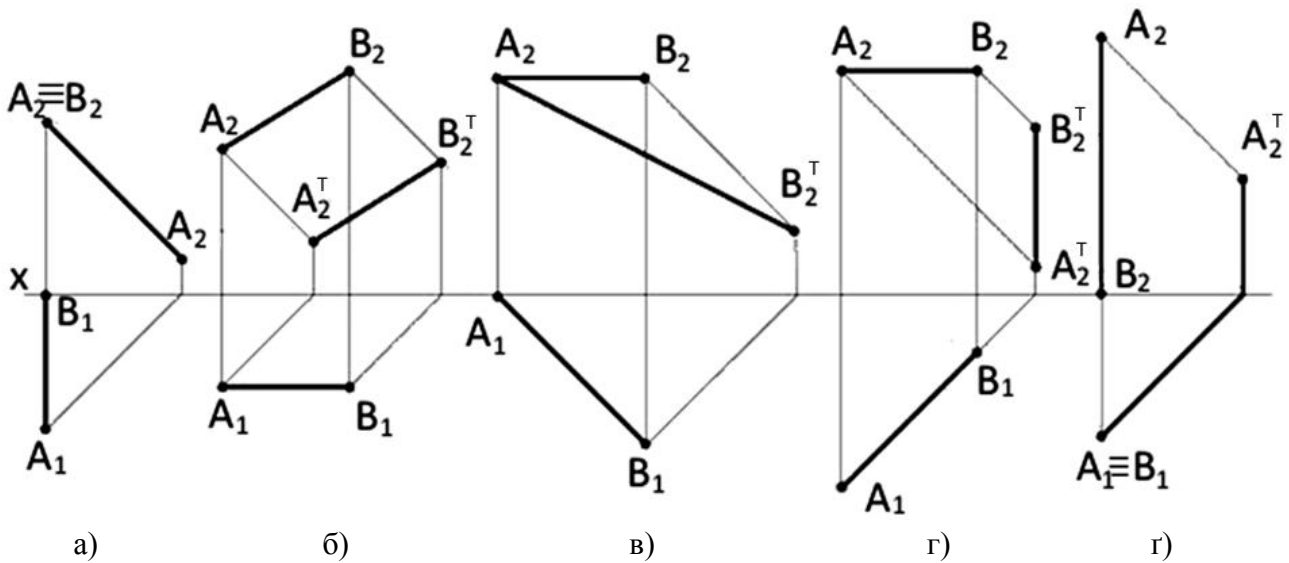


Рисунок 11.9 — Тіні прямих окремого положення

1. Тінь відрізка прямої, перпендикулярної площині проєкцій, співпадає з проєкцією променя на цю площину (рис. 11.9, а).

2. Тінь відрізка прямої, паралельної площині проєкцій, паралельна самому відрізку і дорівнює йому за розміром (рис. 11.9, б).

3. Тінь відрізка горизонтальної прямої, розташованої під кутом  $45^\circ$  до фронтальної площини проєкції, розташовується на цій площині з ухилом 1:2 (рис. 11.9, в).

4. Тінь відрізка горизонтальної прямої, паралельної променевій проєціюючій площині, залежно від її положення, або співпадає з проєціюючим слідом цієї площини, або розташована перпендикулярно до осі проєкції, як у запропонованому прикладі (рис. 11.9, г).

5. Тінь від вертикального відрізка, залежно від його висоти, може бути розташована у двох площинах проєкцій (рис. 11.9, г).

Зупинимося докладніше на першому та останньому випадках і відзначимо такі їхні особливості. *Проекція падаючої тіні на будь-яку поверхню від прямої, перпендикулярної площині проєкцій, співпадає з проєкцією променя на цю площину, а на іншій площині проєкцій повторює контур нормального перерізу цієї поверхні, повернений ліворуч.*

На рисунку 11.10, а світлові промені, що проходять через вертикальну пряму  $b$ , утворюють горизонтально-проєціюючу променеву площину  $P$ . Ця площина перетинає профіль цоколю будівлі по лінії, яка на плані співпадає з проєкцією променя, а на фасаді повторює контур нормального перерізу (профіль цоколю), повернений ліворуч.

На рисунку 11.10, б наведено аналогічний приклад побудови падаючої тіні на сходах. Тінювими твірними, які розділяють на об'ємній формі освітлену та затінену частини поверхні, є вертикальне  $AA'$  і горизонтальне  $AB$  ребра бічної стінки. Тінь від точки  $A$  падає на горизонтальну площину (проступ) сходини.

Щоб побудувати падаючу тінь від вертикального ребра  $AA'$  на сходах, потрібно провести через це ребро горизонтально-проєціюючу променеву площину  $t$ . На плані горизонтальна проєкція контуру тіні співпадає зі слідом площини, а на фасаді тінь повторює контур нормального перерізу (профілю) сходів, повернений ліворуч. Тінь на фасаді від горизонтального ребра  $AB$  також співпадає з проєкцією променя, а на плані повторює профіль сходів.

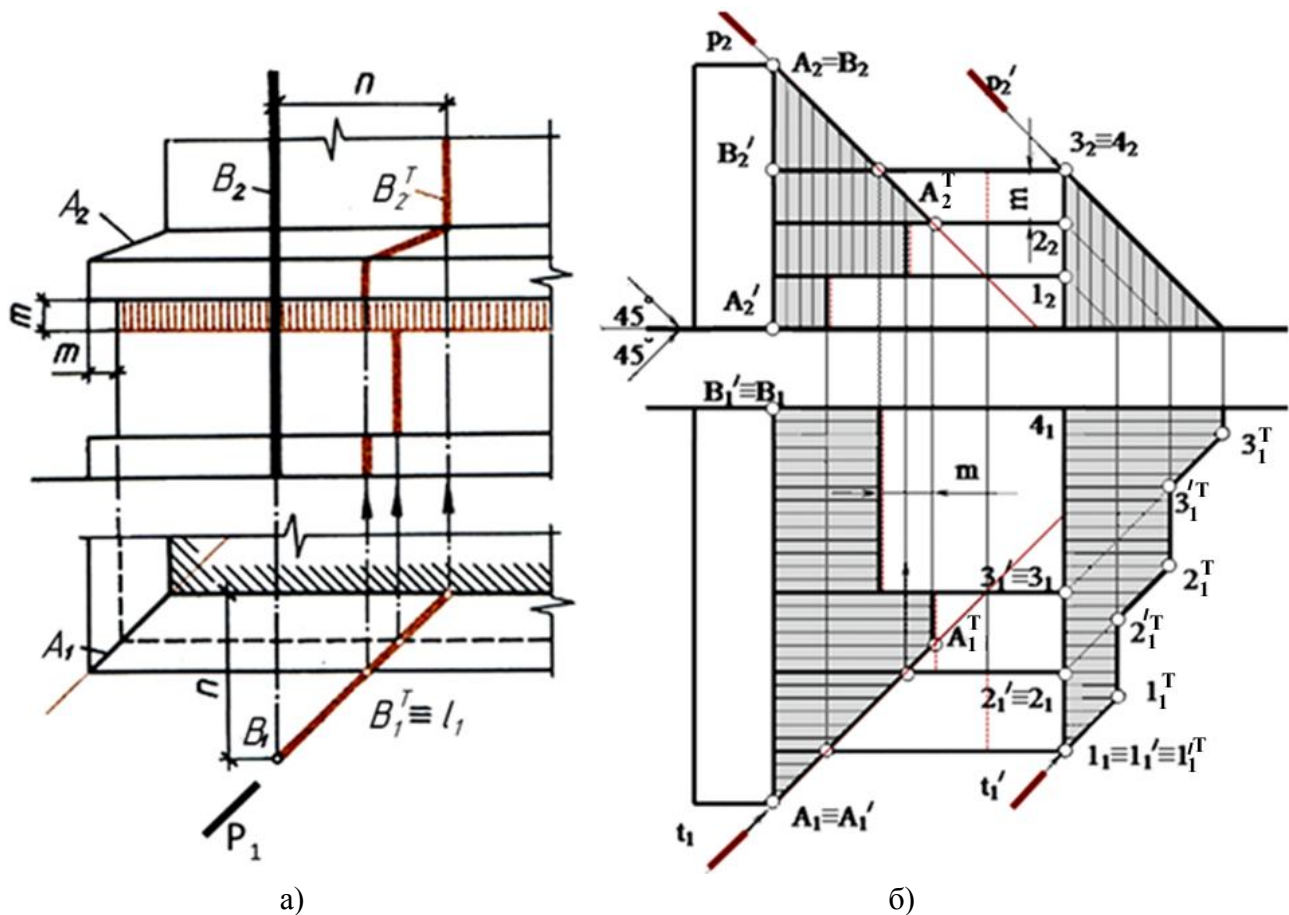


Рисунок 11.10 — Тіні на цоколі будівлі та сходах

## Тіні плоских фігур

Вигляд тіні від плоскої фігури залежить як від її форми й положення в просторі, так і від форми поверхні, на яку падає тінь.

На рисунку 11.11 побудовано падаючу тінь від площини загального положення, заданої трикутником  $ABC$ , на площини проєкцій. Тіні від вершин трикутника виявилися на різних площинах проєкцій. Побудову тіні трикутника потрібно вести в тій самій послідовності, що і побудову тіні прямої (рис. 11.7, б). Спочатку будують тінь на площині  $\Pi_2$ , зокрема і частину уявної тіні, потім визначають точки зламу тіні 1 і 2, які з'єднують із тінню точки  $C$ . Тінь трикутника переломиться і перейде з площини  $\Pi_1$  на площину  $\Pi_2$ .

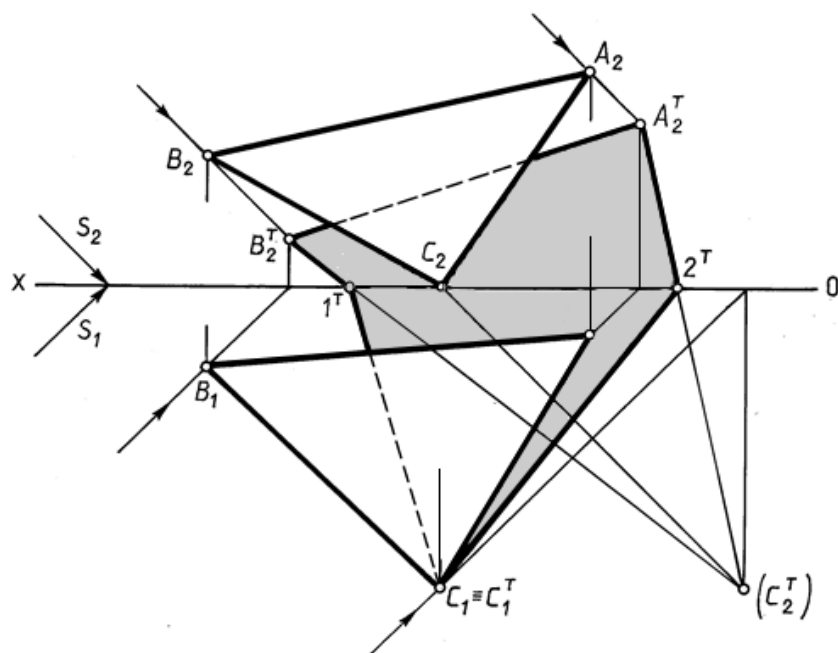


Рисунок 11.11 — Тінь від трикутника загального положення

Тінь, яка падає від плоскої фігури на паралельну їй площину, дорівнює самій фігурі. Ця закономірність дає можливість значно скоротити побудову. Досить побудувати тінь від однієї точки фігури, а потім зобразити рівну їй фігуру — контур падаючої тіні (рис. 11.12).

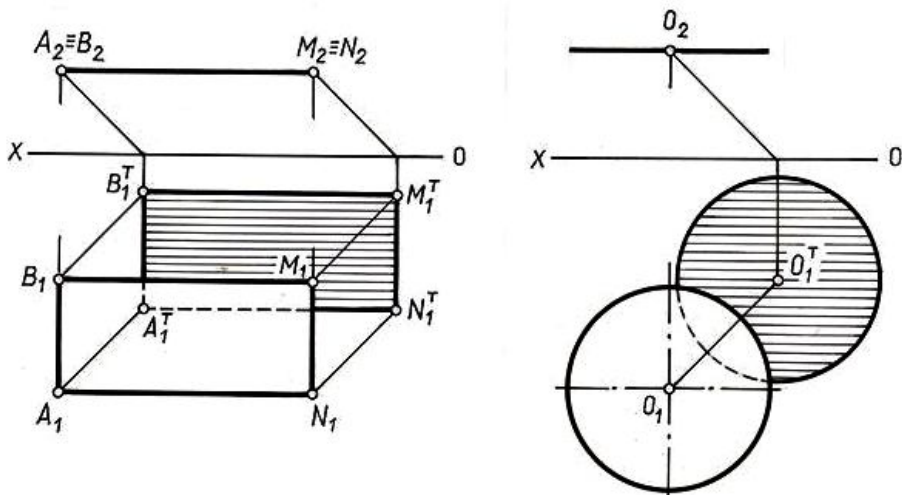


Рисунок 11.12 — Тіні від плоских фігур, паралельних площині

## Тінь горизонтального кола

Тінь від горизонтального кола на фронтальній площині проєкцій віді́б'ється у вигляді еліпса (рис. 11.13, а). Контур тіні може бути отриманий шляхом побудови тіней ряду точок кола. Тінь від кола може бути побудована також за допомогою побудови тіні описаного квадрата, в яку вписується потім еліпс за вісьма точками.

У процесі графічних побудов, як і в запропонованому прикладі, буває необхідно ділити відрізок прямої у співвідношенні сторони квадрата до його діагоналі, що дорівнює  $0,707$  ( $\sim 0,7$ ). Тінь кола на фасаді може бути побудована без плану, оскільки тінь однієї з діагоналей розташовується вертикально ( $C_2A_2^T$ ).

На рисунку 11.13, б наведено побудову падаючої тіні на фасаді від горизонтального півкола. Цей спосіб досить часто застосовується при побудові тіней архітектурних деталей, що складаються з різних поверхонь обертання. Тінь півкола також може бути побудована без іншої проєкції.

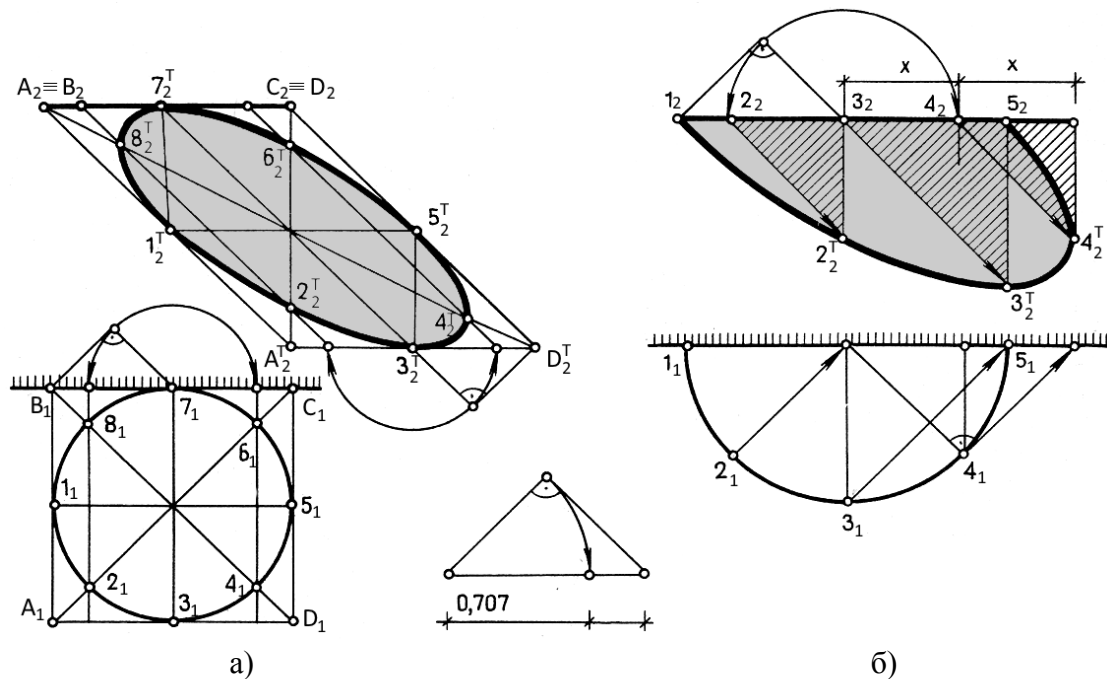


Рисунок 11.13 — Тіні горизонтального кола

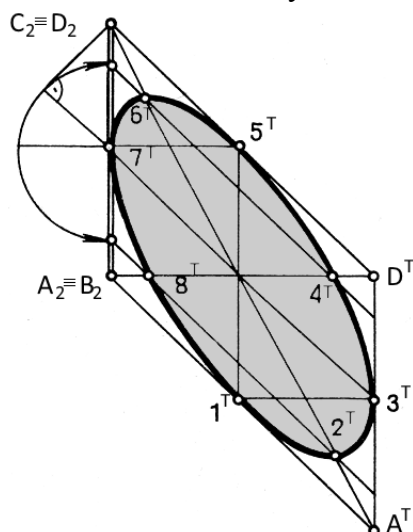


Рисунок 11.14 — Тінь вертикального кола

## Тінь вертикального кола

На рисунку 11.14 побудовано тінь на площині  $\Pi_2$  від вертикального кола, розташованого в профільній площині. Одна з діагоналей описаного навколо кола квадрата дає тінь по горизонталі ( $B_2D^T$ ). У паралелограм, який є тінню описаного квадрата, вписують еліпс за вісьма точками.

### 11.3 Тіні геометричних тіл

У процесі побудови тіней геометричних тіл спочатку потрібно визначити контур власної тіні, а потім братися до побудови падаючої тіні, яка є тінню контуру власної тіні.

#### Тінь призми

Задня і права бічна грані призми знаходяться у власній тіні (рис. 11.15). Ребра, що розділяють освітлені й затінені грані призми, утворюють контур власної тіні. Вони є прямими окремого положення, падаючі тіні від яких будуються просто (див. рис. 11.9). Ширина падаючої тіні на фасаді від стовпа прямокутного поперечного перерізу дорівнює сумі сторін плану.

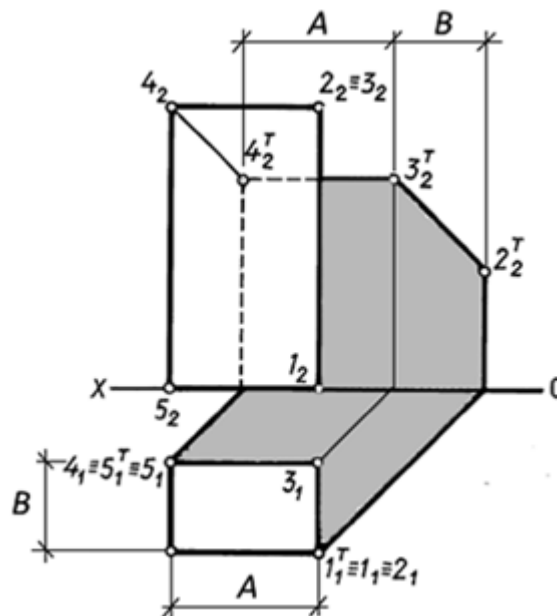


Рисунок 11.15 — Тінь призми

#### Тінь циліндра

Контур власної тіні визначається двома твірними 1 і 5, по яких променеві площини Q і Н торкаються його бічної поверхні (рис. 11.16, а). Тінь від верхньої основи будуються за точками 1, 2, 3, 4, 5.

Падаюча тінь від циліндра на стіну по ширині дорівнює 1,4 діаметра циліндра. Це слідує з того, що діаметр проєціюється на площину променями, направленими під кутом  $45^\circ$ , у такий спосіб ширина тіні буде дорівнювати діагоналі квадрата зі стороною, яка дорівнює діаметру. Побудова падаючої тіні на плані й фасаді включає вже відомі елементи — побудову тіні горизонтального кола і тіней вертикальних прямих.

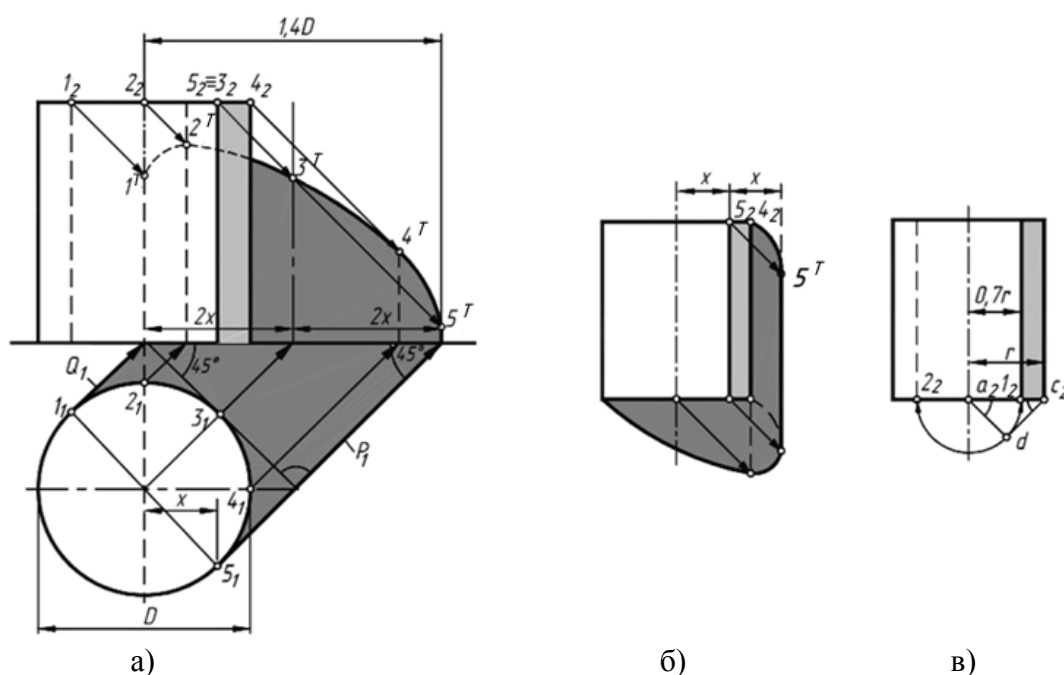


Рисунок 11.16 — Тіні циліндра

Тінь від напівциліндра на стінку будується за розміром  $x$  (рис. 11.16, б).

Фронтальна проекція контуру власної тіні може бути визначена без плану за допомогою рівнобедреного трикутника з засічкою на гіпотенузі, побудованого на половині фронтальної проекції основи (рис. 11.16, в).

### Тінь конуса

У процесі побудови тіні конуса необхідно зробити інакше — спочатку побудувати падаючу тінь, за допомогою якої визначають потім контур власної тіні (рис. 11.17, а). Починають із побудови падаючої тіні вершини на площину основи конуса. Такою тінню є уявна тінь. Дотичні, проведені з цієї точки до основи конуса, визначають тіньові твірні конуса, які і є контуром власної тіні. Точки дотику графічно точно визначаються за допомогою кола, побудованого на проекції падаючої тіні висоти конуса. Контур власної тіні конуса — лінія дотику бічної поверхні конуса і променевих площин, паралельних світловим променям, а контур падаючої тіні — горизонтальні сліди променевих площин.

Тінь конуса, зверненого вершиною донизу, будується аналогічно (рис. 11.17, б). Для визначення тіньових твірних конуса необхідно провести через вершину конуса світловий промінь у зворотному напрямку до перетину з площиною основи конуса, а потім провести з цієї точки дотичні до його основи.

Порівнюючи зону власної тіні першого і другого конусів, відзначимо, що власна тінь конуса, зверненого вершиною догори, займає менше половини бічної поверхні, а власна тінь конуса, зверненого вершиною донизу, — більше половини поверхні.

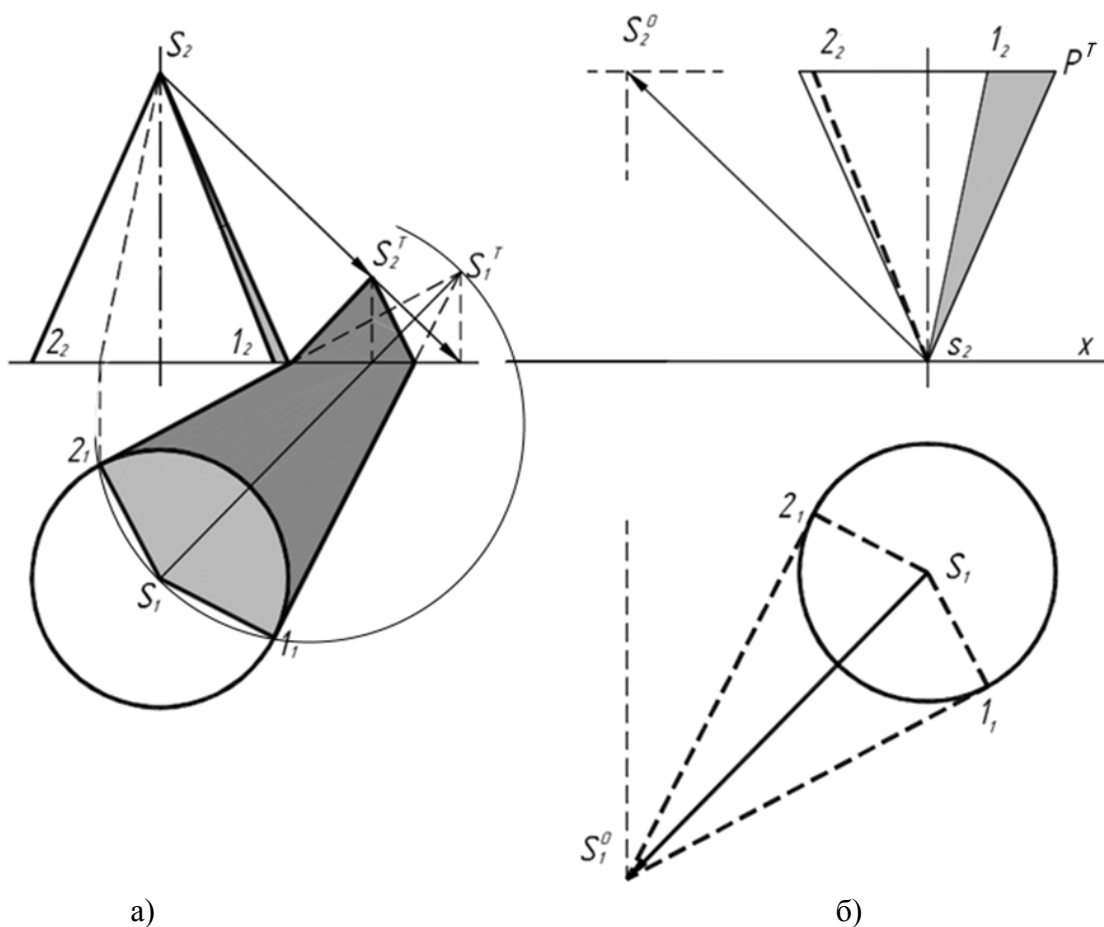


Рисунок 11.17 — Тіні конуса

### Якщо твірна конуса має нахил $45^\circ$ або $35^\circ$

Побудова власної тіні спрощується. Такі конуси використовуються при побудові тіней поверхонь обертання.

Власна тінь конуса з нахилом твірної  $45^\circ$  (рис. 11.18, а) займає на прямому конусі — чверть поверхні, а на зворотному — три чверті поверхні. Тіньові твірні у прямого конуса — права обрисова і профільна невидима, а у зворотного конуса — ліва обрисова і профільна видима.

Конус з нахилом твірної  $35^\circ$  (рис. 11.18, б) має одну твірну в ковзаючому освітленні, яка співпадає з променем на фасаді (вона розташовується під кутом  $45^\circ$ ). Прямий круговий конус увесь освітлений, зворотний — увесь у тіні.

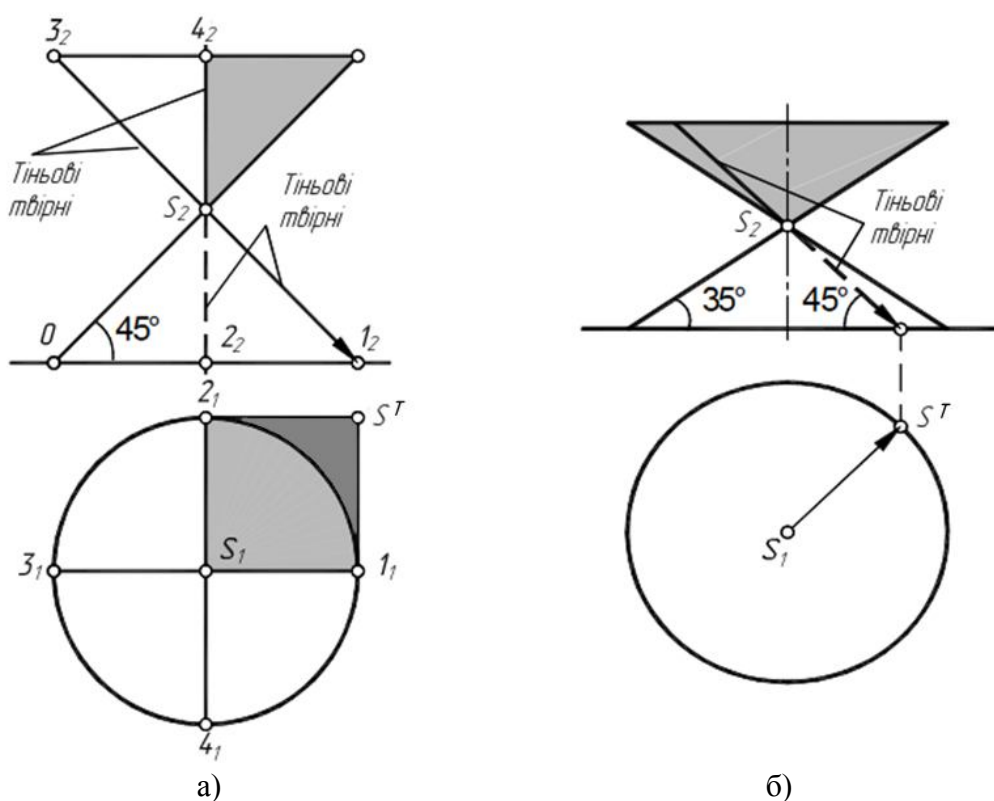


Рисунок 11.18 — Тіні конусів, твірна яких розташована під кутом  $45^\circ$  або  $35^\circ$

### Раціональні способи побудови власної тіні кругового конуса на фронтальній проекції

На основі конуса (рис. 11.19, а), як на діаметрі, будується коло (суміщений план). З вершини  $S_2$  та із центра основи  $a_2$  проводять прямі під кутом  $45^\circ$  до їх взаємного перетину у точці  $k$ . Розміром  $ka_2$  проводять дугу кола і визначають точки  $f$  і  $e$ . З цих точок проводять перпендикуляри на основу конуса. Отримані при цьому точки  $1$  і  $2$  є точками твірних конуса — контуру власної тіні.

При зворотному конусі усі побудови, як і сам конус, «перевертаються» (рис. 11.19, б).

На рисунку 11.19, в подано інший спосіб побудови тіні конуса. Права обрисна твірна конуса продовжується до перетину з горизонталлю  $ae$ , яка є дотичною до суміщеного плану основи конуса. З отриманої при цьому точки  $e$  проводиться зворотний промінь під кутом  $45^\circ$ , який у перетині з колом основи дає точки  $1$  і  $2$  власної тіні на плані. Ці точки переносять лініями зв'язку на фасад. Цей спосіб зручний тим, що дає мінімальну кількість побудов, а також застосовується тоді, коли вершина конуса не розміщується на кресленні.

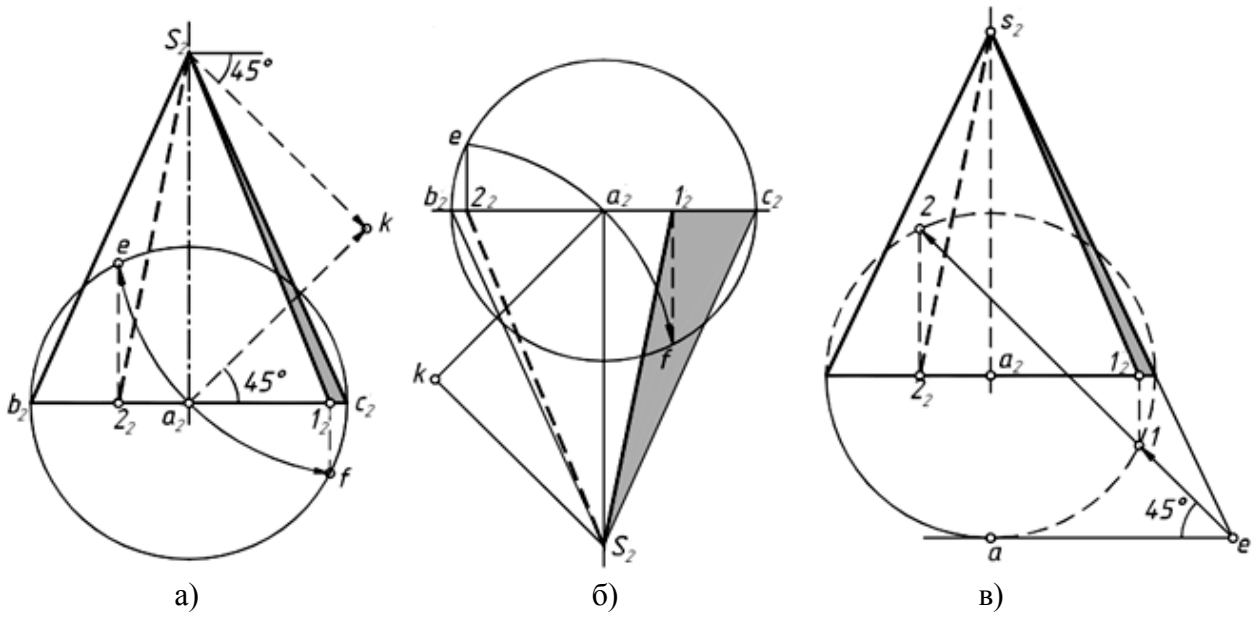


Рисунок 11.19 — Рациональні способи побудови власної тіні конуса на фронтальній проекції

**Тінь сфери (рис. 11.20).**

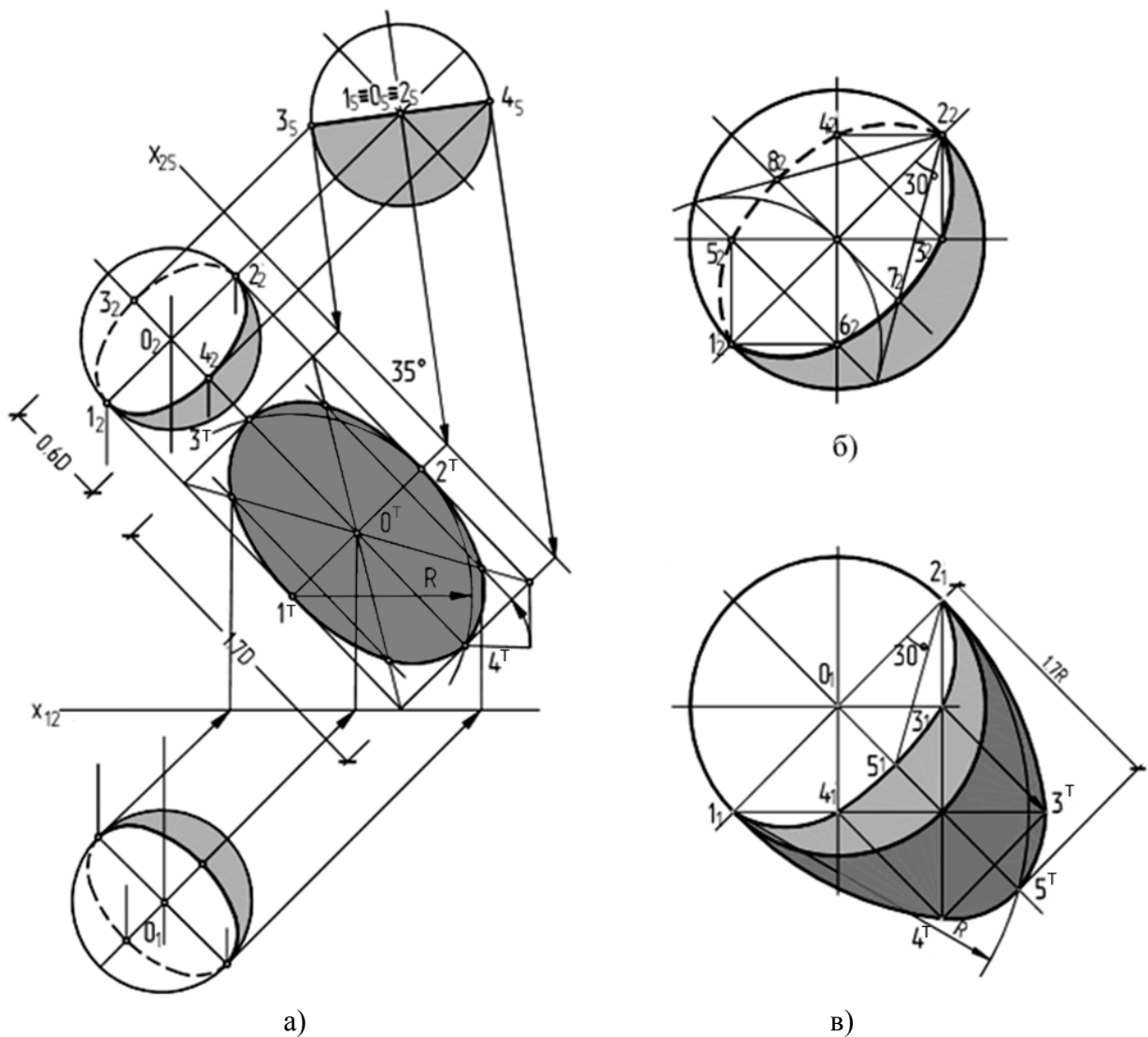


Рисунок 11.20 — Тінь сфери



Світлові промені, що торкаються поверхні сфери, утворюють циліндричну променеву поверхню, яка огортає поверхню сфери (рис. 11.20, а). Вона торкається сфери по великому колу — контуру власної тіні сфери. Проекціями контуру власної тіні є еліпси. Велика вісь еліпса дорівнює діаметру сфери, а мала вісь  $\approx 0,6D$ . Щоб визначити цей параметр, можна застосувати заміну площини проекції  $\Pi_1$  і побудувати нову проекцію сфери та її власну тінь на площині проекцій, паралельній променям світла. У цьому разі при істинному нахилі променя ( $\sim 35^\circ$ ) нова проекція контуру власної тіні буде перпендикулярна проекціям променів (графічні побудови кута в  $35^\circ$  зображено на додатковій проекції).

Побудова падаючої тіні сфери на фронтальну площину проекцій зрозуміла з креслення.

Власна тінь сфери може бути побудована на фасаді без іншої проекції за вісьма точками (рис. 11.20, б). Точки  $3_2$ ,  $4_2$ ,  $5_2$  і  $6_2$  визначаються за допомогою горизонтальних і вертикальних прямих, проведених із точок  $1_2$  і  $2_2$  до перетину з горизонтальним і вертикальним діаметрами. Точки  $7_2$  і  $8_2$  знаходять побудовою рівностороннього трикутника і проведенням прямих під кутом  $30^\circ$  із точки  $2_2$  до діаметра  $1_2 2_2$ .

Падаюча тінь півсфери (рис. 11.20, в) являє собою півеліпс, велика піввісь якого дорівнює  $1,7$  радіуса. Вона визначається засічкою з точки  $1_2$  відрізком, що дорівнює діаметру.

Побудова точок тіні  $3^T$  і  $4^T$  зрозуміла з креслення.

## 11.4 Способи побудови тіней

Залежно від форми об'єкта і його положення в просторі застосовуються такі способи побудови проекцій тіней: *спосіб променевих перерізів*, *спосіб дотичних поверхонь* і *спосіб зворотних променів*. Крім зазначених головних способів побудови тіней, також застосовуються *спосіб допоміжних площин рівня*, *спосіб «виносу»* і *спосіб допоміжного проєціювання*.

При побудові тіней вибирають такий спосіб, який дає найточніші побудови тіні з найменшою кількістю графічних операцій. У низці випадків, залежно від форми об'єкта, зазначені способи застосовуються одночасно.

### 11.4.1 Спосіб променевих перерізів

Спосіб променевих перерізів — головний і універсальний спосіб побудови тіней. Він застосовується при побудові як падаючих, так і власних тіней складних за формою об'єктів. За своєю геометричною схемою він нескладний, але потребує досить значних графічних операцій, пов'язаних із побудовою допоміжних променевих перерізів.

Суть способу полягає в тому, що для побудови тіні, що падає від одного об'єкта на інший, через характерні (опорні) точки об'єкта проводять декілька променевих січних площин, будують за точками допоміжні перерізи й визначають точки перетину променевих прямих, проведених через характерні точки першого об'єкта, з побудованими перерізами другого. Побудувавши декілька точок падаючої тіні та з'єднавши їх у певній послідовності, отримаємо контур падаючої тіні. Побудова падаючої тіні також дає можливість визначити контур власної тіні першого об'єкта, якщо він не був відомий.

Отже, спосіб променевих перерізів заснований на головних задачах нарисної геометрії — на визначення точки перетину прямої з площиною або поверхнею і на побудову переріза поверхні площиною.

**Приклад.** Побудувати падаючу тінь від плоскої фігури на поверхню обертання.

Світлові промені, що проходять через контур плоскої фігури (рис. 11.21), утворюють призматичну променеву поверхню, яка в перетині з поверхнею обертання визначає контур падаючої тіні. Отже, рішення задачі зводиться до побудови лінії перетину двох поверхонь — чотиригранної призми з поверхнею обертання (див. розд. 9.8).

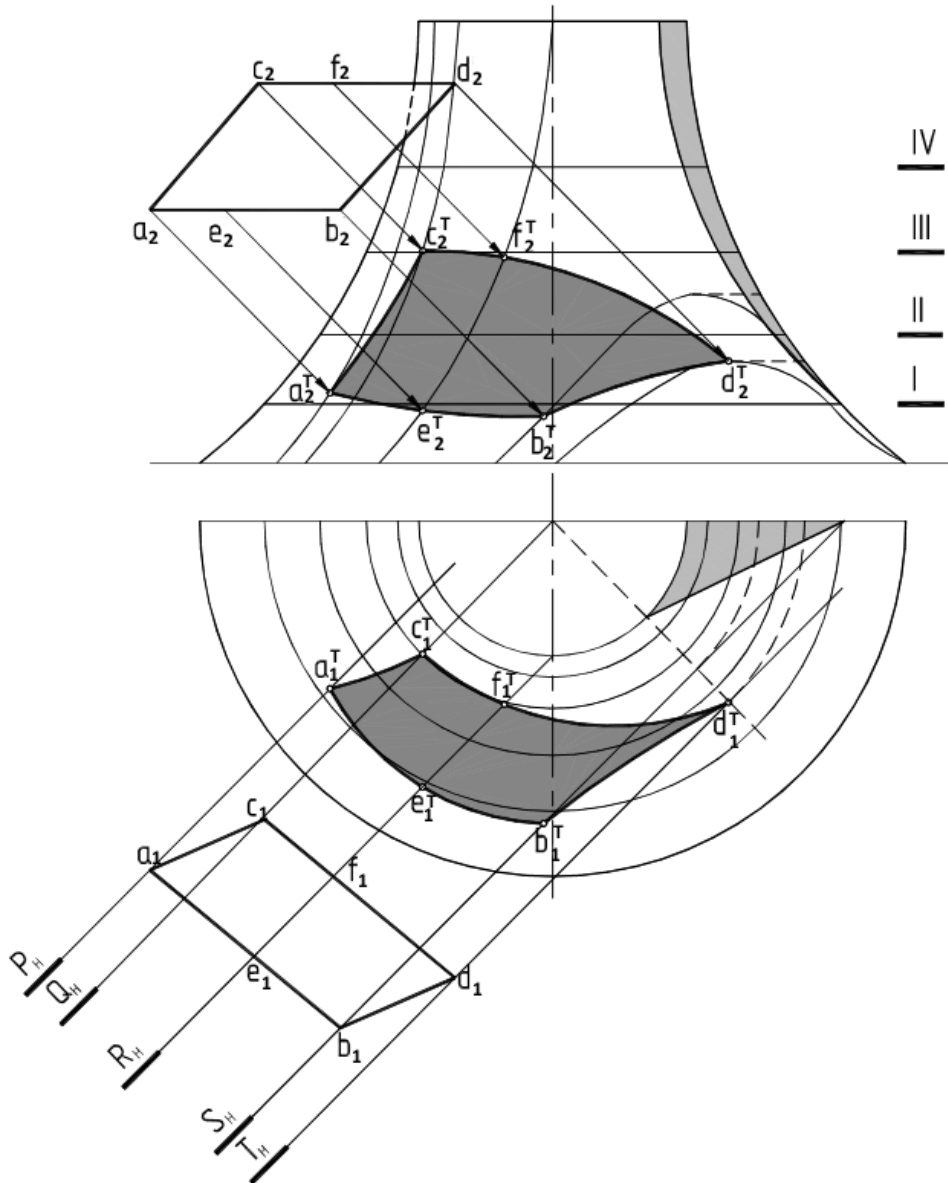


Рисунок 11.21 — Побудова падаючої тіні від плоскої фігури на поверхню обертання способом променевих перерізів

Для побудови контуру падаючої тіні через характерні точки (вершини) плоскої фігури проводять променеві січні площини та ще одну, проміжну площину R. Також потрібно провести січну площину через вісь поверхні обертання для визначення найвищої точки контуру тіні, у цьому прикладі вона співпадає з площиною Q.

Для побудови допоміжних променевих перерізів поверхні на ній потрібно побудувати каркас ліній — кола I–IV. Потім визначаються точки перетину променевих прямих з побудованими лініями перерізів поверхні. Для кожного відрізка кривих ліній контуру тіні необхідно побудувати не менше трьох точок тіні.

## 11.4.2 Спосіб допоміжних дотичних поверхонь

Спосіб дотичних (описаних або вписаних) поверхонь конусів і циліндрів застосовується при побудові на фасаді контурів власних тіней поверхонь обертання без іншої проекції. Суть цього способу така (рис. 11.22).

Для побудови точок, що належать контуру власної тіні, використовуються допоміжні циліндричні й конічні поверхні, тіні яких визначаються просто. Ці поверхні торкаються заданої поверхні обертання по колах — паралелях.

Спочатку застосовують допоміжні циліндричні поверхні, які торкаються поверхні обертання по екватору або горловині, потім застосовують дотичні конуси, співвісні з даною поверхнею. Після цього визначають тіньові твірні дотичних поверхонь і відзначають точки дотику з відповідними паралелями цієї поверхні. Ці точки належать контуру власної тіні поверхні обертання. Отримані точки тіні з'єднують плавною кривою.

При побудові контуру власної тіні насамперед необхідно побудувати характерні точки контуру — точки тіні, що лежать на фронтальному і профільному обрисах поверхні (точки видимості), а також вищу та нижчу точки контуру тіні. Перші дві точки визначають за допомогою дотичних конусів із кутом нахилу твірної  $45^\circ$ , а інші дві точки — за допомогою конусів із кутом нахилу твірної  $35^\circ$  (див. рис. 11.18).

Два різновиди дотичних конусів і дотичний циліндр дають змогу визначити вісім точок контуру власної тіні, зокрема невидимі. Якщо необхідно побудувати додаткові точки тіні, застосовують дотичні конуси з довільним нахилом твірних.

**Приклад 1.** Побудувати власну тінь опуклої поверхні обертання — овоїда (рис. 11.23).

Для побудови точок тіні на екваторі поверхні опишемо навколо поверхні співвісний циліндр і на колі дотику визначимо загальні точки тіні  $1_2$  і  $2_2$ .

Потім побудуємо фронтальні проекції допоміжних дотичних конусів із кутом нахилу твірної  $35^\circ$ . Для цього проведемо дотичні до обриса овоїда до перетину з віссю. З цієї точки будуємо пряму під кутом  $45^\circ$  до лінії дотику і отримаємо вищу точку  $3_2$  (невидиму) і нижчу  $4_2$ . Конуси з кутом нахилу твірної  $45^\circ$  дадуть на обрисі поверхні точки  $5_2$  та  $7_2$  і точки, що співпадуть із проекцією осі, —  $6_2$  (невидима) і  $8_2$ .

Якщо восьми точок виявиться недостатньо, проводять додаткову паралель поверхні й будують дотичний конус довільного вигляду (точки  $9_2$  і  $10_2$ ). Через отримані точки проводять плавну криву, у точках  $5_2$  і  $7_2$  вона має торкнутися обриса овоїда.

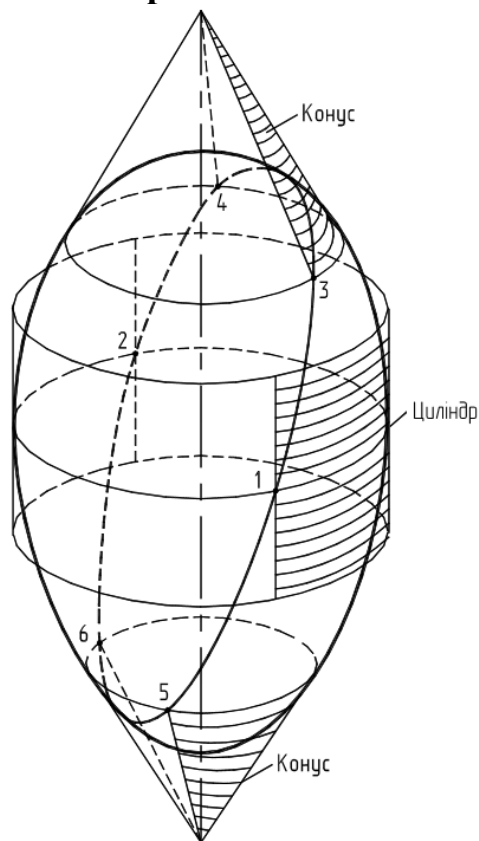


Рисунок 11.22 — Суть способу дотичних поверхонь

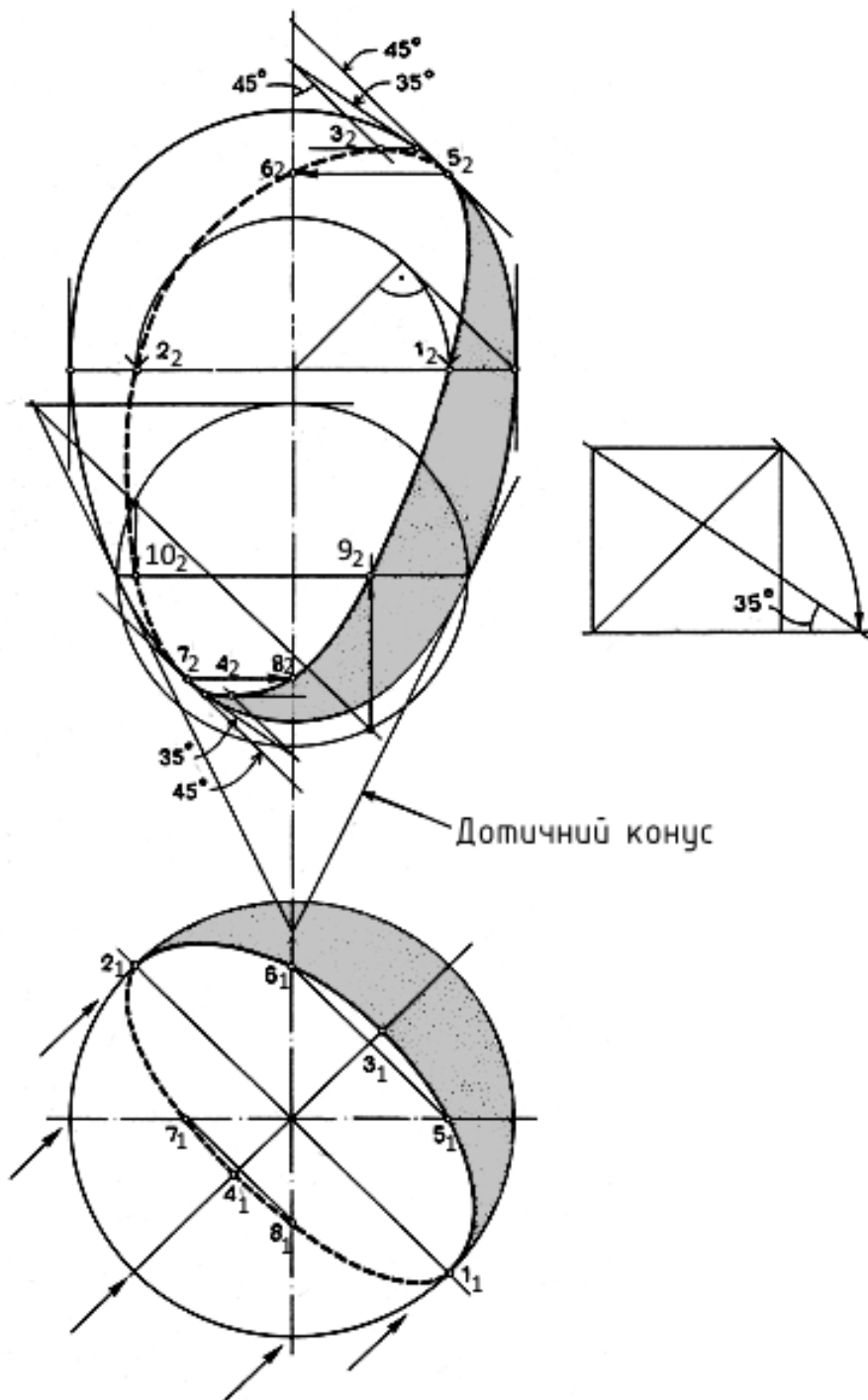


Рисунок 11.23 — Побудова власної тіні овоїда способом дотичних поверхонь

**Приклад 2.** Побудувати контур власної тіні увігнутої поверхні обертання тороїду (скоції).

На рисунку 11.24 форма поверхні обертання така, що падаючої тіні від верхньої крайки не буде, оскільки крива обрису у верхній точці дотична до прямої під кутом  $35^\circ$ .

Точки  $1_2$  і  $2_2$  побудовані за допомогою вписаного циліндра. Точки  $5_2$  і  $6_2$ , а також точки  $7_2$  і  $8_2$  побудовані за допомогою дотичних конусів із кутом нахилу твірної  $45^\circ$ . Точки  $3_2$  (вища) і  $4_2$  (нижча) — за допомогою вписаних конусів із нахилом твірної  $35^\circ$ . Для точнішої побудови точок дотику твірних допоміжних конусів до обрису поверхні можна скористатися прямими, проведеними під кутами, що дорівнюють додатковим кутам ( $55^\circ$  і  $45^\circ$ ), із центрів дуг обрису поверхні.

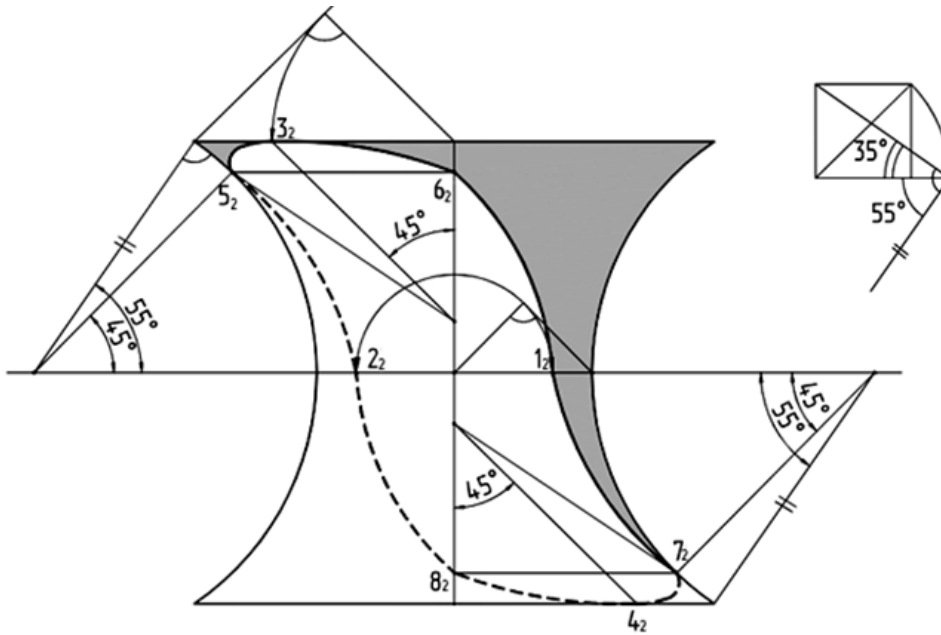


Рисунок 11.24 — Побудова власної тіні тороїда способом дотичних поверхонь

### 11.4.3 Спосіб зворотних променів

Спосіб зворотних променів застосовується для побудови падаючих тіней від одного предмета на інший. Суть цього способу така. Якщо потрібно побудувати падаючу тінь від одного геометричного об'єкта на інший, спочатку будують падаючі тіні від цих об'єктів на одну з площин проєкцій і відзначають точку перетину контурів падаючих тіней. Вона являє собою тіні двох точок цих об'єктів, які співпали й лежать на одному світловому промені. Потім із цієї точки проводять промінь у зворотному напрямку (зворотний), за допомогою якого визначають тінь точки від одного об'єкта на іншому.

**Приклад 1.** Побудувати падаючу тінь від прямої EF на площину трикутника ABC (рис. 11.25).

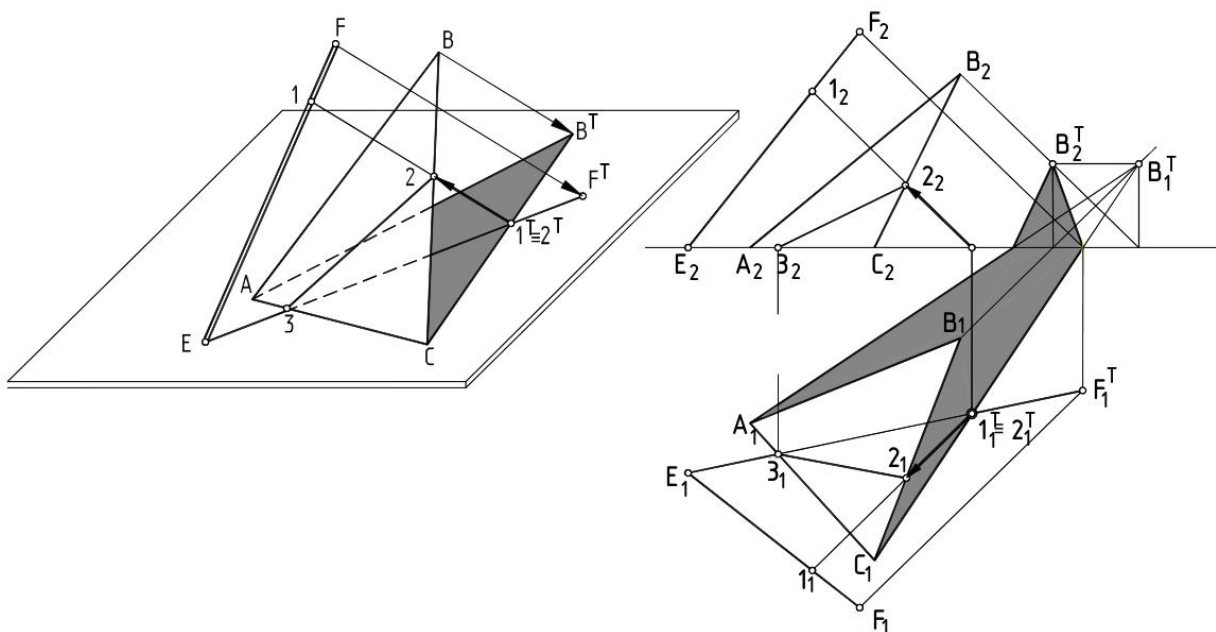


Рисунок 11.25 — Побудова падаючої тіні від прямої на площину трикутника способом зворотних променів

Спочатку будують падаючі тіні трикутника і прямої на площину  $\Pi_1$ . Точка  $1_1^T \equiv 2_1^T$  є точкою перетину контурів тіней. З цієї точки проводять зворотний промінь до перетину зі стороною трикутника в точці 2 ( $2_1, 2_2$ ). Ця точка буде тінню від точки прямої на площину трикутника. Падаюча тінь прямої має пройти від точки 3 до побудованої точки 2 ( $2_1, 2_2$ ). Якщо продовжити зворотний промінь до перетину з прямою EF, визначимо точку 1, яка кидає тінь у точку 2 трикутника, а потім у точку  $1_1^T \equiv 2_1^T$  на площині  $\Pi_1$ . Усі три точки лежать на одному світловому промені.

**Приклад 2.** Побудувати падаючу тінь від прямої на поверхню конуса (рис. 11.26).

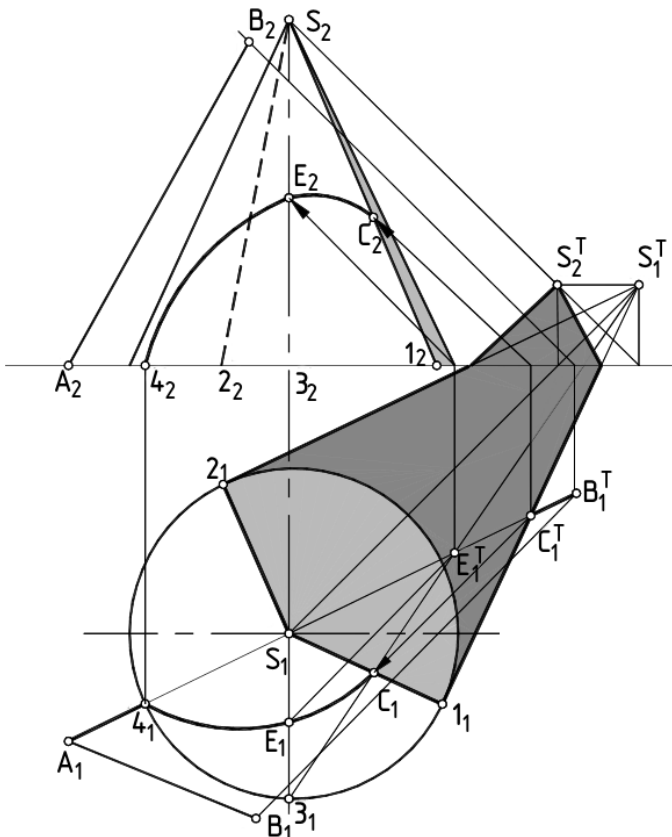


Рисунок 11.26 — Побудова падаючої тіні від прямої на поверхню конуса способом зворотних променів

Світлові промені, що проходять через пряму, утворюють променеву площину, яка перетинає конус по кривій другого порядку і являє собою падаючу тінь від прямої на конусі. Спочатку будують падаючі тіні від прямої та від конуса на площині  $\Pi_1$  (див. рис. 11.17, а). Потім відзначають точку  $C_1^T$  перетину контурів тіней і за допомогою зворотного променя визначають точку тіні C ( $C_1, C_2$ ) на тінювій твірній  $S_1 1_1$  конуса. Точку C ( $C_1, C_2$ ) називають точкою зникнення тіні. У ній крива падаючої тіні торкається променя. Для побудови проміжних точок падаючої тіні між точками C і 4 проводять допоміжну твірну S3 (або декілька твірних) і будують уявну падаючу тінь  $3_1 S_1^T$  твірної S3 на площині  $\Pi_1$ . Відзначають точку  $E_1^T$  перетину контурів тіней і зворотним променем визначають точку тіні E ( $E_1, E_2$ ). Так можна побудувати будь-яку кількість точок тіні.

#### 11.4.4 Спосіб «виносу»

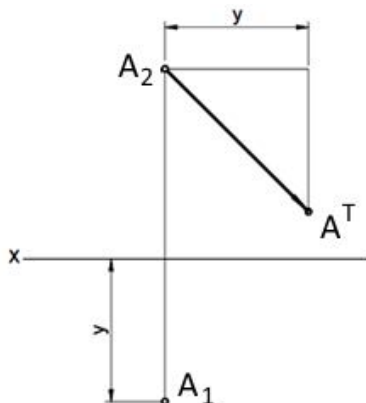


Рисунок 11.27 — Суть способу «виносу»

Спосіб «виносу» (ординат) застосовується для побудови падаючих тіней на площинах проекцій і площинах рівня. Якщо відома відстань (винос) окремих точок об'єкта, наприклад від фронтальної площини, падаюча тінь може бути побудована без горизонтальної проекції за виносом (ординатам у) цих точок (рис. 11.27).

Для побудови тіні точки А на фронтальній площині проєкцій потрібно від проєкції точки  $A_2$  відкласти праворуч величину виносу  $y$  і побудувати в перетині з проєкцією променя тінь  $A^T$  точки.

**Приклад 1.** Побудувати падаючу тінь розкріпування стіни з карнизною частиною.

Розкріпуванням називають виступ, що проходить по всій висоті об'єкта. На рисунку 11.28, а на фасаді побудовано падаючу тінь із використанням плану. Однак якщо відомий розмір розкріпування стіни  $y$ , то вся інша частина падаючої тіні може бути побудована без плану способом «виносу».

На рисунку 11.28, б наведено побудову падаючої тіні карниза по виносу  $y$ . Винос карниза  $y_1$  проєціюється на фронтальній площині проєкцій, отже, розмір тіні від карниза буде дорівнювати цьому розміру. Потім будується тінь карнизного виступу. Необхідно відзначити таку особливість — її розмір дорівнює подвоєному виносу  $2y_1$  карниза. Побудова тіні способом «виносу» графічно точніша, ніж побудова тіні за двома проєкціями.

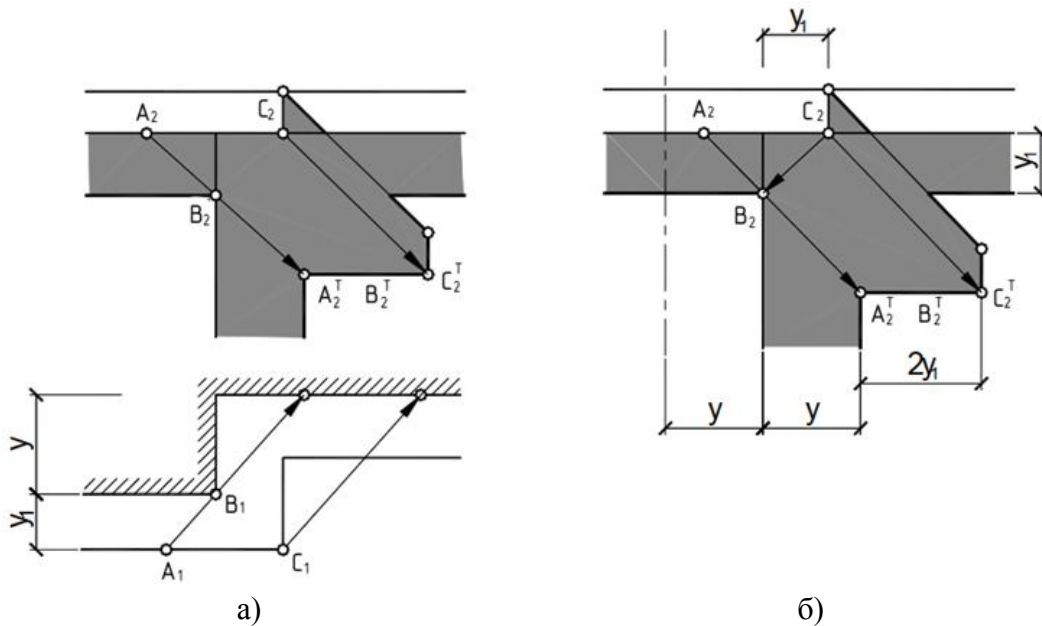


Рисунок 11.28 — Побудова падаючої тіні розкріпування стіни з карнизною частиною способом «виносу»

**Приклад 2.** Побудувати падаючу тінь від валика на меридіональній фронтальній площині.

Власна тінь валика (рис. 11.29) побудована способом дотичних поверхонь (див. рис. 11.23). Потрібно побудувати падаючу тінь валика без плану, способом «виносу». Схему плану наведено для пояснення ходу міркувань.

Точки 1 і 5 є початком і кінцем контуру падаючої тіні. Точка  $2_2$  — нижча точка контуру власної тіні — лежить у площині променевої симетрії, що проходить через вісь валика, розмір її виносу дорівнює  $y$  — відстані на фасаді по горизонталі до проєкції осі. Винос точки 3 —  $y_1$  визначається на фасаді. Він дорівнює горизонтальному відрізку  $3_23_0$ , тобто радіусу кола горизонтального перерізу валика. Винос точки 4 —  $y_2$  також визначається на фасаді. Він дорівнює відстані від проєкції осі до точки  $4_2$  (винос  $y_2$  на плані є висотою прямокутного трикутника). Побудовані точки тіні  $3'$  єднують плавною кривою. Точним побудовам кривої сприяє виконання дотику кривої до чотирьох прямих: у точці  $3^T$  — до горизонталі, у точці  $4^T$  — до вертикалі, в точках  $1_2$  і  $5_2$  — до прямих, нахилених під кутом  $45^\circ$ .

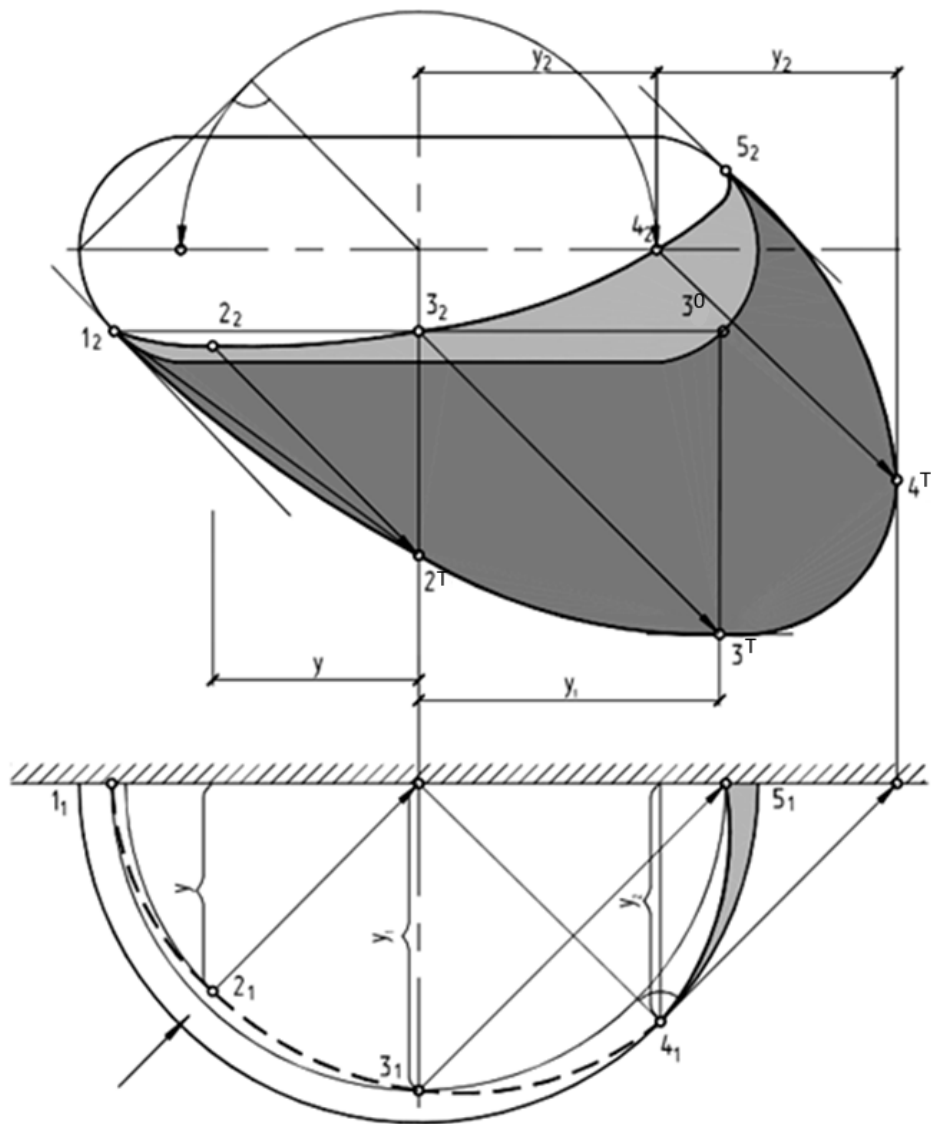


Рисунок 11.29 — Побудова падаючої тіні від валика на меридіональній фронтальній площині способом «виносу»

### 11.4.5 Спосіб допоміжних площин рівня

Цей спосіб застосовується для побудови падаючих тіней на поверхнях, які можуть бути задані лінійним каркасом із прямих або кіл. Для побудови тіней застосовують допоміжні січні площини-посередники (горизонтальні та фронтальні), на яких нескладними прийомами будуються допоміжні тіні, за допомогою яких визначаються потім окремі точки шуканого контуру падаючої тіні.

#### *Горизонтальні площини рівня*

**Приклад 1.** Побудувати падаючу тінь від прямої на поверхню обертання (рис. 11.30).

Промені, що проходять через пряму, визначають променеву січну площину. Лінія перетину поверхні буде падаючою тінню прямої. Спочатку будують падаючу тінь від прямої АВ на площину  $\Pi_1$  і отримують початкову 1 і кінцеву 2 точки перетину. Потім проводять допоміжну горизонтальну площину-посередник Р і будують коло — переріз поверхні цією площиною. Падаючою тінню від прямої ВС на площині Р буде пряма, паралельна тіні АВ<sup>T</sup>.



У перетині цієї тіні з допоміжним перерізом — колом — отримаємо ще дві точки 3 і 4 контуру падаючої тіні. Так можна побудувати будь-яку кількість точок падаючої тіні. Світловий промінь, проведений із точки В прямої, визначить на лінії перетину кінцеву точку  $B^0$  шуканої падаючої тіні.

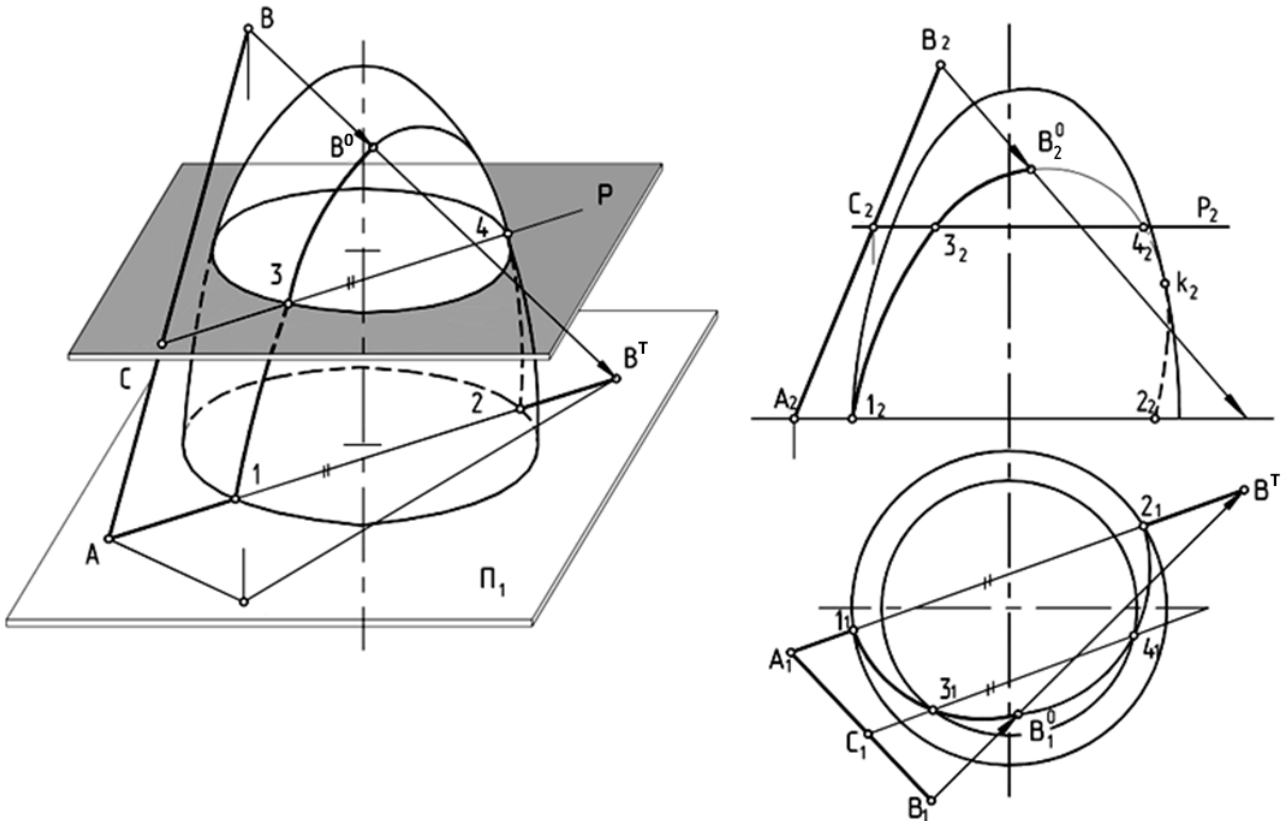


Рисунок 11.30 — Побудова падаючої тіні від прямої на поверхню обертання способом допоміжних горизонтальних площин рівня

**Приклад 2.** Побудувати падаючу тінь від квадратної плити на поверхню обертання — ехін колони (рис. 11.31).

Власну тінь на поверхні обертання побудовано способом дотичних поверхонь (див. рис. 11.23). Для побудови фронтальної проекції падаючої тіні від квадратної плити на поверхні обертання застосуємо горизонтальні січні площини-посередники.

Світлові промені, що проходять через два горизонтальних ребра плити, фронтальне і профільне, які є межею тіні, утворюють на поверхні обертання два однакових і симетрично розташованих променевих перерізи. Так, тінь від квадратної плити на циліндричну поверхню проєціюється у вигляді двох кіл, які перетинаються (рис. 11.31, а). Ці кола є проєкціями еліпсів, які утворюються при перетині циліндра променевими площинами S і T. Ця закономірність може бути застосована при побудові падаючої тіні й на інших поверхнях обертання (рис. 11.31, б).

Для побудови падаючої тіні на ехін колони проведемо допоміжні горизонтальні площини рівня I, II і III, що перетнуть ехін по колах, які мають радіуси  $R_1$ ,  $R_2$  і  $R_3$ .

Фронтально-проєціююча променева площина S, що проходить через профільне ребро плити, перетне кожне з кіл у двох симетрично розташованих точках 1 і 2. Це показано штриховими лініями на суміщеному плані, який наводиться для пояснень. Отримані точки променевого перерізу і будуть точками контуру падаючої тіні, проєкція якого співпадає зі слідом  $S_2$  променевої площини.

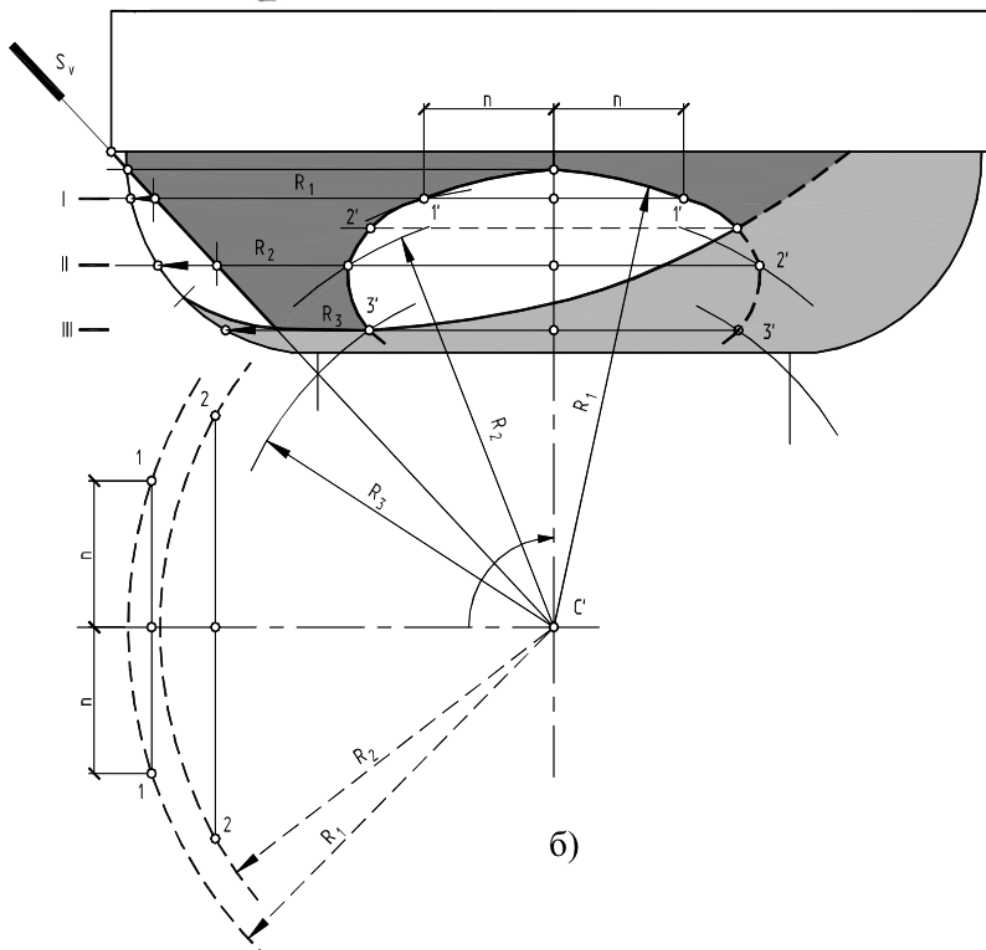
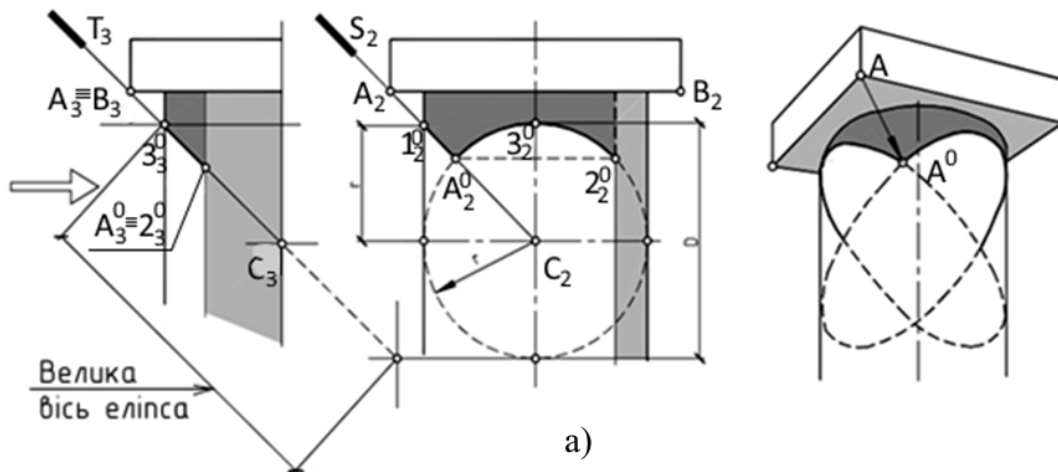


Рисунок 11.31 — Побудова падаючої тіні від квадратної плити на поверхню обертання способом допоміжних горизонтальних площин рівня

Щоб побудувати аналогічний контур падаючої тіні на фасаді від фронтального ребра плити, візьмемо ліву частину фронтальної проекції ехіна і плити за профільну проекцію та виконаємо на фасаді побудову, аналогічну зробленим на плані. З точки  $C_2$  радіусами  $R_1$ ,  $R_2$  і  $R_3$  зробимо засічки на відповідних фронтальних слідах січних площин-посередників I, II і III і отримаємо точки  $1_2$ ,  $2_2$  і  $3_2$  шуканого контуру падаючої тіні. Ця побудова є, по суті, планом, поєднаним з фасадною проекцією об'єкта. Верхня точка тіні переноситься з профільного променевого перетину.

Побудова тіні за допомогою допоміжних площин-посередників дозволяє графічно точно побудувати на фасаді необхідну кількість точок тіні без іншої проекції.

### Фронтальні площини рівня

У тих випадках, коли каркас поверхні може бути заданий фронтальними колами, для побудови падаючої тіні застосовують допоміжні фронтальні площини-посередники.

**Приклад.** Побудувати падаючу тінь у ніші від її зовнішньої крайки (рис. 11.32).

Поверхня ніші утворена тороїдальною і циліндричною поверхнями та фронтальною площиною. Власна тінь ніші побудована за допомогою допоміжного перерізу, проведеного в площині променя. Для побудови падаючої тіні від крайки ніші проведено чотири фронтальні площини рівня I, II, III і IV та побудовані перерізи ніші цими площинами.

Потім на кожній площині будують тіні від крайки ніші — засічки дугою кола радіуса  $R$  із точок 1, 2, 3 і 4. У точці  $B_2$  контур падаючої тіні має торкнутися крайки ніші.

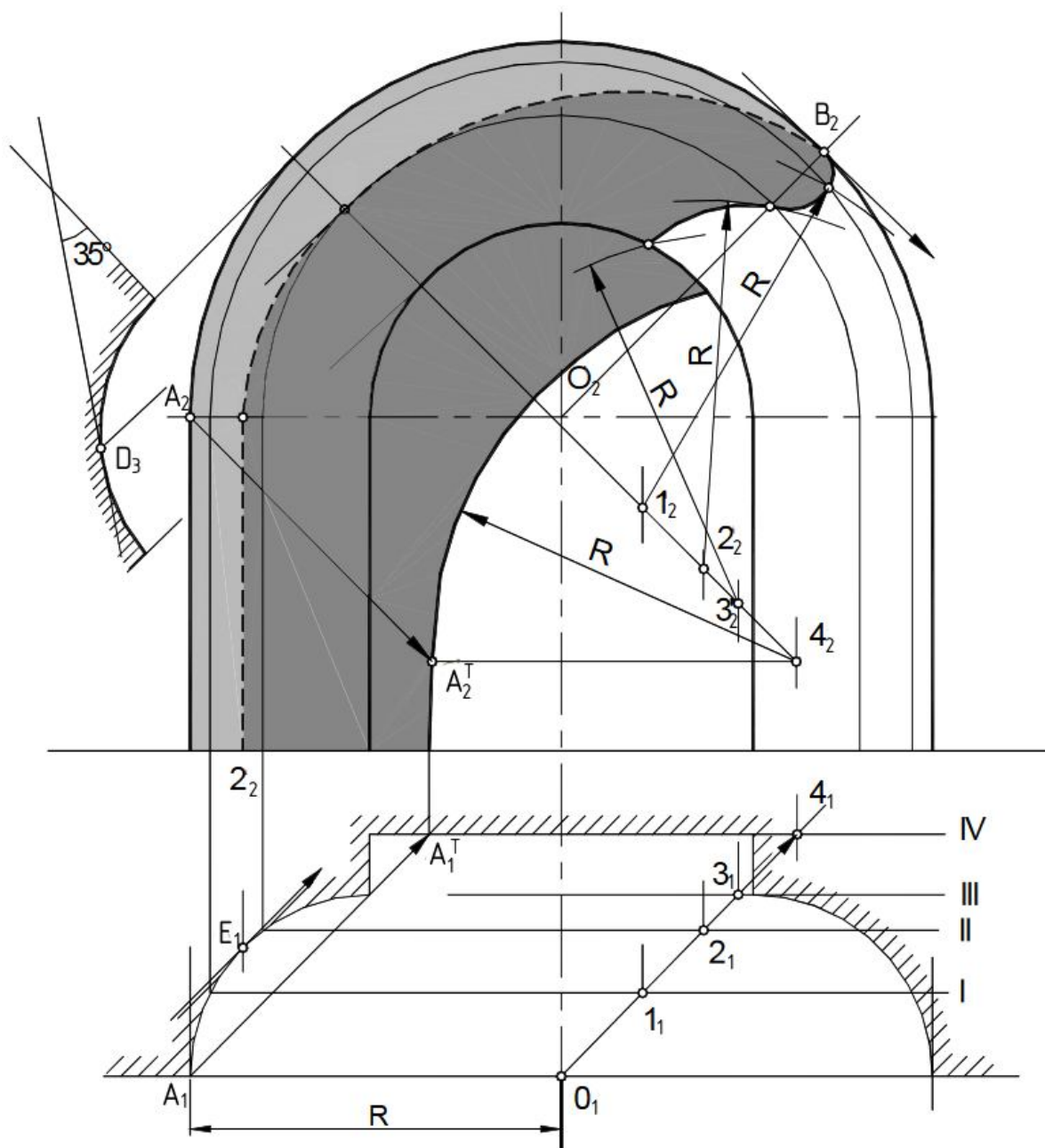


Рисунок 11.32 — Побудова падаючої тіні у ніші від її зовнішньої крайки способом допоміжних фронтальних площин рівня

## 11.5 Тіні архітектурних деталей

### 11.5.1 Тіні багатогранних поверхонь

Щоб побудувати тінь архітектурної деталі або фрагмента багатогранної форми, потрібно визначити ребра, що розділяють освітлені й затінені грані, і побудувати падаючі тіні цих ребер, з'єднавши тіні вершин прямими.

**Приклад 1.** Тінь від труби на дах (рис. 11.33).

Тінь від труби може бути побудована без іншої проекції, якщо відомо співвідношення сторін плану труби (розмір  $y$ ). Ребрами, які є межами тіні, слугують прямі окремого положення: вертикальні прямі утворюють тіні, паралельні схилу покрівлі (кут  $\alpha$ ); горизонтальні прямі, паралельні схилу покрівлі, утворюють тіні, паралельні самим прямим; прямі, перпендикулярні фасаду, утворюють тіні, які співпадають із проекцією променя.

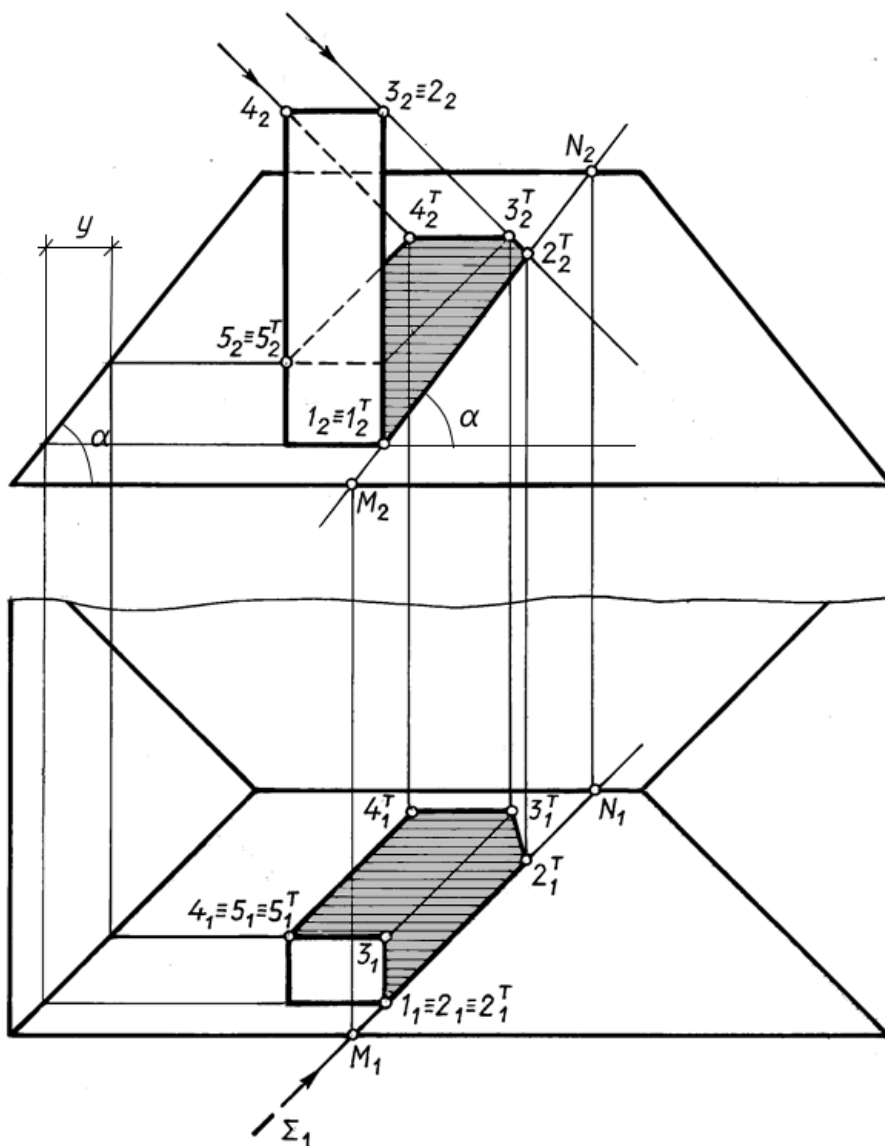


Рисунок 11.33 — Побудова тіні від труби на дах

### Приклад 2. Тіні на сходах (рис. 11.34).

Ребра, які є межами тіні бічної стінки, — це вертикальне ребро, нахилене і горизонтальне, тобто ламана лінія DABE. Вертикальне ребро повторює профіль сходів до точки  $A^T$ . Тінь від горизонтального ребра співпадає з проекцією променя.

Побудуємо тінь від нахилоного ребра AB на вертикальній площині (присхідець) однієї сходини. Проведемо профільні проекції зворотних променів, потім побудуємо на фасаді тіні  $1^T$  і  $2^T$ . Оскільки нахилене ребро AB паралельне нахилу сходового маршу, проекції точок тіні, аналогічні побудованим, будуть розташовані на інших сходах на вертикальних прямих.

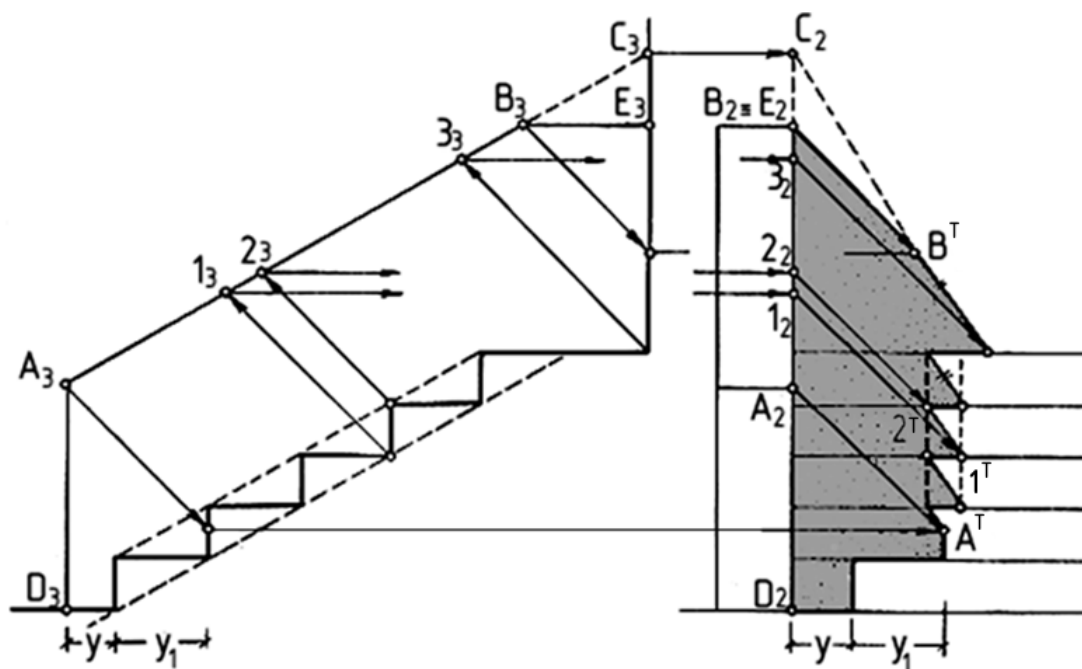


Рисунок 11.34 — Побудова тіней на сходах

## 11.5.2 Тіні в нішах

Внутрішньою поверхнею ніш зазвичай є циліндричні та сферичні поверхні, тому тіні від крайки ніш утворюють на їхній внутрішній поверхні контури тіней, які за *теоремою про плоскі перерізи* (див. рис. 9.42) будуть плоскими кривими — еліпсами. Отже тіні ніш можна будувати за опорними точками без іншої проекції.

### Приклад 1. Тінь відкритої напівциліндричної ніші (рис. 11.35, а).

Власна тінь будується так само, як на круговому циліндрі. Падаюча тінь від вертикальної крайки — твірної поверхні — співпадає з проекцією осі до точки тіні  $A^T$ . Контур тіні від точки  $B_2$  до точки  $A^T$  являє собою частину еліпса та є тінню від горизонтальної крайки AB. Проміжну точку  $C^T$  тіні можна не будувати, оскільки в точці  $A^T$  контур тіні має бути дотичним до проекції променя  $A_2A^T$ . План наведено для пояснень.

### Приклад 2. Тінь перекритої напівциліндричної ніші (рис. 11.35, б).

Контур падаючої тіні від горизонтальної крайки — прямої AB — повторює план ніші. Промені, що проходять через крайку AB, утворюють променеву площину, нахилену під кутом  $45^\circ$ . Вона перетинає напівциліндр по напівеліпсу, який проєціюється півколом.

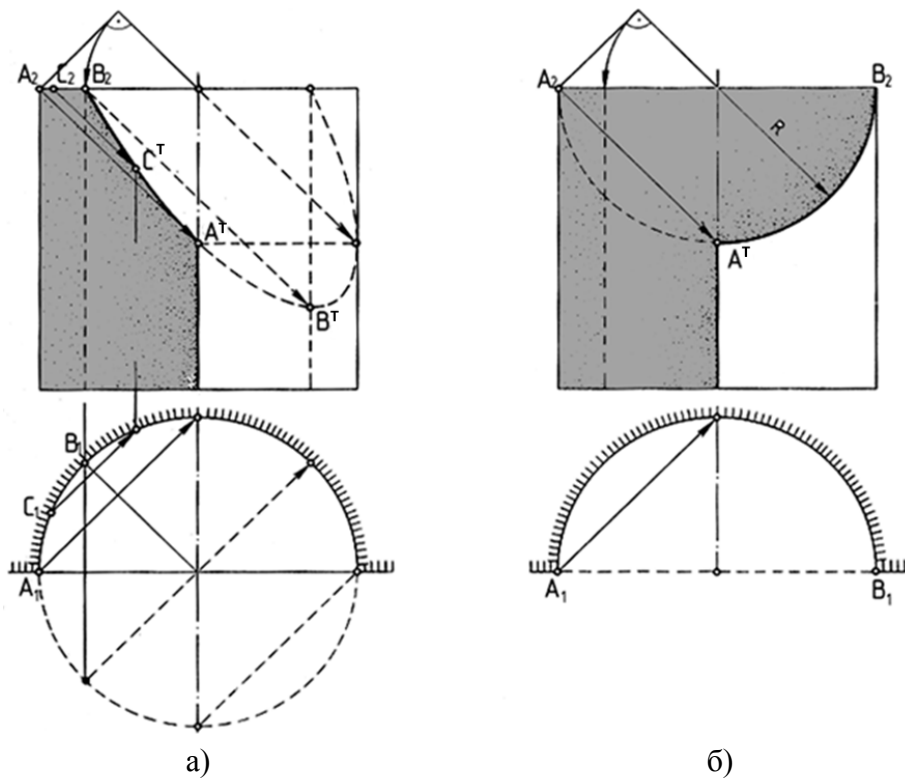


Рисунок 11.35 — Побудова тіней у напівциліндричних нішах

**Приклад 3.** Тінь напівсферичної ніші (рис. 11.36, а).

Проекція падаючої тіні від крайки 1–2–3 ніші на внутрішній стороні напівсфери є напівеліпсом, який є проекцією плоского перерізу — півкола. Світлові промені, що проходять через крайку ніші, утворюють променевий еліптичний циліндр і на підставі вже згаданої закономірності (див. рис. 9.41) переріз буде плоскою кривою.

Мала піввісь напівеліпса дорівнює  $1/3$  радіуса сфери. Будь-який відрізок напівеліпса, паралельний малій півосі, також становитиме  $1/3$  півхорди. Власна тінь напівсфери відповідає невидимій ділянці контуру власної тіні сфери (див. рис. 11.20, б).

**Приклад 4.** Тінь комбінованої ніші (рис. 11.36, б).

Контури власних і падаючих тіней ніші включають ділянки, аналогічні розглянутим вище побудовам тіней у нішах. Верхня частина контурів тіні відповідає верхній половині напівсферичної ніші. У нижній частині ніші ділянка контуру тіні від точки  $b_2$  до точки тіні  $5_2^T$  повторює тень нижньої половини напівсферичної ніші. Точка тіні  $5_2^T$  побудована, як і точка  $2_2^T$ , на  $1/3$  півхорди.

Тінь середньої циліндричної частини ніші аналогічна тіні напівциліндричних ніш. Ділянки контуру падаючої тіні від точки тіні  $2_2^T$  до точки  $3_2^T$  і від точки тіні  $4_2^T$  до точки  $5_2^T$  з'єднують плавними кривими лініями з виконанням спряжень у зазначених точках і дотику лінії контуру до прямих: у точках  $5_2^T$ ,  $6_2^T$  і  $1_2^T$  — до прямих, нахилених під кутом  $45^\circ$  до вертикалі, а у точках  $3_2^T$  і  $4_2^T$  — до вертикальних прямих.

На ділянці  $2_2^T-3_2^T$  контуру падаючої тіні можна побудувати будь-яку проміжну точку тіні таким прийомом. Дуга кола на ділянці  $2_2^T-3_2^T$  аналогічна падаючій тіні «перекритої» ніші (див. рис. 11.35, б). Точка  $A_2$  крайки комбінованої ніші розташована вище горизонтальної твірної тіні перекритої ніші на величину  $p$ . Відклавши відрізок  $p$  по вертикалі від відповідної точки дуги кола, визначимо падаючу тінь  $A^T$  точки  $A$ .

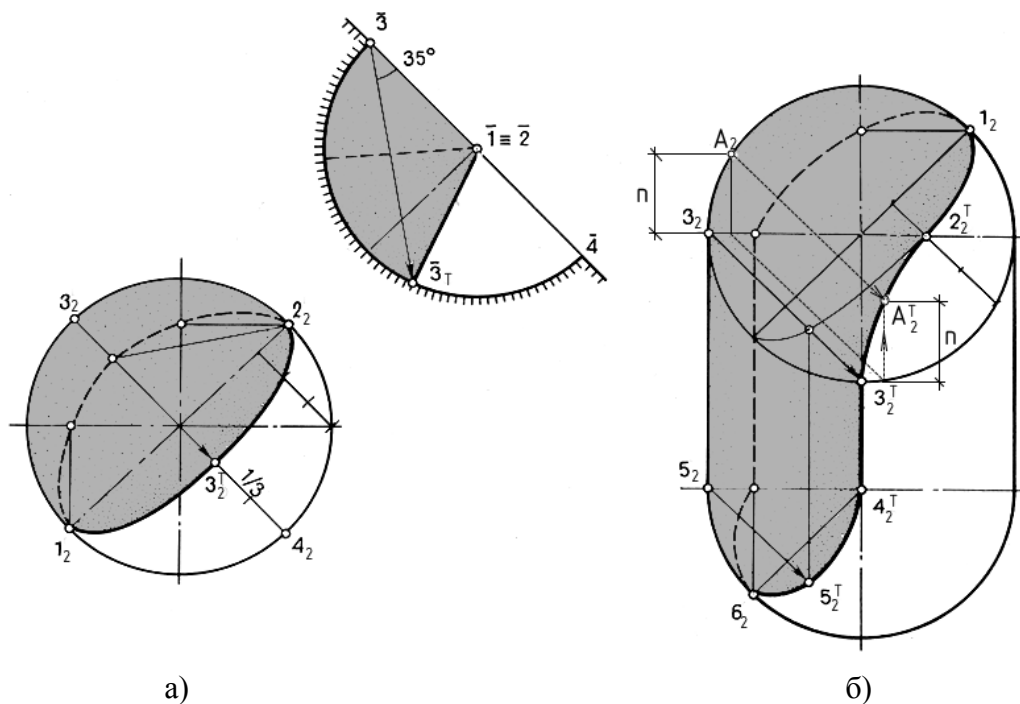


Рисунок 11.36 — Побудова тіней напівсферичної та комбінованої ніші

### 11.5.3 Тіні кронштейнів

Форма кронштейнів є циліндричною поверхнею різного профілю, яка обмежена паралельними площинами (рис. 11.37). Побудову власних і падаючих тіней кронштейнів, які мають опуклі й увігнуті частини циліндричної поверхні, виконують за допомогою профільної проекції. Профільні проекції променів, дотичні до профілю кронштейнів, визначають контури власної тіні. Для більш точної побудови кривої контуру падаючої тіні на стіну потрібно зобразити й уявні ділянки тіні (штрихові лінії).

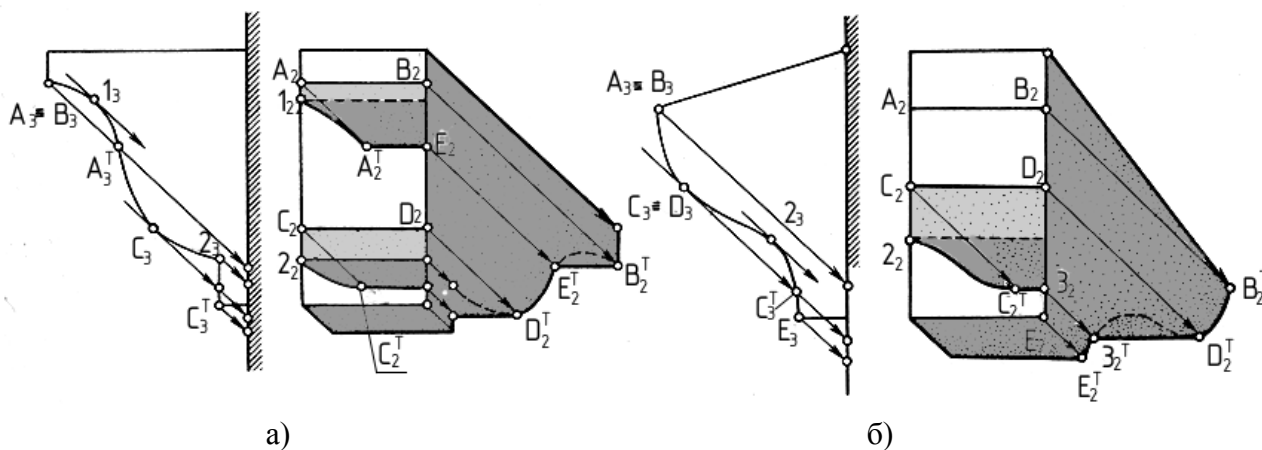


Рисунок 11.37 — Побудова тіней кронштейнів

Тінь на внутрішній поверхні циліндричної частини першого кронштейна (рис. 11.37, а) аналогічна тіні відкритої ніші. Криві ділянки контуру падаючої тіні від лівих тіньових краєк  $C_{22_2}$  обох кронштейнів *повторюють характер кривої лінії профілю цих краєк* і торкаються горизонтальних ділянок тіні у точці  $C_2^T$ . На другому кронштейні (рис. 11.37, б) крива тіні має точку перегину.

### 11.5.4 Тіні карнизів

Тяги карнизів складаються зазвичай із циліндричних поверхонь різного профілю і плоских елементів. У місцях з'єднання горизонтального карниза з протилежним його напрямком кутовий профіль розташований у вертикальній площині, яка утворює кут  $45^\circ$  до цих напрямків. Під час побудови тіні карниза (рис. 11.38) зручно користуватися лівим кутовим профілем.

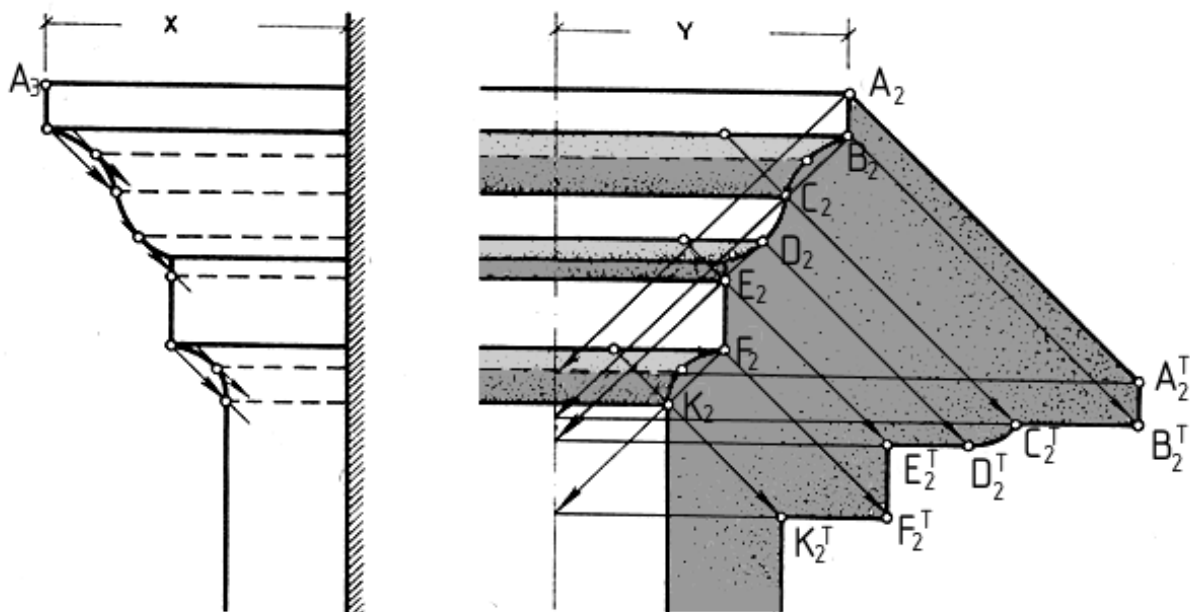


Рисунок 11.38 — Побудова тіні карниза

Однак можна побудувати тінь на правому кутовому профілі без іншої проекції, якщо його винос ( $y$ ) від площини стіни відомий. При цьому проекції променів потрібно проводити в напрямку, симетричному головному, тобто справа наліво. Падаючу тінь на фронтальну площину стіни також можна побудувати без профільної проекції, якщо нанести розмір виносу  $y$  від площини стіни на зображення правого кутового профілю. Опорні точки падаючої тіні будують, проводячи проекції променів спочатку до лінії стіни, а потім у головному напрямку до перетину з відповідними горизонтальними лініями зв'язку.

При побудові контуру падаючої тіні на стіну необхідно використовувати точки «зникнення» падаючої тіні на самому профілі карниза.

### 11.5.5 Тіні поверхонь обертання з вертикальною віссю

Власні тіні поверхонь обертання будують способом дотичних поверхонь. Під час побудови падаючих тіней застосовують різні способи. Частіше за інші застосовують спосіб зворотних променів і спосіб «виносу».

Поширений прийом побудови характерних точок тіні, що падає на поверхню обертання від іншого предмета, — побудова падаючої тіні на допоміжну меридіональну фронтальну площину із застосуванням способу зворотних променів.

Розглянемо приклади побудови тіней деяких поверхонь обертання.



**Приклад 1.** Тіні конусів, поєднаних із циліндром (рис. 11.39).

У цьому прикладі добре простежується органічний взаємозв'язок контурів власних і падаючих тіней на меридіональній площині. Точки зникнення  $5_2$  і  $7_2$  падаючих тіней від конуса на циліндр і від циліндра на конус побудовані за допомогою зворотних променів. Нахилена променева площина, що проходить через тінюву твірну 3–4 конуса, перетинає циліндр по еліпсу. Інша променева площина, що проходить через твірну 5–6 циліндра, перетинає конус по гіперболі. Точка 6 є її вершиною.

**Приклад 2.** Тінь поверхні обертання типу «скоція» (рис. 11.40).

Власна тінь поверхні побудована способом дотичних поверхонь (див. розд. 11.4, рис. 11.24). У згаданому прикладі скоція мала так звану граничну форму, коли падаюча тінь не виникала.

У запропонованому прикладі, щоб знайти контур падаючої тіні на поверхні обертання від нижньої крайки циліндричної поверхні, необхідно спочатку побудувати падаючу тінь на допоміжній меридіональній площині. Контур падаючої тіні на цю площину і на поверхню будують без іншої проекції, план наведено для пояснень.

Падаюча тінь на площині стіни від горизонтального півкола циліндра побудована за п'ятьма точками (див. розд. 11.2, рис. 11.13, б). Контур падаючої тіні на стіні від напівциліндричної частини поверхні обертання визначається відкладанням відстані  $x$  від проекції осі до лінії контуру власної тіні (див. план). Точку тіні  $1_2^0$  знайдено в перетині контуру падаючої тіні на стіні з лівим обрисом поверхні.

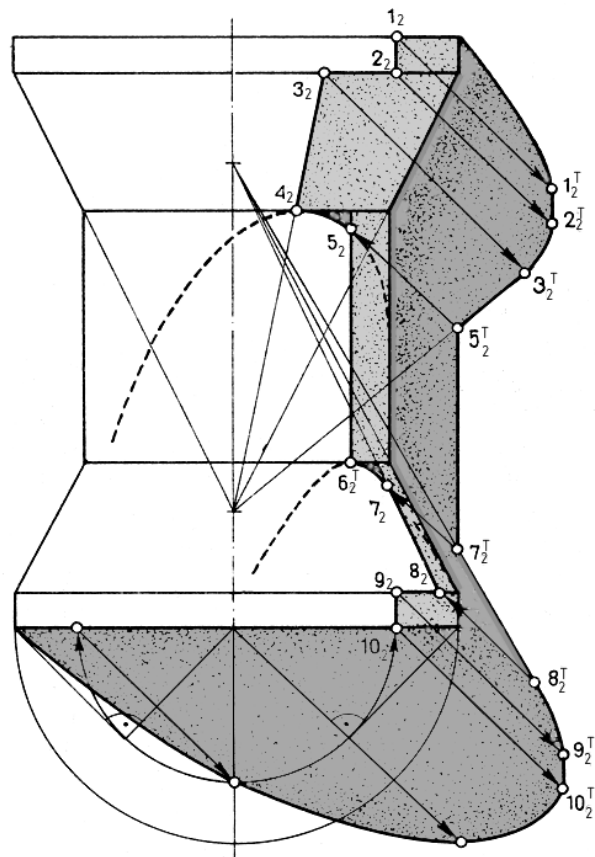


Рисунок 11.39 — Побудова тіней конусів, поєднаних із циліндром

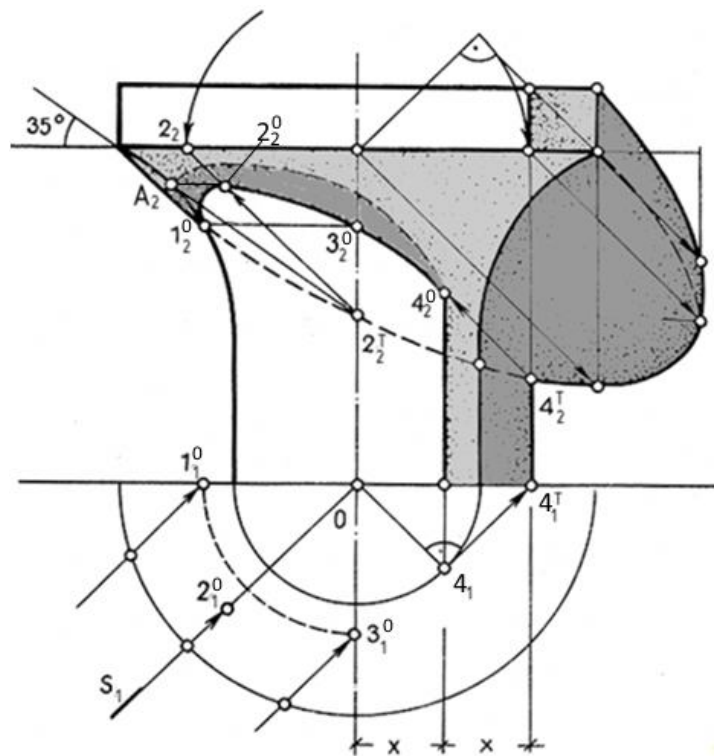


Рисунок 11.40 — Побудова падаючої тіні поверхні обертання типу «скоція»

Симетрична їй точка  $3_2^0$  визначається на осі за допомогою горизонтальної лінії зв'язку. Горизонтально-проєціююча площина  $S_1$ , що проходить через вісь поверхні, являє собою площину променевої симетрії (див. план). Контури власної та падаючої тіней, розташовані по обидва боки від цієї площини, симетричні. Точка  $2_2^0$  — вища, побудована за допомогою допоміжного конуса, зверненого вершиною вниз, із кутом нахилу твірної  $35^\circ$ , що перетинає поверхню обертання, а не дотичного до неї, як при побудові контуру власної тіні (див. рис. 11.24). З точки  $2_2^T$  перетину твірної конуса з віссю проводимо зворотний промінь до перетину з лінією  $A_2-2_2^T$  дотику конуса до поверхні. Точка  $4_2^0$  зникнення тіні знайдена зворотним променем, проведеним з точки  $4_2^T$  перетину контурів падаючих тіней.

**Приклад 3.** Тінь від круглої плити на колону (рис. 11.41).

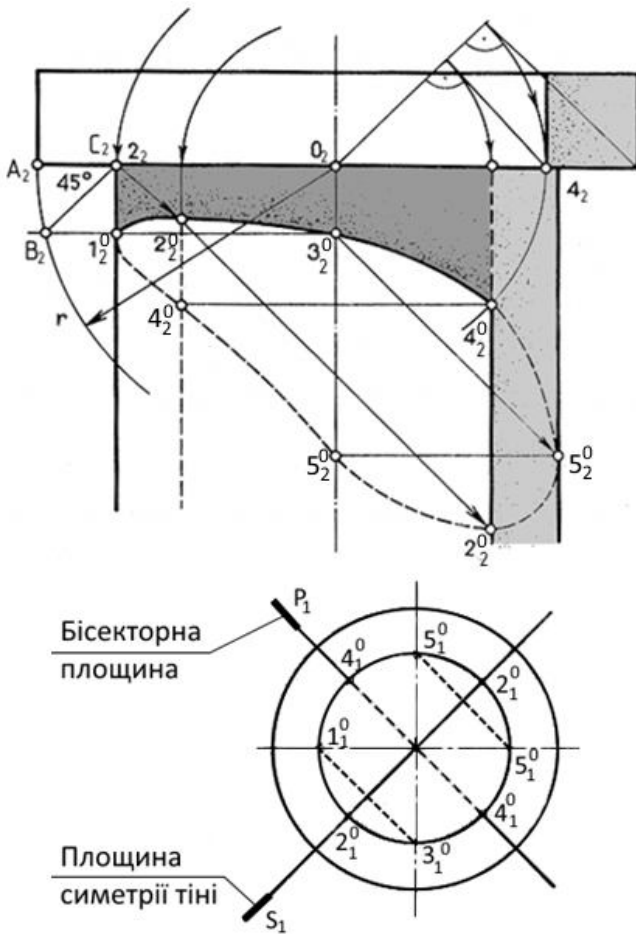


Рисунок 11.41 — Побудова тіні від круглої плити на колону

Побудову падаючої тіні на колону можна виконати аналогічно попередньому прикладу. Однак падаюча тінь на колону може бути побудована без допоміжної тіні на меридіональній площині. Для побудови початкової точки тіні  $1_2^0$  потрібно з точки  $O_2$  на проєкції осі провести дугу кола радіусом  $r$ , рівним радіусу кола плити. На перетині з прямою, проведеною з точки  $C_2$  під кутом  $45^\circ$ , отримаємо точку  $B_2$ , через яку проведемо горизонталь і визначимо на ній симетричні точки  $1_2^0$  і  $3_2^0$ . Отже, у цій побудові використана частина плану, суміщеного з фасадом (див. на рис. 11.40 — точка тіні  $1^0$ ).

Точка тіні  $2_2^0$  визначена променем, проведеним із точки  $2_2$ , яка відзначає невидимий контур власної тіні циліндра плити, на невидимий контур тіні колони. Точка  $4_2^0$  зникнення тіні отримана засічкою дугою кола радіусом, що дорівнює відрізку  $O_2 4_2$ . Вона визначена за допомогою побудови допоміжної падаючої тіні від нижньої крайки круглої плити на так звану бісекторну площину.

Тінню горизонтального кола, що падає на бісекторну площину (див. рис. 11.41), буде еліпс, який проєціюється на фронтальну площину проєкцій колом меншого розміру (співвідношення діаметрів  $1:0,707$  — див. рис. 11.13). Контур власної тіні стовпа колони (тіньові твірні  $4^0$  і  $4^0$ ) також розташований у бісекторній площині.

У цій побудові, як і раніше (див. рис. 11.40), добре простежується променева симетрія контуру падаючої тіні — точки  $1_2^0$  і  $3_2^0$ , пари точок  $4_2^0$  і  $5_2^0$ , які належать лінії перетину (штрихові лінії) променевого циліндра, що проходить через нижню крайку плити, з циліндричною поверхнею колони.

**Приклад 4.** Тінь від поверхні обертання (валика) на колону (рис. 11.42).

Побудова власної тіні валика та падаючої тіні від валика на меридіональну площину була розглянута раніше (див. розд. 11.4, рис. 11.29). Точки  $A_2^0$ ,  $B_2^0$ ,  $E_2^0$  контуру падаючої тіні від валика на колону побудовані за допомогою падаючої тіні від валика на допоміжну меридіональну площину, точка  $2_2^0$  тіні — побудовою допоміжного конуса з нахилом твірної  $35^\circ$  (див. рис. 11.40).

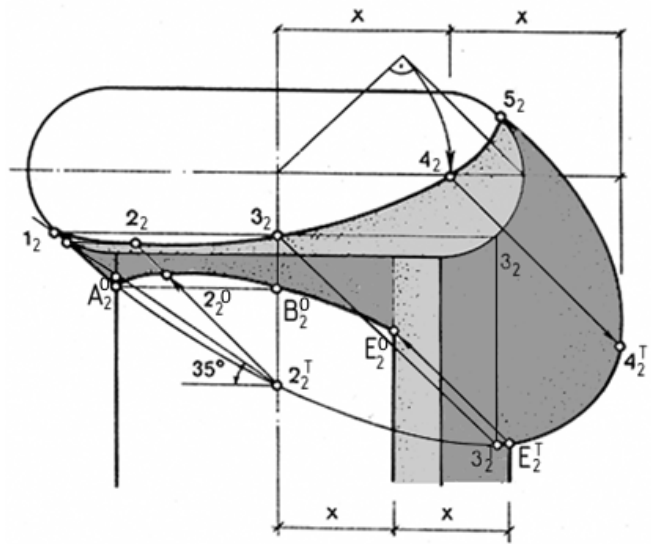


Рисунок 11.42 — Побудова тіні від валика на колону

**Приклад 5.** Тіні схематизованої капітелі (рис. 11.43).

Усі елементи тіней цього архітектурного фрагмента були розглянуті раніше (див. рис. 11.29, 11.31). Власну тінь піввалика (ехіна) побудовано способом дотичних поверхонь. Падаючі тіні від квадратної плити (абаки) на ехін і на колону побудовано способом горизонтальних площин рівня і за допомогою променевого перерізу колони фронтально-проєціюючою площиною (див. рис. 11.31). Падаючу тінь від ехіна на колону побудовано за допомогою тіні на допоміжній меридіональній площині (див. рис. 11.41). Точка тіні  $A_2^T$  є точкою перетину контурів падаючих тіней від двох горизонтальних ребер квадратної плити на стовп колони.

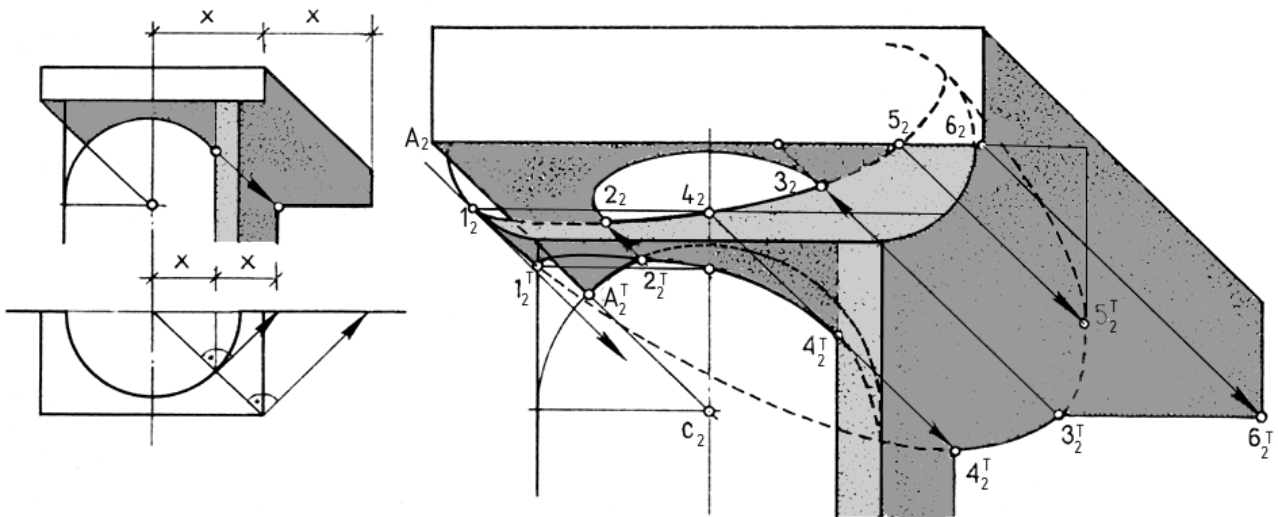


Рисунок 11.43 — Побудова тіней схематизованої капітелі

Необхідно звернути увагу на чіткий взаємозв'язок контурів тіней, а також на такі закономірності:

- точка зникнення тіні й точки перетину контурів падаючих тіней лежать на одному промені;
- у точках зникнення тіні, де контур падаючої тіні перетинає контур власної тіні, лінія контуру падаючої тіні дотична до проєкції променя.

## 12 АКСОНОМЕТРИЯ

Широке застосування в архітектурній практиці креслень, які виконуються в ортогональних проекціях, пояснюється простотою побудови проекцій об'єкта. Об'єкт щодо площин проекцій розташовують так, щоб не спотворювалися його головні параметри. У цьому разі застосовують два або три зображення, на кожному з яких відсутній третій вимір. Однак таке креслення недостатньо наочне.

Якщо креслення не дає достатньо повного уявлення про форму і структуру об'єкта, виконують його аксонометричне зображення, проєціюючи об'єкт на одну площину проекцій і розташовуючи його так, щоб зобразити всі головні сторони об'єкта. Аксонометрія у перекладі з грецької означає «вимірювання за осями». До недоліків аксонометричних проекцій, порівнюючи з ортогональними, належать обмежені можливості вимірювання і складність побудови.

При цьому додатковою умовою проєціювання, що забезпечує оборотність креслення, є прямокутна система координат, яку називають натуральною. Головна перевага цих проекцій — наочність.

### 12.1 Сутність методу

Аксонометричними називають проекції об'єкта ( $A$ ) разом з натуральною системою координат ( $Oxyz$ ) на одну площину ( $\Pi'$ ) проекцій (рис. 12.1).

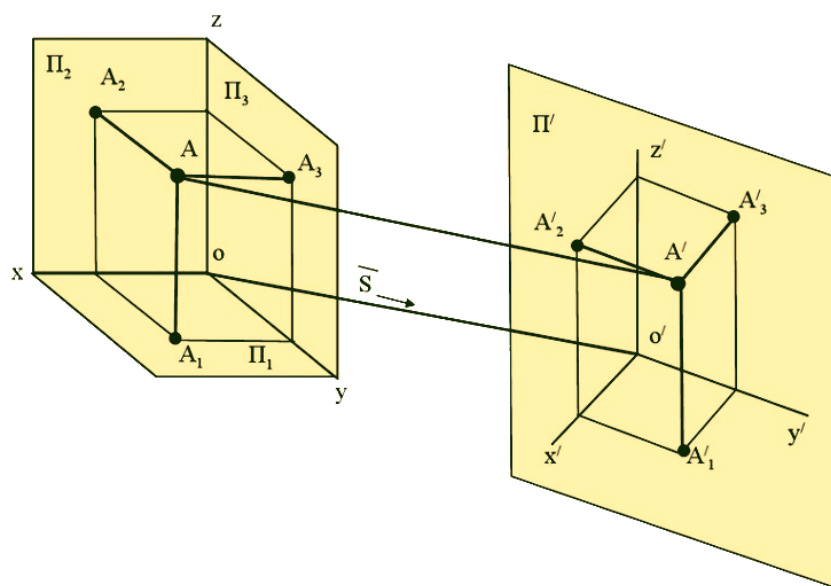


Рисунок 12.1 — Утворення аксонометричного зображення

Виберемо у просторі прямокутну систему координат і точку  $A$ , положення якої щодо осей координат визначено (див. рис. 12.1). Для отримання аксонометричної (паралельної) проекції точки  $A$  виберемо напрям проєктування  $S$  і картинну площину  $\Pi'$  (площину проекцій). Проведемо через точку  $A$  проєціюючий промінь і спроеціюємо точку  $A$  разом з осями прямокутних координат. Отримане зображення на площині  $\Pi'$  буде *аксонометричною проекцією точки  $A$* .

Однак для того щоб побудувати аксонометричну проекцію точки  $A$  на площину  $\Pi'$  необхідно спроеціювати не тільки точку  $A$ , але й одну з її ортогональних проекцій (зазвичай горизонтальну проекцію  $A_1$ ). Аксонометричну проекцію  $A'_1$  горизонтальної проекції точки  $A$  називають *вторинною проекцією* (рис. 12.2).

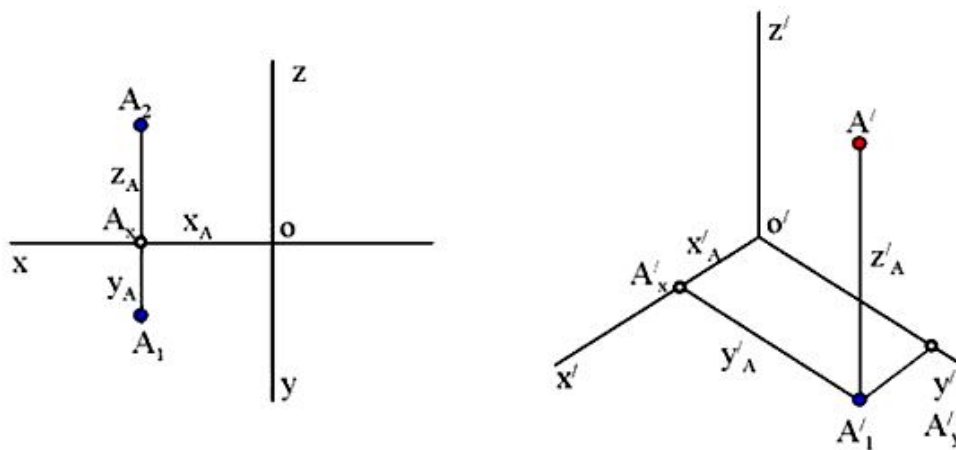


Рисунок 12.2 — Побудова аксонометричної проекції точки

Порівнюючи дві системи координат, ми бачимо, що процес побудови зображень точки  $A$  в аксонометричних осях  $O'x'y'z'$  однаковий із визначенням положення основи  $A_1$  і оригіналу  $A$  у натуральній системі  $Oxyz$ . Відмінність тільки у тому, що координатні відрізки  $x, y, z$  натуральної системи взаємно перпендикулярні у просторі, а в аксонометричній системі їх перпендикулярність не зберігається, але вони паралельні проекціям  $x', y', z'$  відповідних координатних осей.

Порядок побудови точки в аксонометрії може бути й іншим. Наприклад, будемо координатну ламану лінію  $x'-z'-y'$  (рис. 12.3, а). У цьому разі вторинною проекцією є точка  $A'_2$ . Використовуючи ламану  $y'-z'-x'$  (рис. 12.3, б), будемо мати вторинну проекцію  $A'_3$  точки  $A$ .

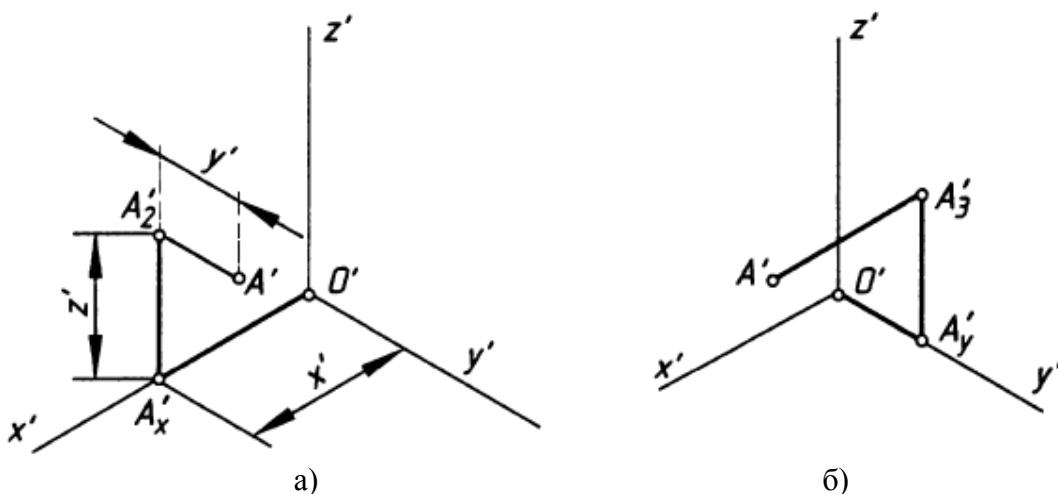


Рисунок 12.3 — Побудова аксонометрії точки за її вторинними проекціями

Залежно від положення об'єкта й осей координат відносно площини проєкцій, а також залежно від напрямку проєціювання, одиниці виміру проєціюються загалом зі спотворенням. Відношення довжини аксонометричної одиниці до її дійсної довжини називається *показником спотворення* для даної осі.

Підсумовуючи, можна сказати, що для побудови аксонометричного креслення об'єкта необхідно вибрати аксонометричні осі координат  $O'x'y'z'$  і показники спотворення за ними. Рішення цього завдання дає **теорема Польке - Шварца**, яка в спрощеному викладі стверджує: *аксонометричні осі на площині  $\Pi'$  креслення і показники спотворення за ними можуть бути обрані довільно.*

Це головна теорема аксонометрії. Її відкрив у 1853 р. професор Академії образотворчих мистецтв і Будівельної академії у Берліні К. Польке (1810–1876 рр.), а перше узагальнення і елементарний доказ зробив німецький геометр Г. А. Шварц у 1864 р.

АксонOMETричні проєкції називаються *ізометричними*, якщо показники спотворення за всіма осями рівні; *диметричними*, якщо показники рівні за двома осями, і *триметричними*, якщо всі показники спотворення різні.

Залежно від напрямку проєціювання, аксонOMETрична проєкція називається *прямокутною*, якщо напрям проєціювання  $S$  перпендикулярний до площини проєкцій, і *косокутною*, якщо напрям проєціювання неперпендикулярний до площини проєкцій.

Від вдалого вибору параметрів аксонOMETрії залежить кінцевий результат роботи — наочність зображення. Тому встановлюють стандарти на аксонOMETричні проєкції, що застосовуються в усіх галузях промисловості й будівництва.

## 12.2 Стандарти аксонOMETричні проєкції

У процесі побудови аксонOMETричних зображень відповідно до показників спотворення доводиться обчислювати зменшені розміри параметрів об'єкта. Процес побудов спрощується, якщо їх виконувати у так званих *приведених* показниках спотворення. При цьому найбільший показник спотворення приводять до одиниці, а інші відповідно збільшують.

Для виконання аксонOMETричних зображень ГОСТ 2.317-69 рекомендує застосовувати п'ять різновидів аксонOMETричних проєкцій.

### Прямокутні аксонOMETричні проєкції

Зображення у прямокутній аксонOMETрії мають гарну наочність. Проєкції відрізків, узятих за осями, менше самих відрізків, а показники спотворення завжди менше одиниці.

#### Прямокутна ізометрія

Цей різновид аксонOMETричної проєкції широко розповсюджений завдяки гарній наочності зображень і простоті побудов. У прямокутній ізометрії координатні осі розташовані під рівними кутами до площини проєкцій, а отже, аксонOMETричні осі також розташовані під рівними кутами ( $120^\circ$ ) одна до одної, вісь  $z$  — вертикальна (рис. 12.4, а).

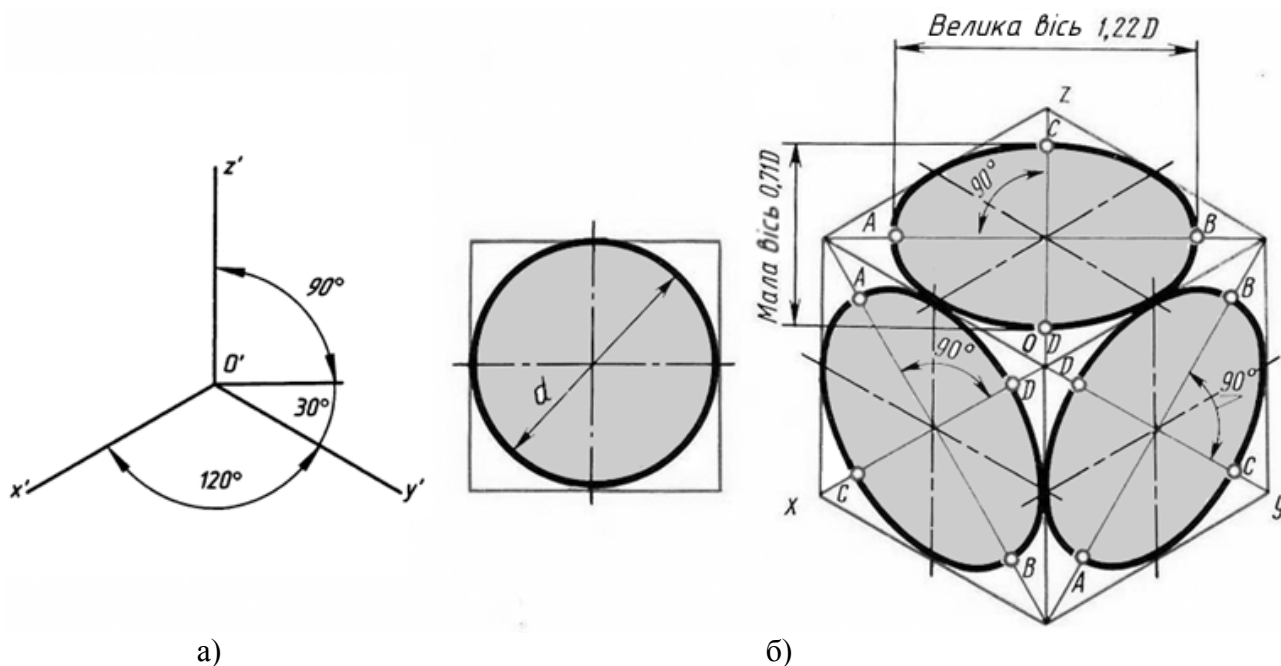


Рисунок 12.4 — Осі та кола в прямокутній ізометрії

Показники спотворення за всіма осями дорівнюють 0,82. У приведеній ізометрії вони умовно взяті рівними одиниці. У цьому разі при побудові аксонометричних зображень розміри об'єктів, паралельні напрямкам аксонометричних осей, відкладають без скорочення у дійсному розмірі. Зображення при цьому виходить збільшеним, але вигляд його не змінюється, оскільки зберігається пропорційність усіх його розмірів.

Кола, розташовані у координатній площині або у площині, паралельній їй, проєціюються еліпсами. Велика вісь еліпсів завжди перпендикулярна до тієї аксонометричної осі, яка відсутня у площині кола, а мала співпадає з цією віссю або паралельна їй.

Для побудови аксонометричної проєкції кола — еліпса — спочатку потрібно побудувати паралелограм — аксонометричну проєкцію описаного квадрата, а потім вписати у нього еліпс за вісьма точками (рис. 12.4, б).

При побудові ізометрії кола еліпс зазвичай заміняють близьким до нього за формою овалом, оскільки побудова овала значно простіша. Найпростіший спосіб побудови овала наведено на рисунку 12.5.

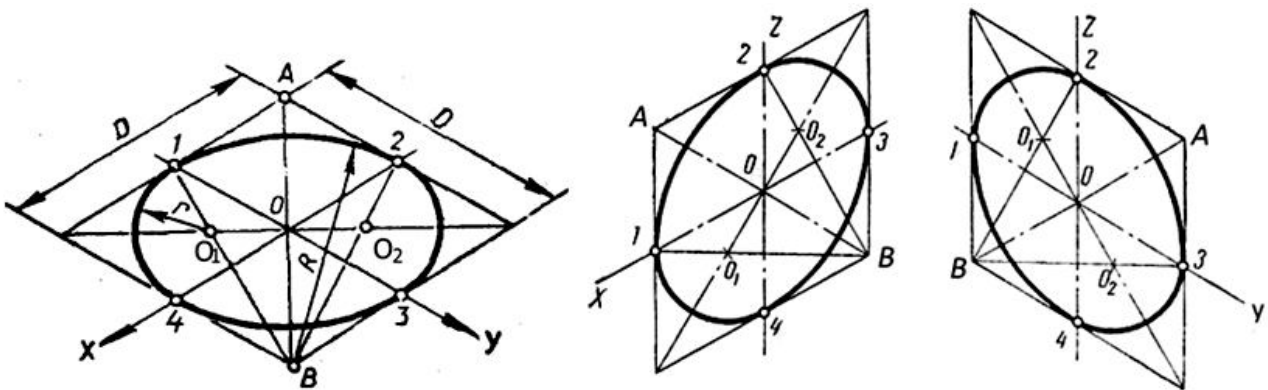


Рисунок 12.5 — Спосіб побудови овала

Цей спосіб полягає у побудові ізометрії квадрата, описаного навколо кола. Точки А і В (вершини квадрата) є центрами для дуг радіуса R. Поєднавши точку В із точками 1 і 2, отримаємо точки  $O_1$  і  $O_2$  — центри дуг радіуса r.

Зображення сфери буде колом, радіус якого дорівнює 1,22 радіуса заданої сфери.

### Прямокутна диметрія

Аксонометричні зображення, побудовані у прямокутній диметричній проєкції, мають найкращу наочність, проте побудова зображень складніша, ніж у прямокутній ізометрії.

При побудові осей прямокутної диметрії користуються транспортиром або ухилами осей (рис. 12.6), що дорівнюють 1:8 (вісь  $x'$ ) і 7:8 (вісь  $y'$ ). Показники спотворення за осями  $x'$  і  $z'$  дорівнюють 0,94, а за віссю  $y'$  — 0,47. Для практичних цілей застосовують приведену диметрію, в якій показники спотворення дорівнюють 1 і 0,5.

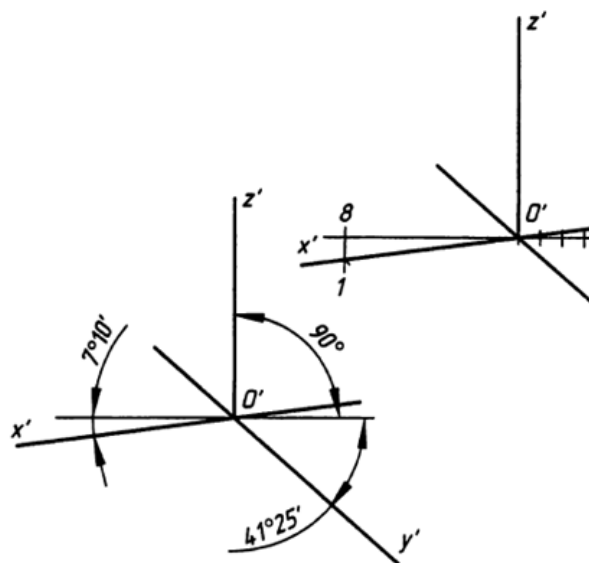


Рисунок 12.6 — Розташування осей у прямокутній диметрії

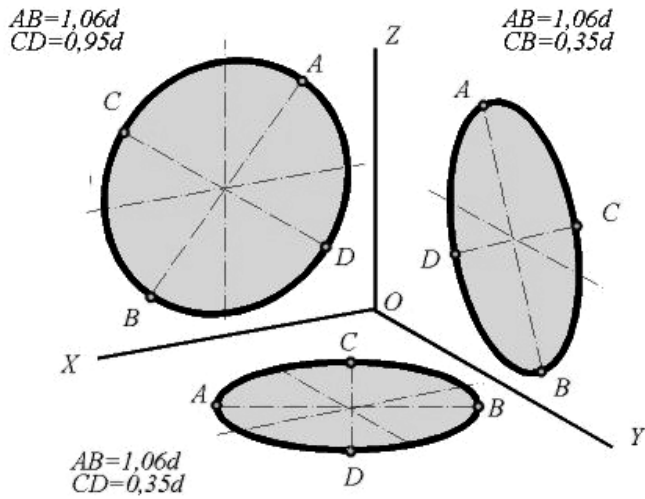


Рисунок 12.7 — Кола, паралельні координатним площинам, у прямокутній диметрії

Кола, паралельні координатним площинам, у прямокутній диметрії являють собою еліпси двох різновидів (рис. 12.7). Великі осі еліпсів перпендикулярні до відповідних аксонометричних осей, а малі осі співпадають із цими осями. Зображенням сфери буде коло, радіус якого дорівнює 1,06 радіуса сфери.

Диметрії кіл (еліпси) зазвичай замінюють овалами, розміри осей яких дорівнюють розмірам відповідних осей еліпсів. Побудову цих овалів зображено на рисунку 12.8. На рисунку 12.8, а побудови зрозумілі з креслення.

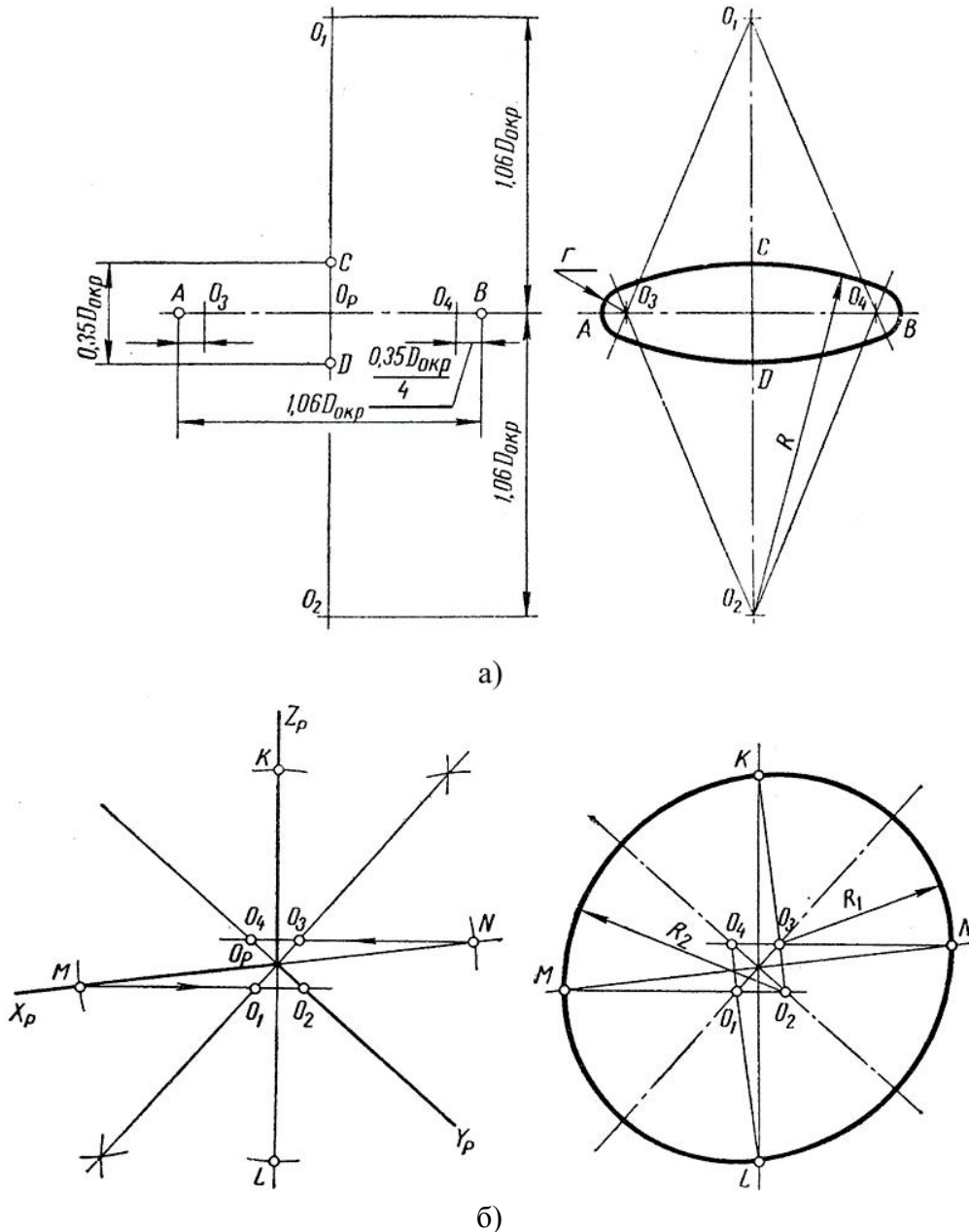


Рисунок 12.8 — Побудова овалів у прямокутній диметрії



На рисунку 12.8, б будуюмо осі диметрії  $x_p, y_p, z_p$ . Потім будуюмо пряму, перпендикулярну до осі  $y_p$ . Відклавши на осях  $x_p$  і  $z_p$  радіус заданого кола, отримуємо точки М, К, N, L, які є точками спряження дуг овала. Через точки М і N проводимо горизонтальні прямі. У перетині цих прямих із віссю  $y_p$  і перпендикуляром до неї отримуємо точки  $O_1, O_2, O_3, O_4$ . З центрів  $O_1$  і  $O_3$  опишемо дуги радіусом  $R_1 = O_3K$ , а з центрів  $O_2$  і  $O_4$  — дуги радіусом  $R_2 = O_2M$ .

Вибираючи той чи інший різновид прямокутної аксонометричної проєкції, потрібно пам'ятати, що в прямокутній ізометрії ракурс бічних сторін об'єкта виходить однаковим і тому зображення іноді виявляється не наочним. Крім цього, часто діагональні в плані ребра об'єкта на зображенні зливаються в одну лінію (рис 12.9).

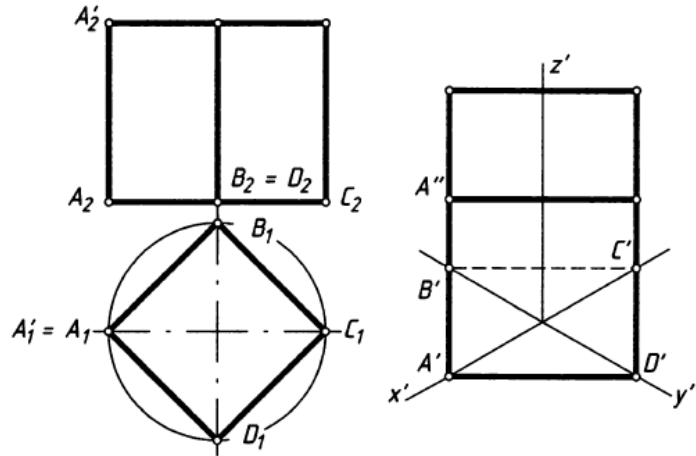


Рисунок 12.9 — Зображення діагональних ребер об'єкта в прямокутній ізометрії

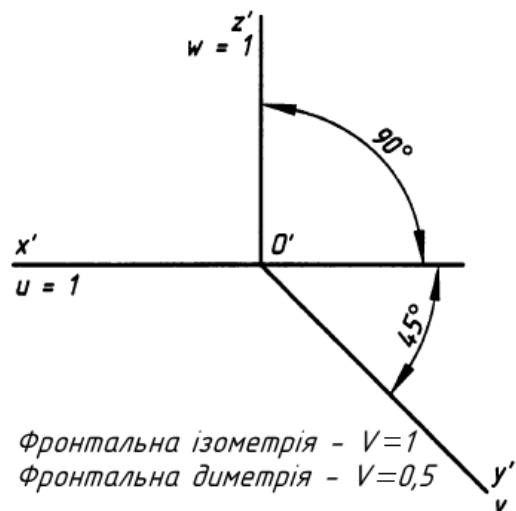
### Косокутні аксонометричні проєкції

Косокутні аксонометричні проєкції характеризуються двома основними ознаками: площина аксонометричних проєкцій розташовується паралельно одній зі сторін об'єкта, яка зображується без спотворення; напрям проєціювання вибирається косокутним (становить із площиною проєкцій гострий кут), що дає можливість спроектувати і дві інші сторони об'єкта, але вже зі спотворенням.

Назва «фронтальна» або «горизонтальна» визначає положення площини аксонометричних проєкцій щодо головних сторін об'єкта. Аксонометричні зображення при косокутному проєціюванні виявляються менш наочними, ніж при прямокутному. Однак вони мають і важливу перевагу — елементи об'єкта, паралельні площині аксонометричних проєкцій, проєціюються без спотворення.

### Фронтальні ізометрія й диметрія

Осі координат  $x'$  і  $z'$ , паралельні аксонометричній площині проєкцій, проєціюються у дійсному розмірі (рис. 12.10). Показники спотворення дорівнюють одиниці. Вісь  $y'$  розташована по бісектрисі кута  $z'o'x'$  із кутом нахилу  $45^\circ$  від горизонталі. У фронтальній ізометрії показник спотворення за віссю  $y'$ , як і за іншими аксонометричними осями, дорівнює одиниці, а у фронтальній диметрії — удвічі менше (0,5).



Фронтальна ізометрія -  $V=1$   
Фронтальна диметрія -  $V=0,5$

Рисунок 12.10 — Розташування осей у фронтальній ізометрії та диметрії

### Горизонтальна ізометрія

Площину аксонометричних проєкцій розташовують горизонтально, паралельно координатній площині  $xOy$ , і беруть усі показники спотворення рівними одиниці (рис. 12.11). Допускається застосування горизонтальної ізометрії з кутом нахилу осі  $y'$   $30^\circ$  і  $60^\circ$ . Горизонтальна ізометрична проєкція застосовується в тих випадках, коли необхідно зберегти без спотворення конфігурацію об'єкта в плані та його розмірні співвідношення. Ця властивість проєкцій часто використовується у зображенні в аксонометрії архітектурних об'єктів.

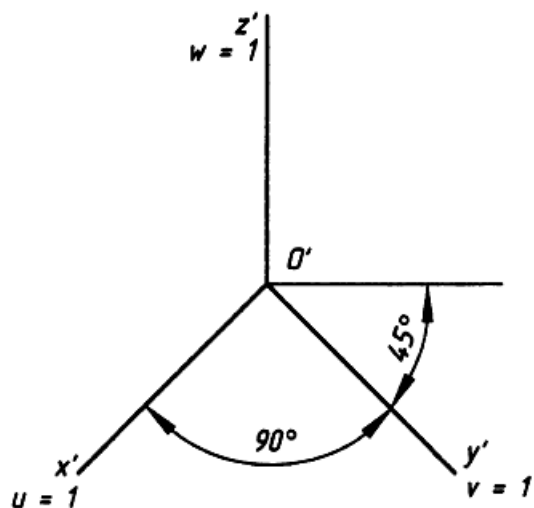


Рисунок 12.11 — Розташування осей у горизонтальній ізометрії

Як у косокутних, так і у прямокутних аксонометричних проєкціях допускається зміна положення осей  $x'$  і  $y'$ .

## 12.3 Побудова аксонометричних зображень об'єктів

Прийоми побудови аксонометричних зображень не залежать від різновиду аксонометричних проєкцій. Для усіх аксонометричних проєкцій вони однакові. Аксонометричне зображення зазвичай будується на основі ортогональних проєкцій об'єкта. Тому за кресленням об'єкта необхідно уявити його форму, потім обрати різновид аксонометричної проєкції. Перш ніж братися до побудови аксонометричного зображення, корисно виконати від руки попередній ескіз аксонометричного зображення об'єкта.

У процесі побудови аксонометричних зображень застосовують спосіб координат. Аксонометричні проєкції окремих точок будують за координатами, взятими з ортогональних проєкцій об'єкта.

Побудову аксонометрії об'єкта виконують у такій послідовності (рис. 12.12):

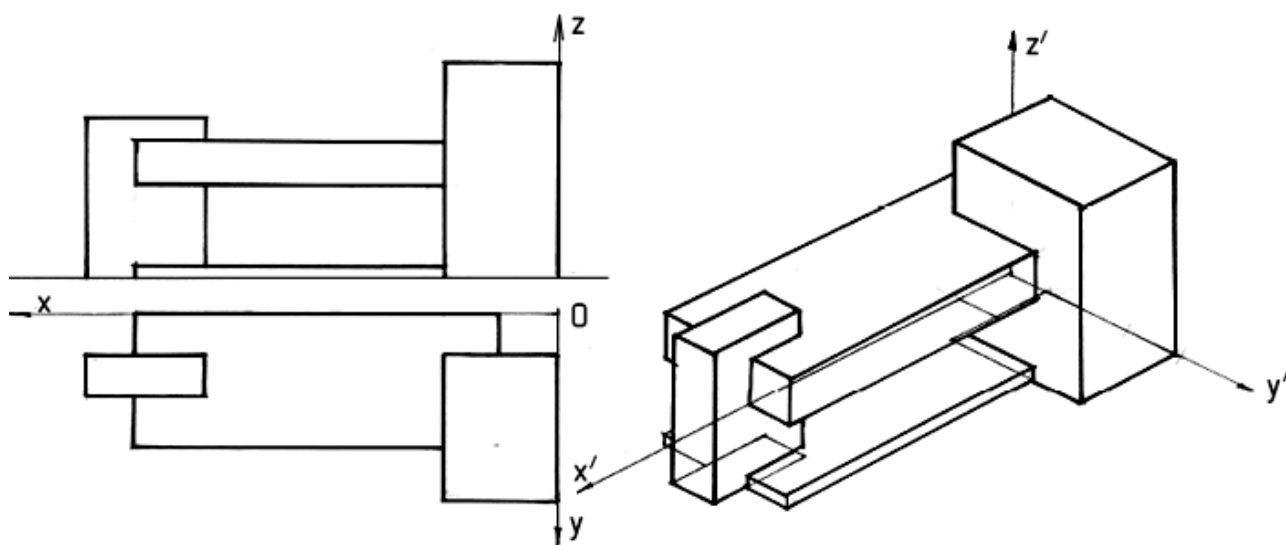


Рисунок 12.12 — Побудова аксонометрії об'єкта

1. На ортогонально-проекційному кресленні об'єкта наносять осі координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  або додаткові осі, які поєднують з осями симетрії об'єкта або з його головними гранями. Така система координат називається внутрішньою.

2. Будують осі обраної аксонометричної проекції.

3. За розмірами, узятими з ортогональних проекцій об'єкта, будують вторинну аксонометричну проекцію (план об'єкта), використовуючи симетрію і паралельність прямих.

4. У характерних точках вторинної проекції об'єкта будують висоти (відкладають аплікати точок) і закінчують побудову аксонометрії.

Аксонометричне зображення можна будувати за будь-якою вторинною проекцією. На рисунку 12.13 показано побудову аксонометрії за вторинною фронтальною проекцією. У цьому разі як третій вимір відкладають ординати точок.

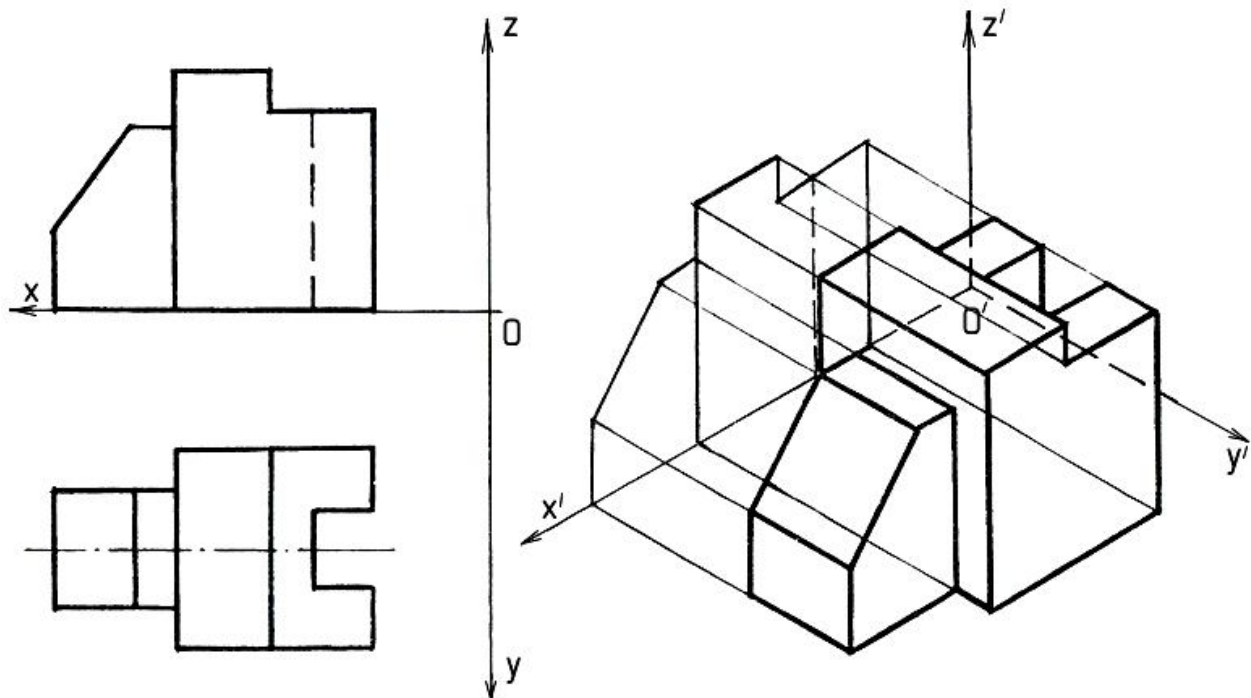


Рисунок 12.13 — Побудова аксонометрії об'єкта за вторинною фронтальною проекцією

### 12.3.1 Аксонометрія граней поверхонь

На рисунку 12.14 наведено побудову правильної тригранної піраміди в прямокутній ізометрії та прямокутній диметрії за вторинною горизонтальною проекцією. Якщо одна грань поверхні співпадає з координатною площиною (у пропонуваному прикладі основа  $A'B'C'$  лежить у площині  $x'O'y'$ ), то вторинні проекції вершин прийнято не позначати.

На рисунку 12.14, б осі координат суміщені з осями симетрії піраміди, вісь  $z$  при цьому співпадає з її висотою. Вершина  $A$  виявилася всередині зображення, через що вона буде невидимою, а отже, невидимими будуть ребра  $B'A'$ ,  $C'A'$ ,  $S'A'$ . Це не дуже вдалий варіант зображення піраміди. Фактично ми бачимо тільки  $\Delta A'B'S'$ , і, щоб створити образ піраміди, необхідно будувати невидимі ребра.

На рисунку 12.14, в ця сама піраміда побудована в прямокутній диметрії. Тут ребро  $A'C'$  побудували прямо на осі  $y'$ , а по осі  $x'$  відклали висоту  $1'B' = 0,5 1B_1$  основи і  $B'S'_1 = 0,5 B_1S_1$ , щоб побудувати вершину  $S'$  на відрізку  $S_1'S'_1 = B_2S_2$ . У цьому разі зображення наочніше.

Порівнюючи рисунок 12.14, б і рисунок 12.14, в, ми бачимо вплив коефіцієнта приведення. На рисунку 12.14, б зображення збільшене в 1,22 рази, а на рисунку 12.14, в усього в 1,06 рази, а отже більше гармоніює з зображенням на рисунку 12.14, а.

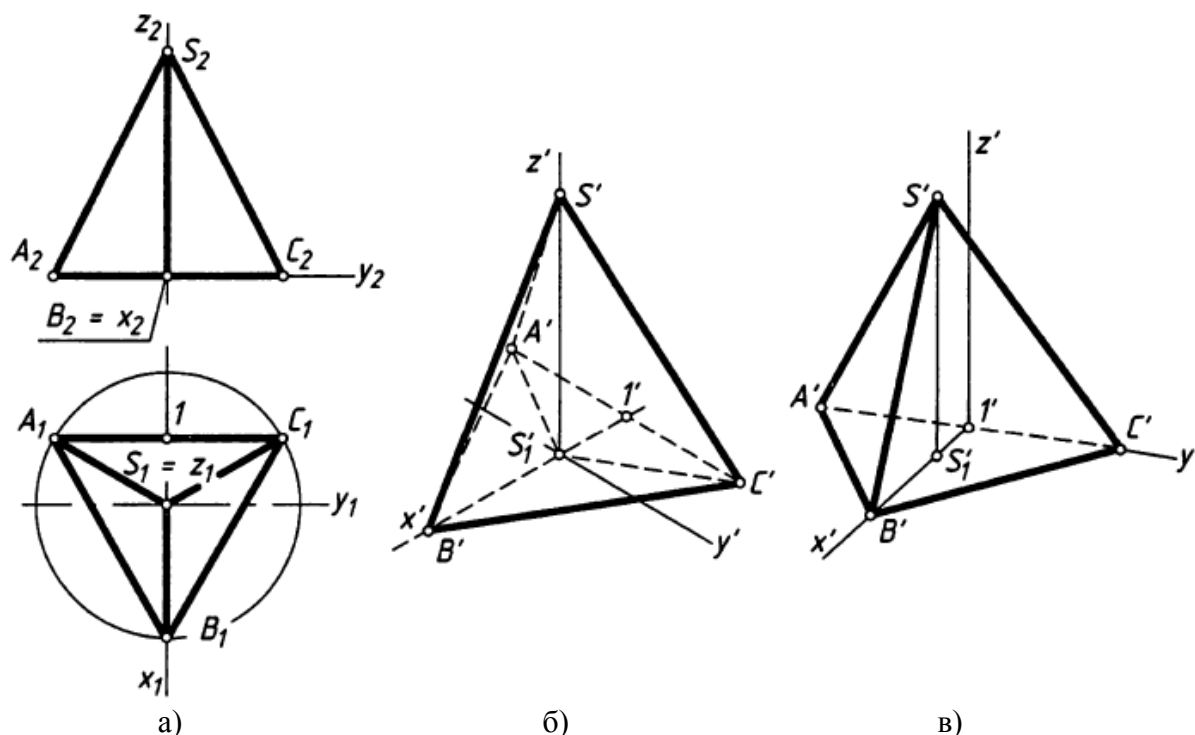


Рисунок 12.14 — Побудова піраміди в прямокутній ізометрії та прямокутній диметрії за вторинною горизонтальною проекцією

При побудові шестигранної призми (рис. 12.15, а) по одній з осей відзначають вершини  $D'$ ,  $A'$ , а потім будують ребра  $C'B'$ ,  $E'F'$ , паралельні тій самій осі. З кожної вершини будують бічне ребро і вершини з'єднують ребрами основи. На рисунку 12.15, б зображено призму у прямокутній приведеній ізометрії, а на рисунку 12.15, в — у диметрії. З аналізу зображень видно, що вибором осей ми можемо не тільки впливати на наочність зображення загалом, але й робити виразнішими окремі елементи об'єкта.

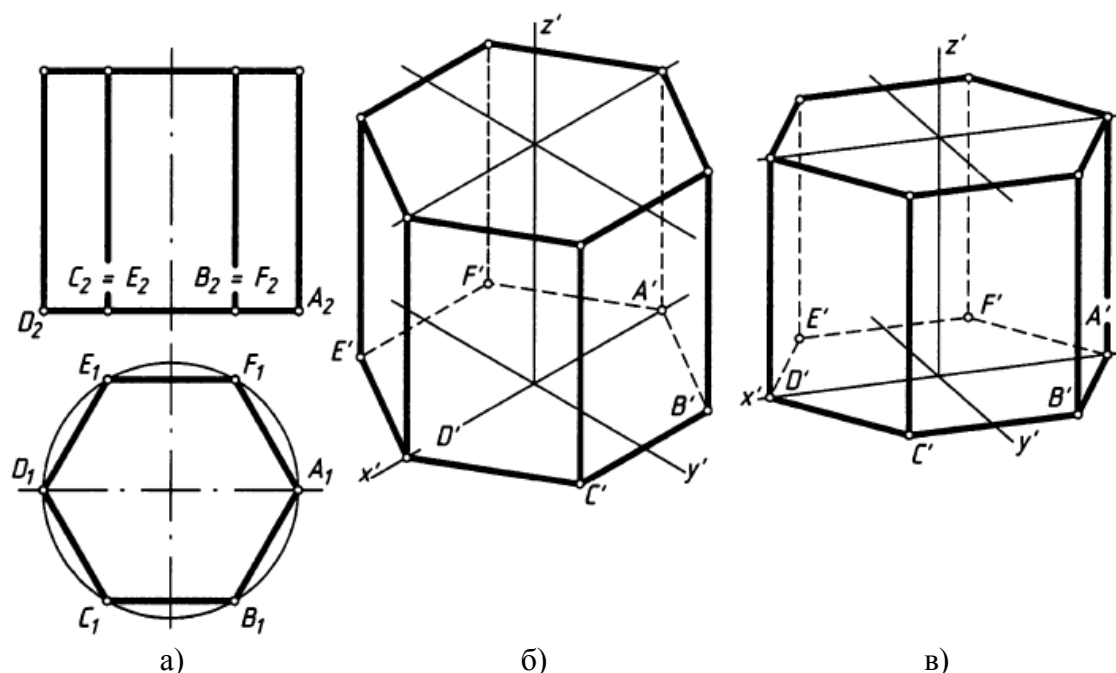


Рисунок 12.15 — Побудова шестигранної призми у прямокутній ізометрії та диметрії

### 12.3.2 Аксонометрія поверхонь обертання

При побудові зображень поверхонь обертання аксонометричні осі рекомендується вибирати так, щоб площини паралелей були паралельні одній із координатних площин.

На рисунку 12.16 наведено побудову зображень **циліндра** з натуральною системою координат  $Oxyz$ .

За координатами будується вторинна проєкція  $O_1'$ , або  $O_2'$ , або  $O_3'$  центра  $O$  нижньої основи поверхні. Вторинна проєкція циліндра у координатній площині, відповідній горизонтальній площині  $xOy$ , буде еліпсом із центром  $O_1'$ . За координатою  $z$  будується аксонометрія нижньої та верхньої основ циліндра. Обрис циліндра — його твірні, дотичні до основ, і паралелі основ.

Вторинна проєкція циліндра на координатних площинах, відповідних площинам  $xOz$  і  $yOz$ , буде паралелограмом — проєкцією прямокутника, яким він зображується на відповідних проєкціях еюра. Оскільки у натуральній системі координат ми спочатку проєціюємо об'єкт на одну з координатних площин, які відповідно паралельні площинам ортогональних проєкцій, то у практиці побудови аксонометричних зображень їхні назви переносять також на вторинні проєкції.

Еліпси основ можна будувати одним зі способів побудови проєкції кола, розглянутих раніше. Будь-яка точка  $M$  поверхні будується за координатами  $(x_M, y_M, z_M)$ . На рисунку 12.16 зображено три можливі варіанти побудови точки  $M$ .

Якщо початок координат  $O$  поєднати з центром нижньої основи циліндра, то його горизонтальна вторинна проєкція співпадає з аксонометрією нижньої основи, а фронтальна і профільна вторинні проєкції сумістяться з фронтальним і профільним меридіанами циліндра. У цьому разі побудови спрощуються.

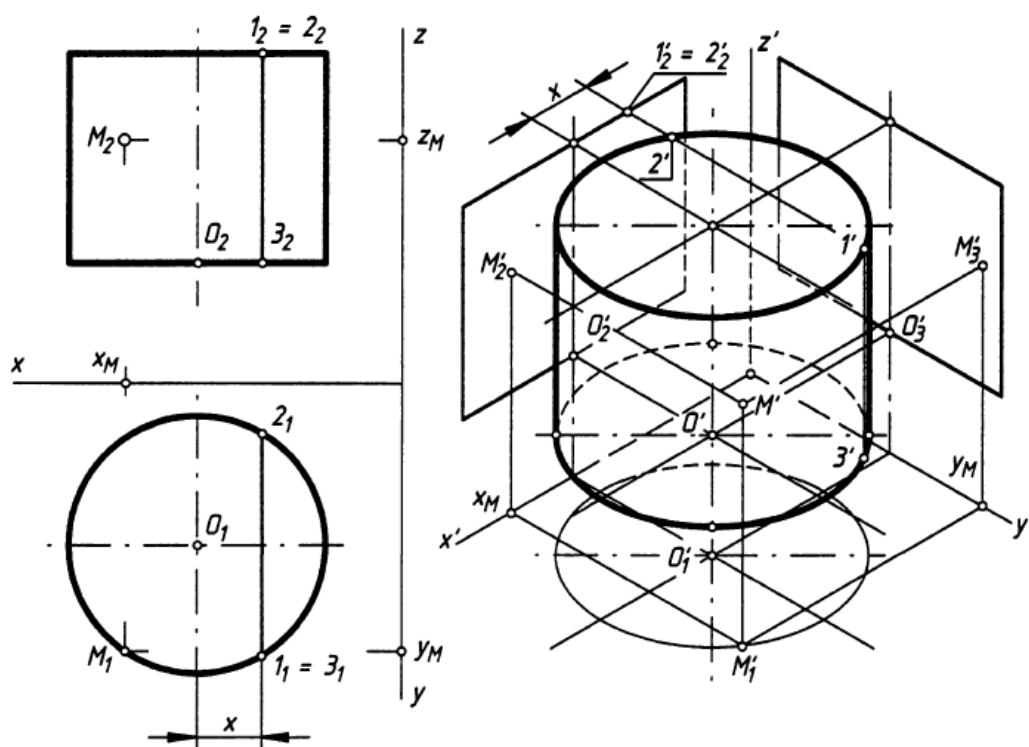


Рисунок 12.16 — Побудова ізометрії циліндра з натуральною системою координат  $Oxyz$

На рисунку 12.17, а побудовано прямокутну ізометрію **конуса**, основа якого лежить у площині  $x'O'y'$ , а вісь  $z'$  співпадає з віссю обертання. Обрисом конуса є твірні, проведені з вершини  $S'$ , дотичні до основи. Будь-яка точка  $M$  на поверхні конуса визначається за допомогою твірної  $S'A'$  та її вторинної проєкції  $S_1'A'$  або загальним способом координат.

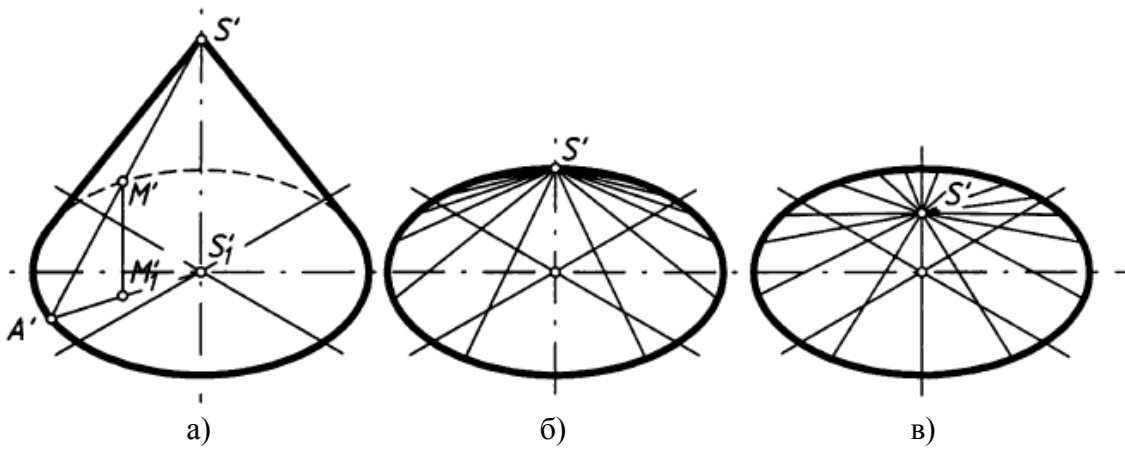


Рисунок 12.17 — Приклади побудови ізометрії конусів різної висоти

При малій висоті конуса аксонометрія вершини  $S'$  може виявитися на лінії основи (рис. 12.17, б) або всередині зображення основи (рис. 12.17, в). У цьому разі обрисових твірних конуса немає, і йдеться про зникнення обрису, тобто конус зображується одним еліпсом основи. Щоб надати наочність такому зображенню, показують вершину і ряд твірних (сімейство меридіанів) поверхні. При цьому потрібно зображати осі еліпсів і аксонометричні осі без їхнього позначення. Таке зображення осей використовується і в інших випадках.

**Сфера** в прямокутній аксонометрії проєціюється у коло радіуса  $R$ . У приведеній ізометрії цей радіус потрібно помножити на коефіцієнт приведення 1,22 (рис. 12.18, а), а у диметрії — на 1,06 (рис. 12.18, б).

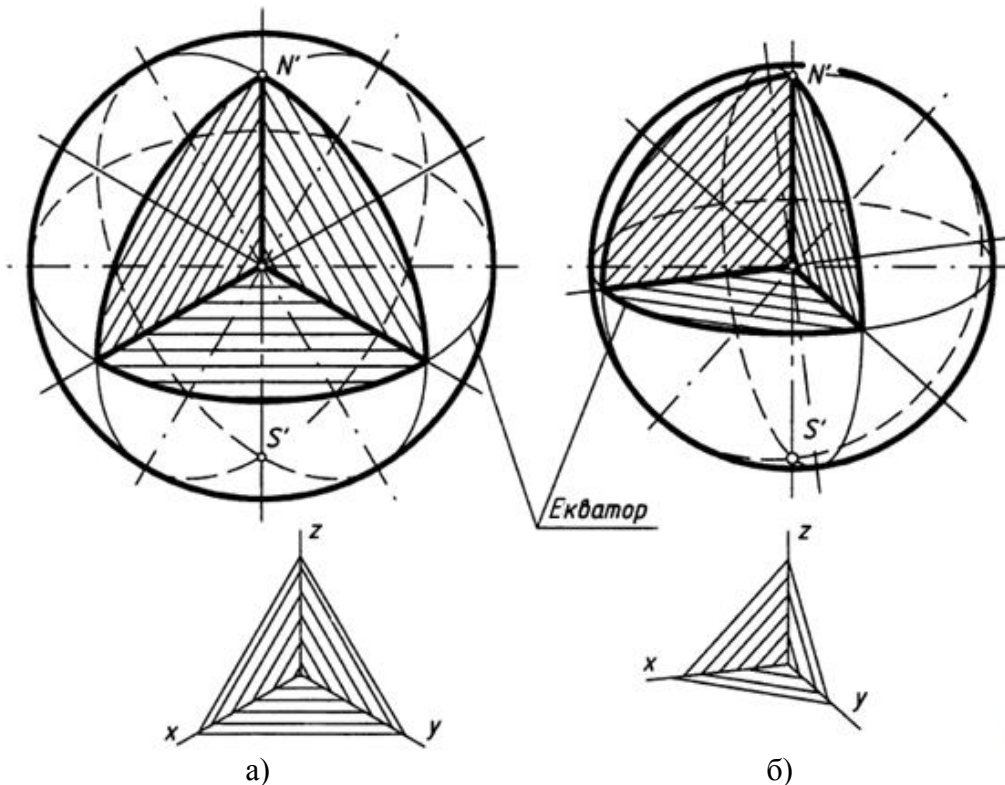


Рисунок 12.18 — Побудова ізометрії та диметрії сфери

Для кращої наочності, крім аксонометричних осей, на сфері зображують ряд ліній каркаса. Наприклад, на рисунку 12.18 зображено екватор сфери, фронтальний і профільний меридіани. Точки  $N'$  і  $S'$  перетину меридіанів відповідають вершинам сфери (точки на осі обертання).

Якщо розглядається матеріальне тіло, обмежене поверхнею сфери (куля), то зображення може супроводжуватися вирізом координатними площинами. Матеріал у площинах вирізу заштриховують, як наведено на рисунку 12.18. В ізометрії по осях від початку координат відкладають однакові відрізки прямих і кінці цих відрізків з'єднують прямими лініями, які вказують напрямок штрихування за координатними площинами. У диметрії по осі у потрібно відкласти половину такого відрізка, а інші побудови робляться за аналогією з ізометрією. Виріз створює враження об'єму і глибини.

Для побудови зображень інших поверхонь обертання використовують такі способи:

- спосіб паралелей;
- спосіб сфер;
- спосіб меридіанів.

### Спосіб паралелей

Спосіб паралелей зручний у процесі побудови витягнутих уздовж осі обертання поверхонь. На поверхні вибирається низка паралелей (рис. 12.19), для яких будуються аксонометричні проекції. Оригінална цих паралелей і буде обрисом поверхні.

Щоб покращити наочність зображення, обрис поверхні доповнюється зображенням осей, висоти, окремих паралелей або меридіанів. Якщо точки паралелей, що лежать у площині  $x'O'z'$ , з'єднати плавною кривою, вийде фронтальний меридіан поверхні. Аналогічно будується профільний меридіан за координатою  $y$ . Якщо побудови ближче до вершини, паралелі потрібно брати частіше, поки наступна паралель не опиниться всередині попередньої, починаючи з основи.

Під час побудови паралелей зручно використовувати масштабний трикутник. Вигідно його поєднати із зображенням поверхні, взявши початок координат у точці  $O_2$ . Побудови наведено на кресленні.

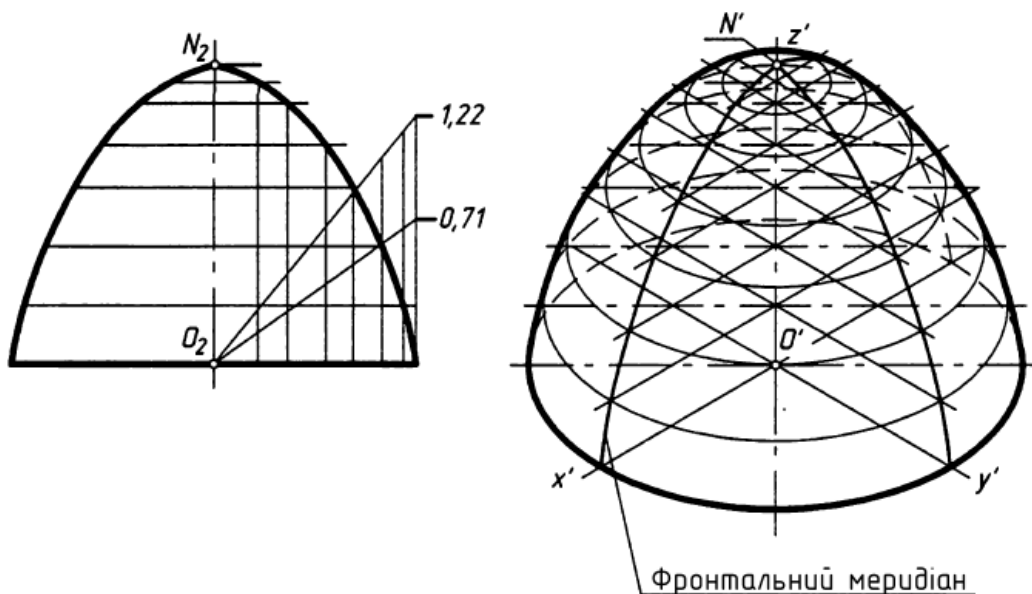


Рисунок 12.19 — Побудова ізометрії поверхні обертання способом паралелей

Якщо твірною лінією є складний геометричний об'єкт, то його потрібно проаналізувати, виділити елементарні лінії та зв'язки (геометричні відносини) між ними.

Наприклад, на рисунку 12.20 зображено виріб, який складається з циліндра, глобоїда й конуса з плавним переходом від однієї поверхні до іншої. В аксонометрії необхідно побудувати паралелі 1, 2, 6, 7, 8, горло 3 глобоїда і декілька випадкових паралелей (на рис 12.20 взято паралелі 4 і 5). Масштабний трикутник побудовано прямо на радіусі нижньої основи циліндра.

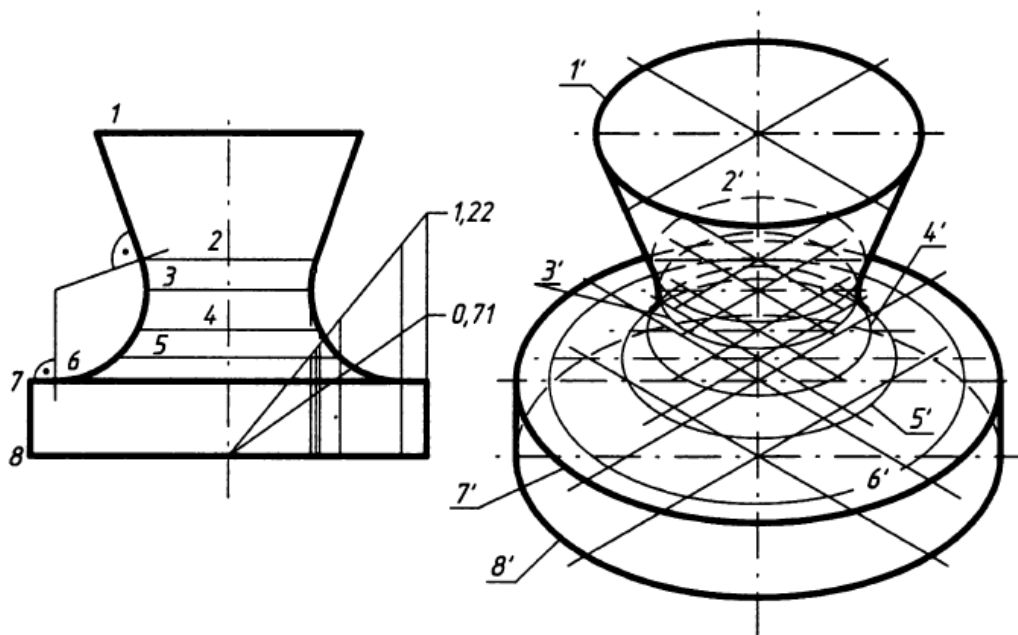


Рисунок 12.20 — Побудова ізометрії складної поверхні обертання способом паралелей

В аксонометрії до еліпсів  $1'$  і  $2'$  проводимо обрисові дотичні, а для паралелей  $2', 3', 4', 5'$  глобоїда проводимо лінії, що їх огинають. Ці лінії нам вдається побудувати тільки для зазначених паралелей. На паралелі  $5'$  обрис закінчується. Паралель  $6'$  не буде брати участь в утворенні обрису виробу. В цьому разі кажуть, що обрис зник (за аналогією з рис. 12.17, в).

### Спосіб сфер

При способі сфер обрисом поверхні буде огиначна аксонометричних проєкцій вписаних сфер. На рисунку 12.21, а побудовано фронтальну проєкцію поверхні обертання, твірна якої складається з дуги радіуса  $R_1$  і дуги радіуса  $R_2$ , які спрягаються у точці  $6$ . В аксонометрії (рис. 12.21, б) будуємо еліпси  $1$  і  $4$  основ. Виділяємо паралелі  $2$  (горло) і  $3$  (екватор), в аксонометрії точки  $2'$  і  $3'$  лежать на великій осі й належать обрису, як у циліндрі (вписаний у горло циліндр і описаний біля екватора поверхні).

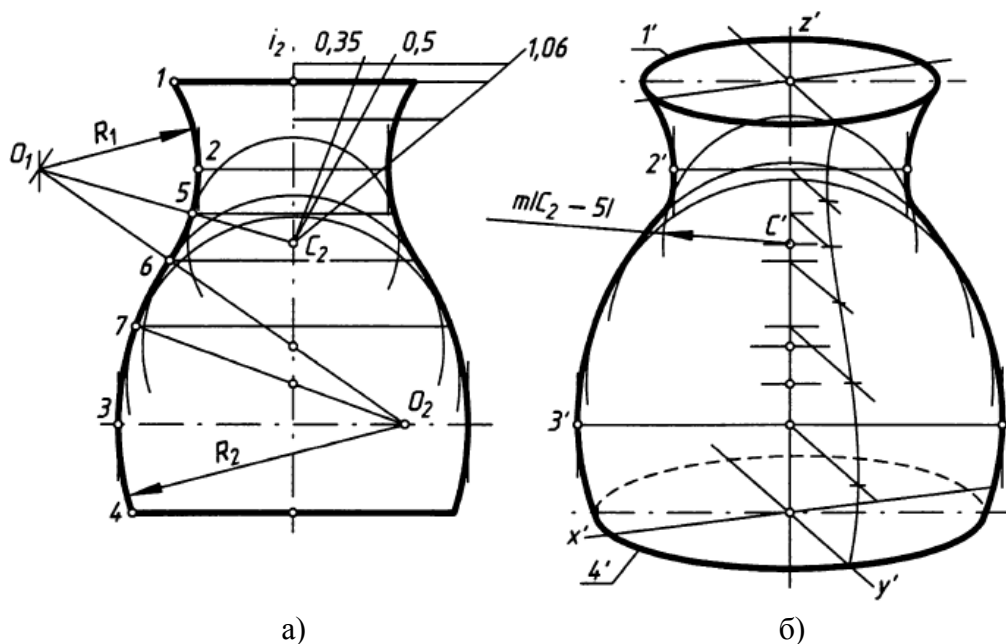


Рисунок 12.21 — Побудова ізометрії поверхні обертання способом сфер



Візьмемо довільну точку 5 і з центра  $O_1$  проведемо через неї пряму до перетину з віссю  $i_2$  у точці  $C_2$ , яку приймемо за центр вписаної сфери. З центра  $C_2$  радіусом  $(C_2-5)$  проведемо коло, яке зображує сферу, вписану в поверхню. Ця сфера торкається поверхні по паралелі 5 (кола сфер побудовані неповністю). В аксонометрії по осі координат  $z'$  відзначаємо точку  $C'$  за висотою точки  $C_2$  і з неї будуємо зображення цієї сфери — коло радіуса  $m(C_2-5)$ .

Для зручності катет натуральних радіусів масштабного трикутника суміщений з віссю  $i_2$  обертання, а масштабні прямі позначені коефіцієнтами прямокутної диметрії. Початок відліку знаходиться у точці  $C_2$ . Це ще один варіант використання масштабного трикутника.

З точки перетину осі  $i_2$  із міжцентровою прямою  $O_1O_2$  проведемо сферу, що торкається поверхні по паралелі 6 точки спряження, і цю саму сферу будуємо в аксонометрії, помноживши радіус на  $m = 1,06$ .

Проведемо нормаль до твірної у випадковій точці 7 до перетину з віссю  $i_2$  і з цієї точки побудуємо вписану сферу, яка торкається поверхні по паралелі 7. Цю сферу будуємо в аксонометрії.

Обрис поверхні (рис. 12.21, б) буде доторкатися до основи  $1'$ , пройде через точку  $2'$ , доторкнеться до побудованих сфер, пройде через точку  $3'$  і завершиться дотиком до основи  $4'$ .

За координатами паралелей дотиків можна побудувати меридіани поверхні. Наприклад, для побудови профільного меридіана відзначимо центри паралелей дотику, взявши їхні координати  $z$  з епюра, через них проведемо осі у напрямку  $y'$  і на них відкладемо радіуси паралелей, помножені на 0,5. Плавна крива, що проходить через зазначені точки, і буде профільним меридіаном. Аналогічно можна побудувати будь-який інший меридіан, визначивши показник спотворення за обраним напрямком.

Здебільшого цей спосіб зручний і має безсумнівні переваги (не потрібно будувати багато еліпсів). Особливо він зручний у процесі побудови витягнутих поверхонь обертання, циклічних і трубчастих поверхонь (рис. 12.22).

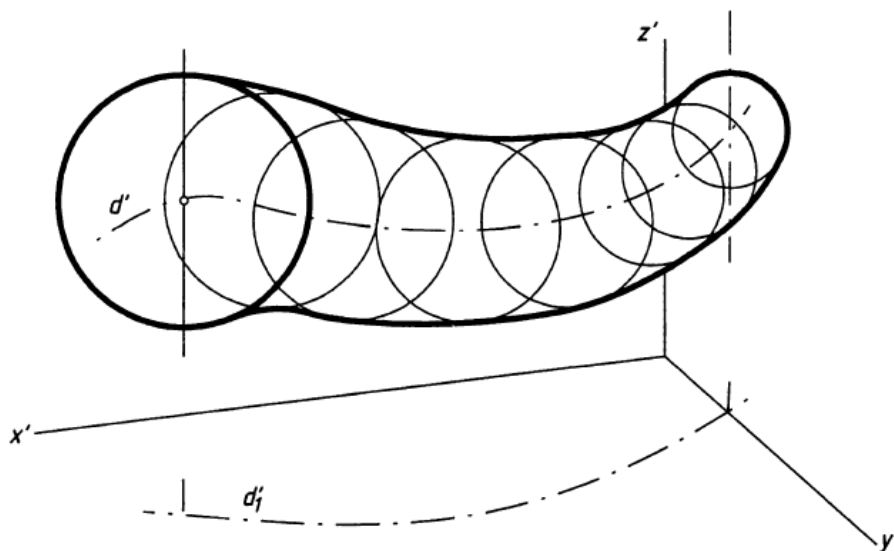


Рисунок 12.22 — Побудова ізометрії витягнутої поверхні обертання способом сфер

**Спосіб меридіанів** застосовується для стислих поверхонь обертання. При цьому будується ряд меридіанів поверхні й лінія, що їх огинає (обрис).

Зображення інших поверхонь будуються за допомогою їхніх ліній каркаса.

## 12.4 Побудова тіней в аксонометрії

Для надання аксонометричним зображенням більшої наочності будують тіні при освітленні об'єкта паралельними променями світла. Це стосується переважно зображення зовнішнього вигляду будівель або архітектурних фрагментів. Напрямок променів світла вибирають довільним для того, щоб краще передати форму об'єкта. Однак при цьому варто врахувати орієнтацію будівлі за сторонами світу й висоту сонця.

Прийоми побудови тіней в аксонометрії аналогічні основним способам побудови тіней в ортогональних проекціях. Найчастіше застосовуються способи променевого перерізів і зворотних променів. Напрямок світлового променя задається його головною аксонометричною проекцією, а також вторинною (горизонтальною) проекцією променя з додатковою проекцією на одну з вертикальних площин об'єкта.

Розглянемо декілька прикладів побудови тіней в аксонометрії.

**Приклад 1.** Побудувати в прямокутній ізометрії падаючі тіні на сходах.

Задамо аксонометричну проекцію променя світла  $S'$ , паралельну картині, і її горизонтальну проекцію  $S'_1$  (рис. 12.23). Відзначимо, що в аксонометрії *тінь від вертикального відрізка на горизонтальній площині співпадає з напрямком вторинної проекції світлового променя, а тінь від будь-якої прямої на площину, їй паралельну, паралельна самій прямій*.

Тінь від вертикального ребра  $A'A_1$  бічної стінки спочатку співпадає з горизонтальною проекцією променя, а потім йде по вертикальній площині сходи паралельно самій собі.

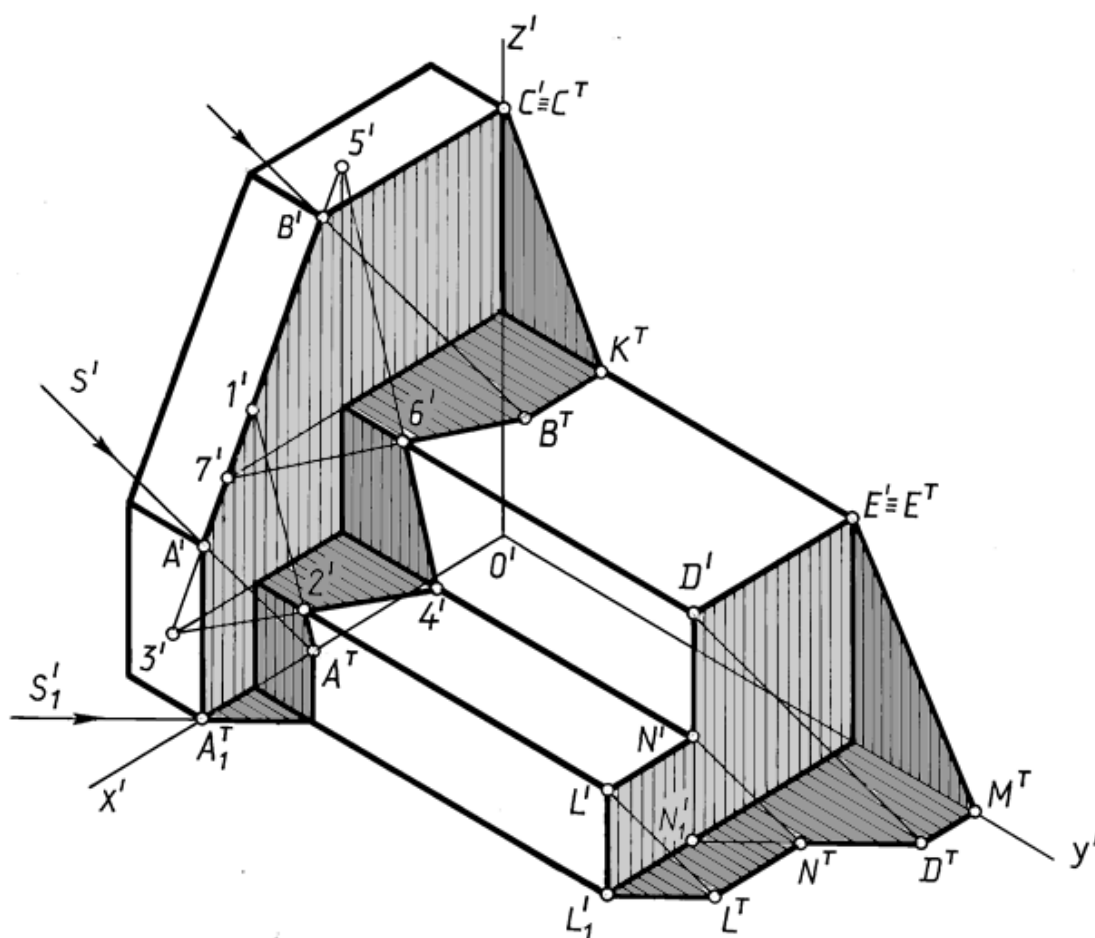


Рисунок 12.23 — Побудова тіней на сходах

Для побудови тіні від похилої прямої  $A'B'$  на вертикальній й горизонтальній площині сходинок виконано такі дії. Визначено точку перетину похилої прямої  $A'B'$  із вертикальною площиною першої сходинок — точка  $1'$ . З точки  $A^T$  тінь по вертикальній площині йде в точку  $1'$  і закінчується в точці  $2'$ . Далі продовжено похилу пряму  $A'B'$  до перетину з горизонтальною площиною сходинок й отримано точку  $3'$ . Поеднавши точки  $2'$  і  $3'$ , отримали тінь від відрізка  $A'B'$  на горизонтальній площині першої сходинок, яка закінчується у точці  $4'$ . На іншій сходинок тінь від відрізка  $A'B'$  будується аналогічно. Виконані побудови зрозумілі з креслення.

Тінь від горизонтального відрізка  $B'C'$  на горизонтальній площині паралельна самому відрізку, а на фасадній площині йде в точку  $C^T \equiv C'$ .

Побудови тіні від сходинок на горизонтальну і вертикальну площини зрозумілі з креслення.

**Приклад 2.** Побудувати тіні від квадратної плити на стовп колони (рис. 12.24).

Оскільки аксонометрія фрагмента побудована як вид на нього знизу, вторинними проекціями променів є проекції на нижній площині плити. Освітлення фрагмента задане аксонометричною проекцією променя, що утворює на циліндрі падаючу тінь  $B^T$  від точки  $B$ , у такий спосіб задано і вторинну проекцію променя  $BB_1^T$ .

Для побудови контуру падаючої тіні від двох горизонтальних ребер плити обрано характерні точки, які визначені вторинними проекціями променів, проведеними у зворотному напрямку:

- точку  $A$  визначено вторинною проекцією променя, що торкається у точці основи циліндра і визначає контур власної тіні циліндра і точку  $A^T$  зникнення тіні;
- тінь точки  $C$  падає на обрисову твірну циліндра, тут контур падаючої тіні торкається обрису;
- точка  $D$  визначає найвищу точку тіні  $D^T$ , вона побудована за допомогою вторинної проекції променя, що проходить через точку перетину осі циліндра з плитою.

Контур падаючої тіні — це частини двох спряжених еліпсів, які є результатом перетину циліндра двома променевими площинами.

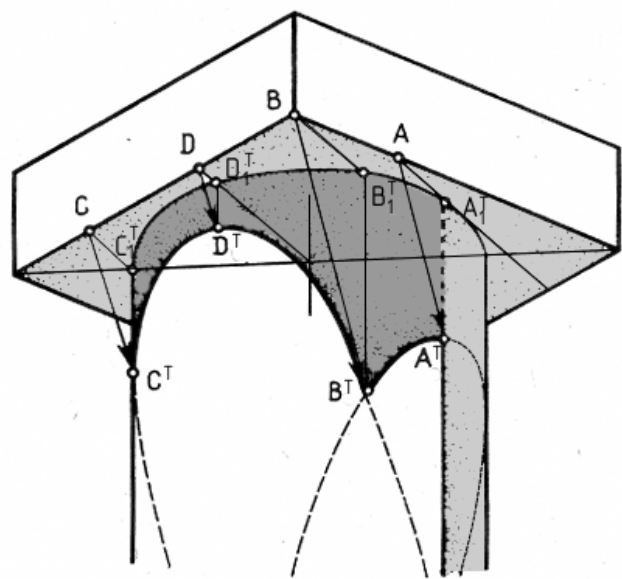


Рисунок 12.24 — Побудова тіней від квадратної плити на стовп колони

**Приклад 3.** Побудувати власні й падаючі тіні сфери (рис. 12.25)

Загальний принцип побудови меж власної та падаючої тіней для поверхні обертання з криволінійною твірною полягає в такому. Аксонометричний обрис тіла перпендикулярно осі обертання розбивається за паралелями на декілька поясів. Визначаючи дійсний діаметр кожної паралелі й використовуючи відомі коефіцієнти спотворення за аксонометричними та допоміжними осями, будуємо щодо відповідних центрів необхідну кількість еліпсів паралелей. За заданими або обраними напрямками  $S$  променів світла та їхніми вторинними проекціями  $S_1$  проєціюємо побудовані еліпси паралелей на опорну поверхню.

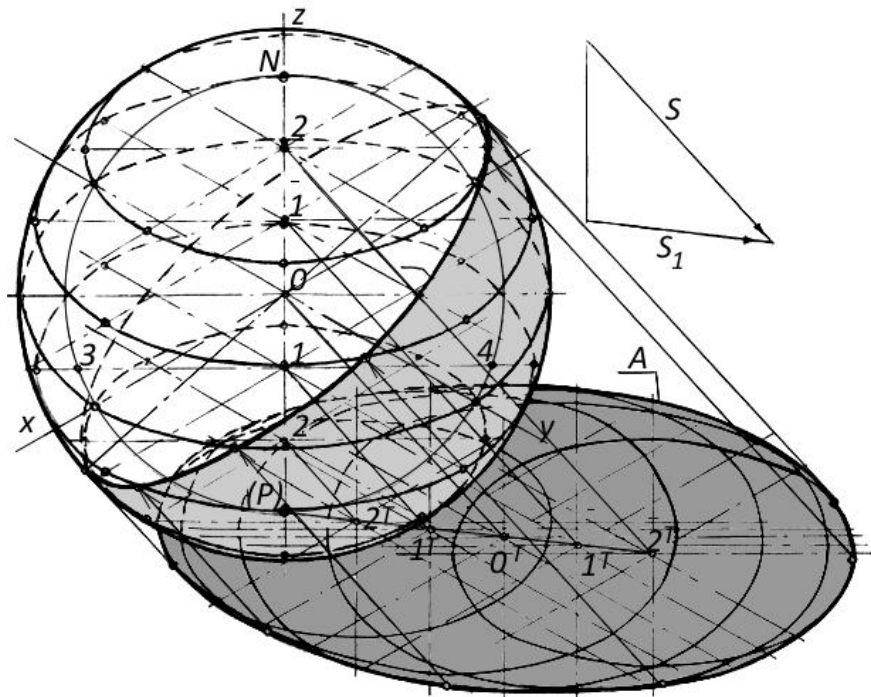


Рисунок 12.25 — Побудова тіней сфери

Далі навколо проєкцій цих еліпсів на опорній поверхні проводимо огинальну криву, яка буде межею тіні, що падає від тіла обертання. Точки дотику огинальної кривої з кожним з еліпсів в напрямку, протилежному напрямку  $S$  променів світла, переносимо на відповідні еліпси паралелей аксонометричного обрису тіла. Поєднуючи отримані точки плавною кривою лінією з урахуванням видимості, отримуємо межу власної тіні.

При відомому діаметрі  $D$  сфери з точки  $O$  радіусом, що дорівнює  $1,22D/2$ , проводимо коло, яке є аксонометричним обрисом сфери, і осі  $x$ ,  $y$  і  $z$ .

На осі  $z$  відзначаємо верхній  $N$  і нижній  $P$  полюси сфери, оскільки  $NP = D$ . Від центру  $O$  сфери відрізки  $ON$  і  $OP$  ділимо на  $n$  рівних частин (у нашому випадку на три частини) і відзначаємо точки  $1$  і  $2$  на осі  $z$ .

Якщо зображувану сферу через точки  $0$ ,  $1$  і  $2$  розсікти площинами, перпендикулярними осі  $z$ , то на її поверхні отримаємо п'ять кіл-паралелей. Для побудови аксонометричних проєкцій цих паралелей необхідно знати їхні діаметри. Дійсні діаметри паралелей можна визначити, якщо через точки поділу  $1$  і  $2$  провести горизонтальні прямі до перетину з колом радіуса  $D/2 = ON$ . Так, наприклад, діаметр паралелі з центром у точці  $1$  буде дорівнювати відрізку  $3-4$ .

Через точки  $1$  і  $2$  проводимо аксонометричні осі, паралельні  $x$  і  $y$ , і будуємо кожну паралель у прямокутній ізометрії. При побудові ізометрії паралелі, що проходить через точку  $O$ , на допоміжних горизонтальній та вертикальній осях в обидві сторони від точки  $O$  відкладаємо відрізки, що дорівнюють відповідно  $1,22D/2$  і  $0,7D/2$ , а за осями  $x$  і  $y$  —  $D/2$ .

Поєднуючи побудовані точки плавною кривою, отримуємо зображення екватора сфери в ізометрії. Аналогічно отримуємо ізометричні проєкції інших паралелей, пам'ятаючи, що кожна з них має свій діаметр.

Нехай сфера своїм нижнім полюсом  $P$  стоїть на плоскій опорі. На перетині променів світла, проведених із точок  $0$ ,  $1$  і  $2$ , та їх вторинних проєкцій, проведених із точки  $P$ , знаходимо точки  $0^T$ ,  $1^T$  і  $2^T$ , які є центрами тіней від відповідних ізометричних проєкцій паралелей сфери. Оскільки ізометричні проєкції паралелей і тіні від них знаходяться в паралельних площинах, еліпси на плоскій опорі зображуються без спотворень.

Навколо отриманих еліпсів із центрами в точках  $0^T$ ,  $1^T$  і  $2^T$  проводимо огинальну криву  $A^T$ , яка завжди буде еліпсом, крім випадку напрямку променів світла  $S$  паралельно осі  $z$ , і є межею падаючої тіні сфери.

Відзначаємо точки дотику огинальної кривої з кожним з еліпсів і проводимо зворотні промені до перетину з відповідними ізометричними проекціями паралелей сфери. Послідовно з'єднуючи отримані точки з урахуванням видимості, отримуємо межу власної тіні на сфері.

**Приклад 4.** Побудувати власні й падаючі тіні порожнистого циліндра (рис. 12.26).

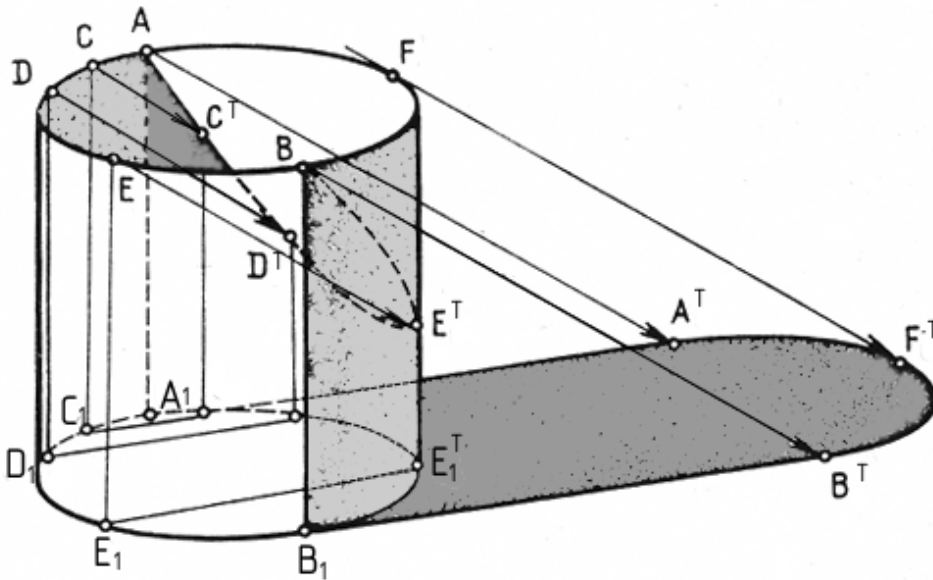


Рисунок 12.26 — Побудова тіней порожнистого циліндра

Напрямок світлових променів задано аксонометричною проекцією променя  $BB^T$  і його вторинною проекцією  $B_1B^T$ . Контур власної тіні визначено дотиком вторинної проекції променя до основи циліндра. Контур падаючої тіні на внутрішній стороні поверхні циліндра від його верхньої крайки побудовано способом променевих перерізів і сліду променя.

Падаючі тіні випадкових точок  $C$  і  $D$  побудовано за допомогою горизонтальних проекцій променів. Точка тіні  $E^T$ , де контур падаючої тіні торкається обрисової твірної, також визначена за допомогою вторинної проекції, що проходить через точку  $E_1^T$  — горизонтальну проекцію обрисової твірної.

Світлові промені, що проходять через коло верхньої крайки циліндра, утворюють променеву поверхню еліптичного циліндра, яка на підставі теореми про плоскі перерізи (див. розд. 9.8, рис. 9.41) в перетині з циліндром утворює два плоских перерізи, один з яких є еліпсом. Половина цього еліпса і є контуром падаючої тіні на внутрішній стороні циліндричної поверхні.

**Приклад 5.** Побудувати тіні параболічного циліндра й вертикальної жердини (рис. 12.27).

Для побудови власної тіні циліндричної поверхні спроеціюємо світловий промінь на площину основи циліндра паралельно проекції  $MM_3^T$  на схемі. Контур падаючої тіні поверхні утворений її тінньою твірною, а також тінеутворювальними частинами крайок циліндричної поверхні.

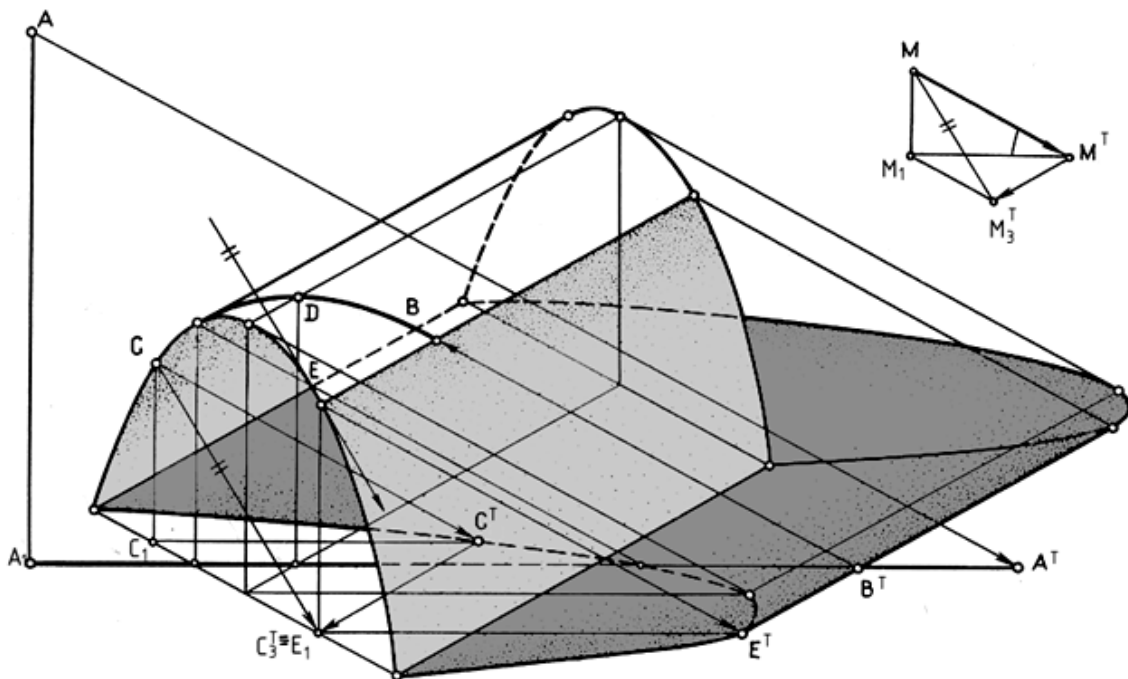


Рисунок 12.27 — Побудова тіней параболічного циліндра і вертикальної жердини

Падаюча тінь від жердини на циліндричній поверхні побудована за допомогою допоміжної вертикальної променевої площини. Точку В зникнення тіні визначено зворотним променем, проведеним із точки  $B^T$  перетину контурів тіней.

**Приклад 6.** Побудувати власні і падаючі тіні умовної архітектурної споруди (рис. 12.28).

Падаючі тіні на землю кожного елемента споруди будуються окремо. Контур падаючої тіні всієї споруди наводиться за крайніми лініями накладених одна на одну тіней окремих частин. Для побудови падаючих тіней одного елемента на інший використовується спосіб променевих перерізів. Побудови зрозумілі з креслення.

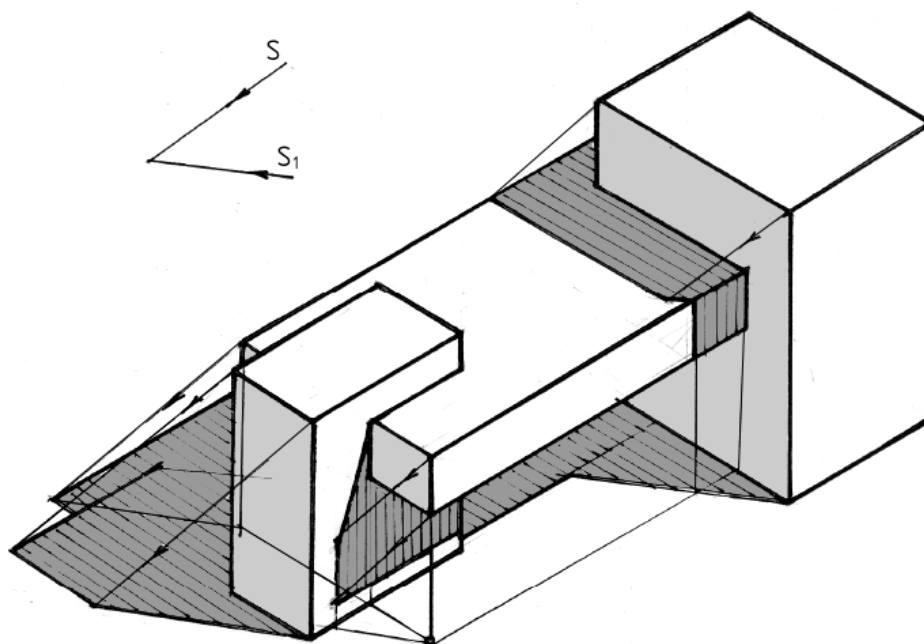


Рисунок 12.28 — Побудова тіней умовної архітектурної споруди

## 13 ПЕРСПЕКТИВА

Перспектива, на відміну від ортогональних проєкцій, є різновидом проєкцій, за допомогою якого можна з найбільшою наочністю зобразити архітектурну споруду і все навколишнє середовище. Простота виконання й достовірність зображень сприяють об'єктивності оцінки архітектурного проєкту. Перспективне зображення є невід'ємним елементом архітектурного проєкту і входить до складу його демонстраційних матеріалів.

Перспектива, як і фотографія, показує не тільки форму об'єкта, але і відображає взаємне положення спостерігача й об'єкта. Вона передає зміни розміру і форми зображуваного об'єкта, викликані його розташуванням і віддаленістю від спостерігача. Істотна перевага перспективи порівнюючи з фотографуванням та іншими сучасними технічними засобами відображення (кінозйомкою, голографією тощо) полягає у тому, що за допомогою перспективи можна отримати наочне зображення неіснуючого об'єкта.

Перспектива має деякі переваги також порівнюючи з макетами будинків. Вони полягають у тому, що перспективне зображення відображає конкретну точку спостереження, з якої буде сприйматися майбутня споруда. Макет дає змогу безпосередньо бачити об'ємно-планувальну структуру прийнятого композиційного рішення, у цьому і є його головна позитивна якість. Однак у макеті, наприклад, складно, а іноді й неможливо наочно відобразити всі сторони архітектурного рішення внутрішнього простору будівлі, а також особливості сприйняття різноманітних фрагментів міської забудови з певних точок спостереження. Крім того, побудова перспективного зображення у процесі проєктування значно простіша і дає можливість у коротші терміни перевірити композицію споруди, видиму з реальних точок. Передаючи реальну освітленість, колір і повітряну перспективу, а також існуюче або спроектоване оточення, перспективне зображення набуває великої наочності й виразності (рис. 13.1).

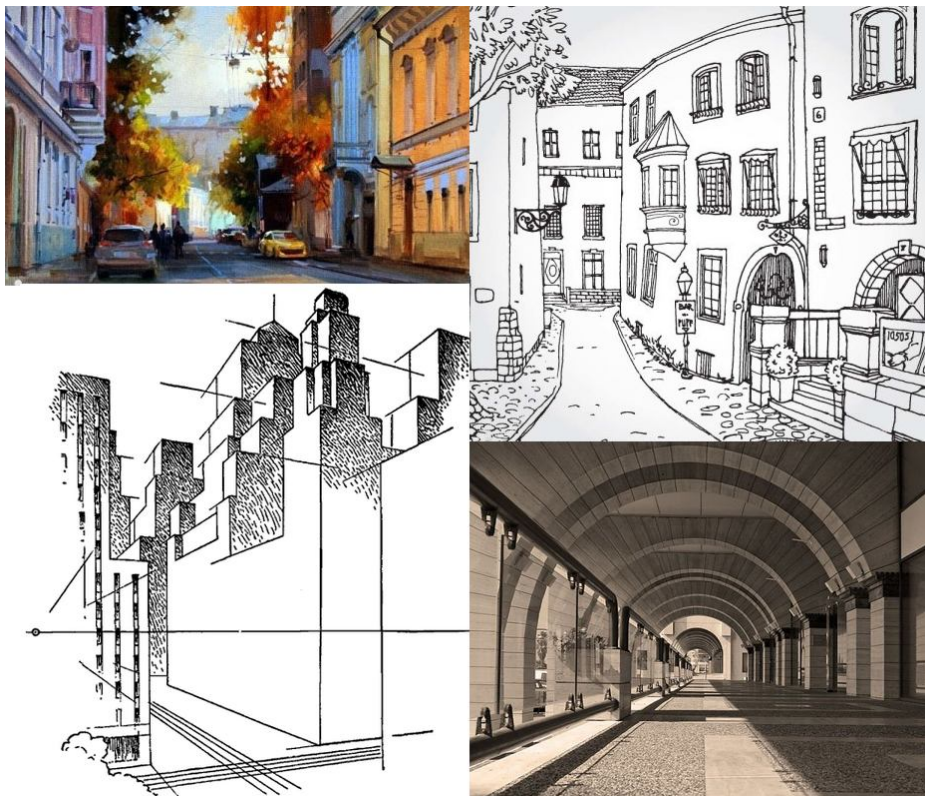


Рисунок 13.1 — Приклади перспективних зображень

## 13.1 Загальні положення

### Суть методу центрального проєціювання

*Перспективою* називається центральна проєкція об'єкта на площину, що відповідає певним умовам. Цими умовами обмежується взаємне положення центра проєкції та об'єкта з метою максимального наближення його зображення до вигляду об'єкта в натурі.

Для побудови перспективи об'єкта з центра проєкції  $S$  (точки спостереження) проводять проєціюючі промені до точок об'єкта (рис. 13.2, а) і знаходять їх перетин із площиною проєкцій  $K$  (картиною), яку зазвичай розташовують перед об'єктом. Отримане зображення відрізняється від аксонометричного. Паралельні прямі загалом зображуються прямими, які сходяться; рівні за розміром відрізки прямих зображуються зменшуваними із їхнім віддаленням від точки спостереження.

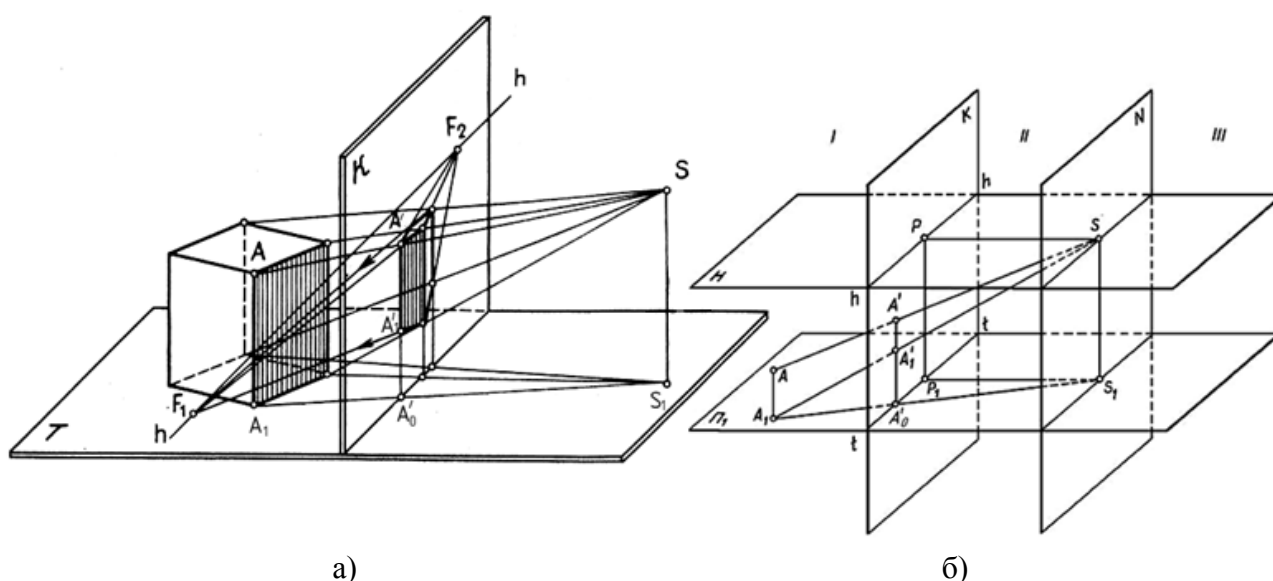


Рисунок 13.2 — Утворення перспективного зображення

Для побудови на площині картини центральної проєкції точки  $A$  проводимо до цієї точки проєціюючий промінь (рис. 13.2, б). Точка перетину променя з площиною проєкцій  $K$  визначає точку  $A'$  — центральну проєкцію або перспективу точки  $A$ . Щоб визначити на картині положення точки необхідно через проєціюючий промінь, спрямований до точки  $A$ , провести вертикальну променевою площину і знайти її перетин із картиною. Лінія перетину цієї площини з картиною пройде через точку  $A'_0$ , яка є перетином горизонтального сліду променевої площини з картиною. Вертикальна пряма, проведена з цієї точки в перетині з проєціюючим променем, визначить шукану перспективу  $A'$  точки  $A$ . Одна центральна проєкція точки  $A$  не визначає її положення в просторі, оскільки перспективі  $A'$  точки відповідає будь-яка точка проєціюючого променя  $SA$ . Для того щоб можна було визначити положення точки у просторі за її перспективою і зробити зображення оборотним, потрібно побудувати перспективу  $A'_0$  її горизонтальної проєкції  $A_1$  — вторинну проєкцію точки  $A$  (першою вважається точка  $A'$ ).

Отже, для визначення положення точки у просторі за її перспективою необхідно, крім перспективи точки, також мати її вторинну проєкцію.

Для побудови перспективи об'єкта вихідним матеріалом слугують його ортогональні проєкції — план і фасад.



## Елементи побудови перспективи

У процесі побудови перспективи застосовують деякі допоміжні геометричні елементи — точки, прямі та площини, які позначаються так (рис. 13.3):  $K$  — вертикальна площина проєкцій (картина);  $T$  — предметна площина (горизонтальна), на якій зазвичай розташовується об'єкт;  $S$  і  $S_1$  — точка спостереження (центр проєкцій) та її горизонтальна проєкція (основа точки спостереження);  $H$  — площина горизонту, горизонтальна площина, що проходить через точку спостереження;  $SP$  — головний промінь, перпендикулярний картині;  $P$  і  $P_1$  — головна точка картини та її горизонтальна проєкція;  $d$  — відстань (дистанція) точки спостереження, що дорівнює  $SP$  і  $S_1P_1$ ;  $hh$  — лінія горизонту, лінія перетину площини горизонту з картиною;  $tt$  — основа картини, лінія перетину картини з предметною площиною;  $PP_1$  і  $SS_1$  — висота горизонту;  $D_1$  і  $D_2$  — дистанційні точки (точки дальності), розташовані на відстані  $d$  від головної точки картини  $P$ .

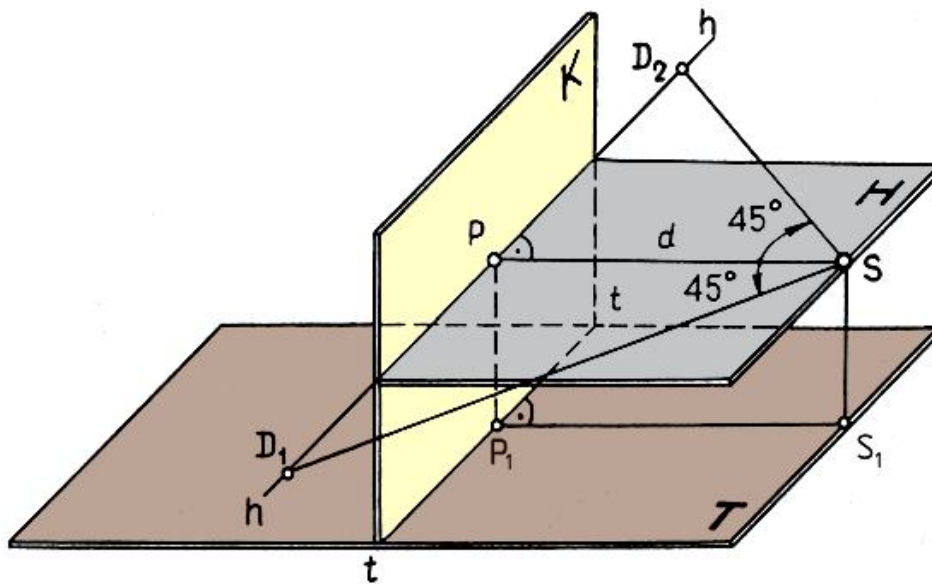


Рисунок 13.3 — Елементи побудови перспективи

## 13.2 Перспектива елементарних геометричних об'єктів

### Перспектива прямої лінії загального положення

Проеціюючі промені, які проходять через точку  $S$  і пряму  $AB$  (рис. 13.4), утворюють променевою площину. Ця площина перетинає картину по прямою  $A'B'$ , яка і є перспективою цієї прямої.

Для побудови перспективи відрізка  $AB$  прямої (рис. 13.5, а) досить визначити перспективи точок  $A'$  і  $B'$  — кінців відрізка, як це було зроблено на рисунку 13.2. Поєднавши отримані точки прямою лінією, отримаємо перспективу  $A'B'$  прямої  $AB$ .

Однак зручніше побудувати перспективу прямої за двома особливими її точками: картинним слідом  $N$  прямої та точкою сходження  $F$ .

*Картинним слідом прямої називається точка перетину прямої з картиною.* Для визначення картинного сліду спочатку необхідно знайти слід  $n$  горизонтальної проєкції прямої, а потім на вертикалі від нього — слід  $N$  самої прямої.

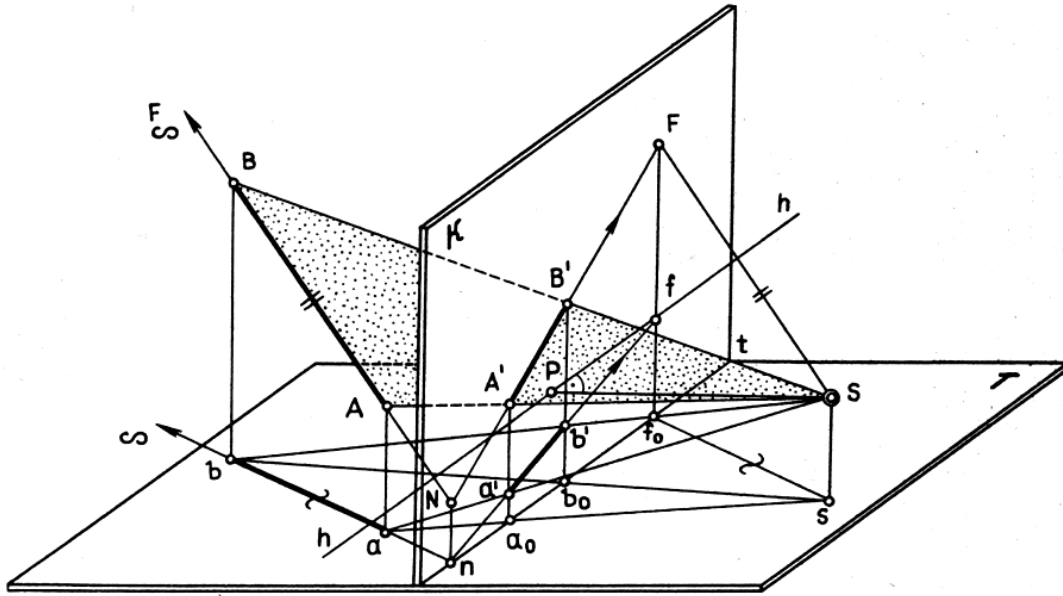


Рисунок 13.4 — Побудова перспективи прямої лінії загального положення

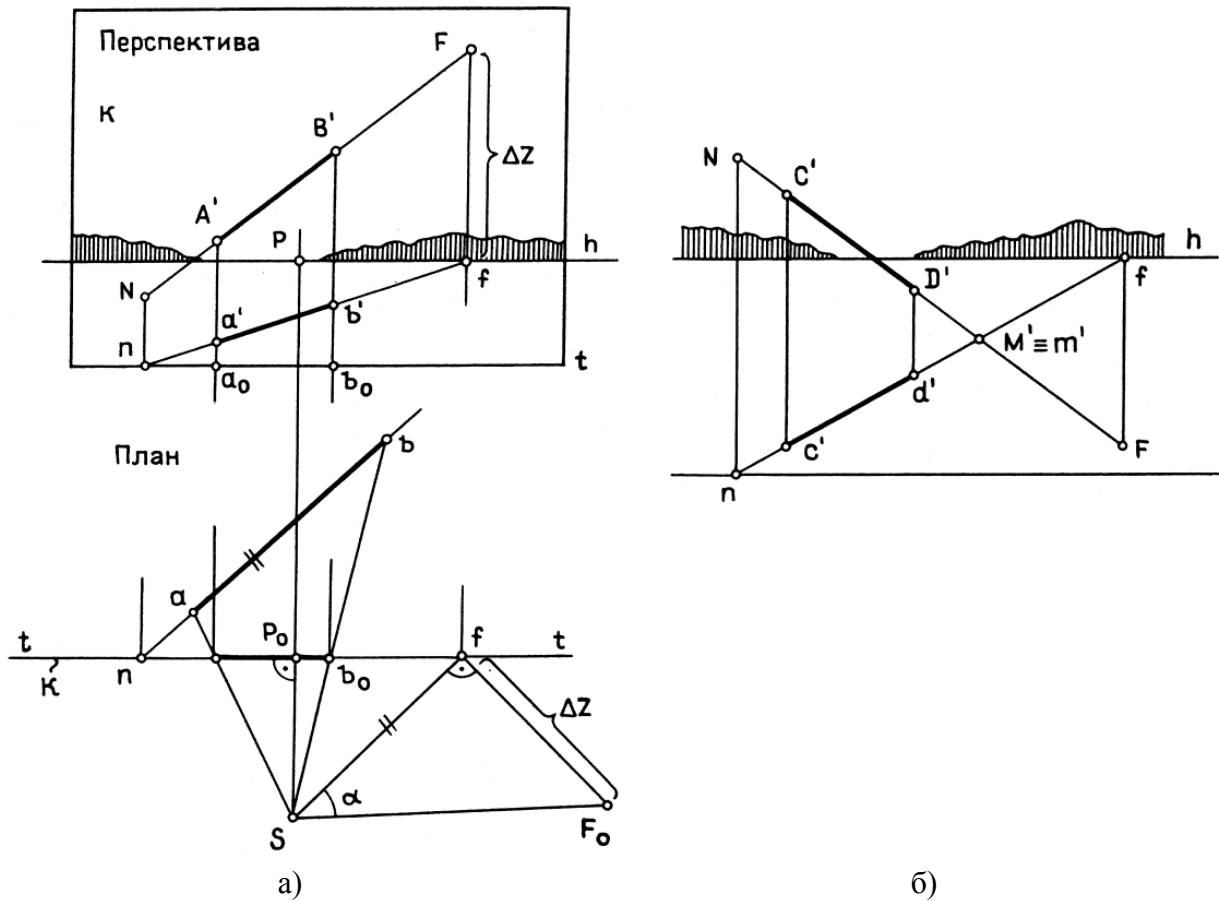


Рисунок 13.5 — Приклади побудови перспектив висхідної і спадної прямих

Точкою сходження прямої називається перспектива нескінченно віддаленої точки прямої. Вона є точкою сходження для всіх прямих, паралельних заданій прямій. Для побудови точки сходження прямої потрібно спочатку визначити точку сходження  $f$  її горизонтальної проекції, провівши проєціюючий промінь, паралельний прямій  $AB$ , до перетину з картиною, а потім побудувати на плані в суміщеному положенні на відрізку  $Sf$  кут  $\alpha$  нахилу прямої та отриману величину  $\Delta z$  відкласти в перспективі від точки  $f$  угору.

Положення точки сходження  $F$  на картині дає змогу судити про те, як розташована пряма загального положення у просторі. Якщо точка знаходиться вище лінії горизонту, то пряма  $AB$  — *висхідна*, якщо точка  $F$  нижче лінії горизонту (рис. 13.5, б) — пряма *спадна*.

Точка  $M'$ , в якій перспектива прямої перетинає вторинну проекцію, є перспективою горизонтального сліду прямої.

### Перспектива прямих ліній окремого положення

Побудова перспективи прямих окремого положення виконується простіше, ніж побудова прямих загального положення, тому вони широко застосовуються як допоміжні прямі у процесі побудови перспективи.

До прямих окремого положення щодо картинної площини належать:

- 1) *горизонтальні прямі*, точки сходження яких у перспективі розташовуються на лінії горизонту (рис. 13.6, а, в);
- 2) *прямі, перпендикулярні картині*, точкою сходження яких у перспективі є головна точка картини  $P$  (рис. 13.6, а);
- 3) *прямі, що лежать у предметній площині та проходять через основу точки спостереження* (назвемо їх *радіальними*), а також *прямі загального положення, вторинні проекції яких проходять через основу точки спостереження*, зображуються в перспективі вертикальними (рис. 13.6, б), оскільки вони розташовані у вертикальних проєціюючих площинах, що перетинають картину по вертикальних прямим;
- 4) *горизонтальні прямі, розташовані під кутом  $45^\circ$  до картини*, точками сходження яких у перспективі є дистанційні точки  $D_1$  і  $D_2$  (рис. 13.6, в);
- 5) *прямі, паралельні картині*, не мають точок сходження, їх перспективи паралельні самим прямим (рис. 13.6, г). Вони не мають і картинних слідів, оскільки не перетинаються з картиною.

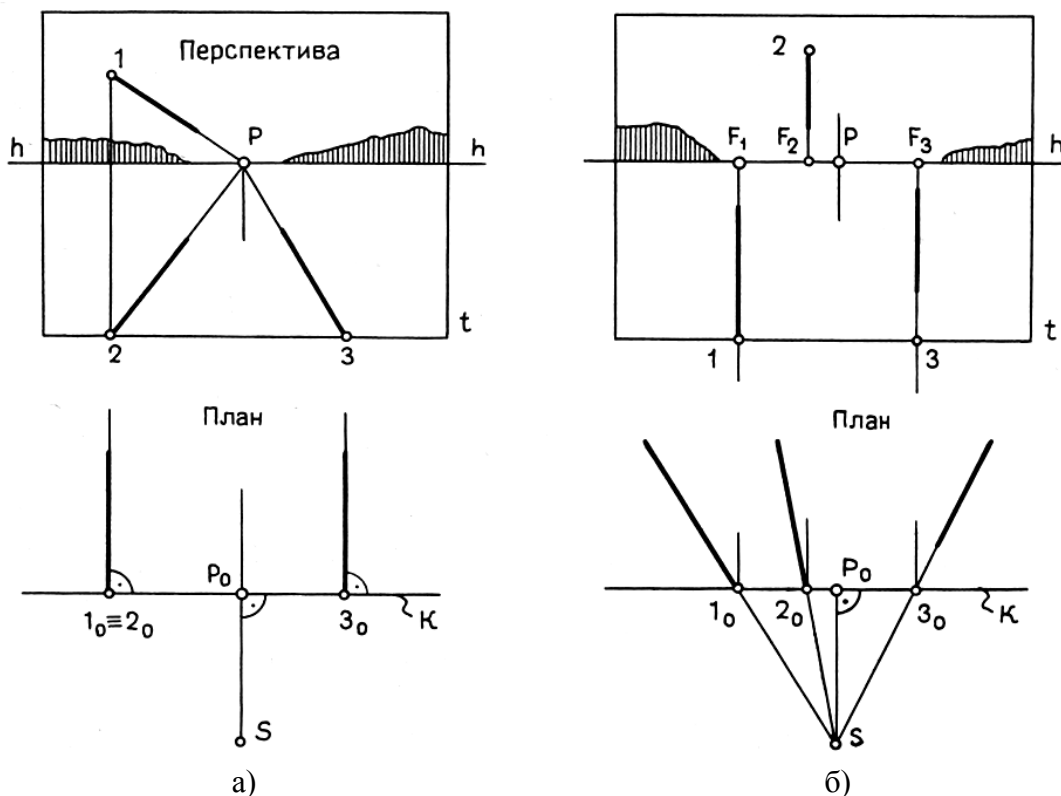
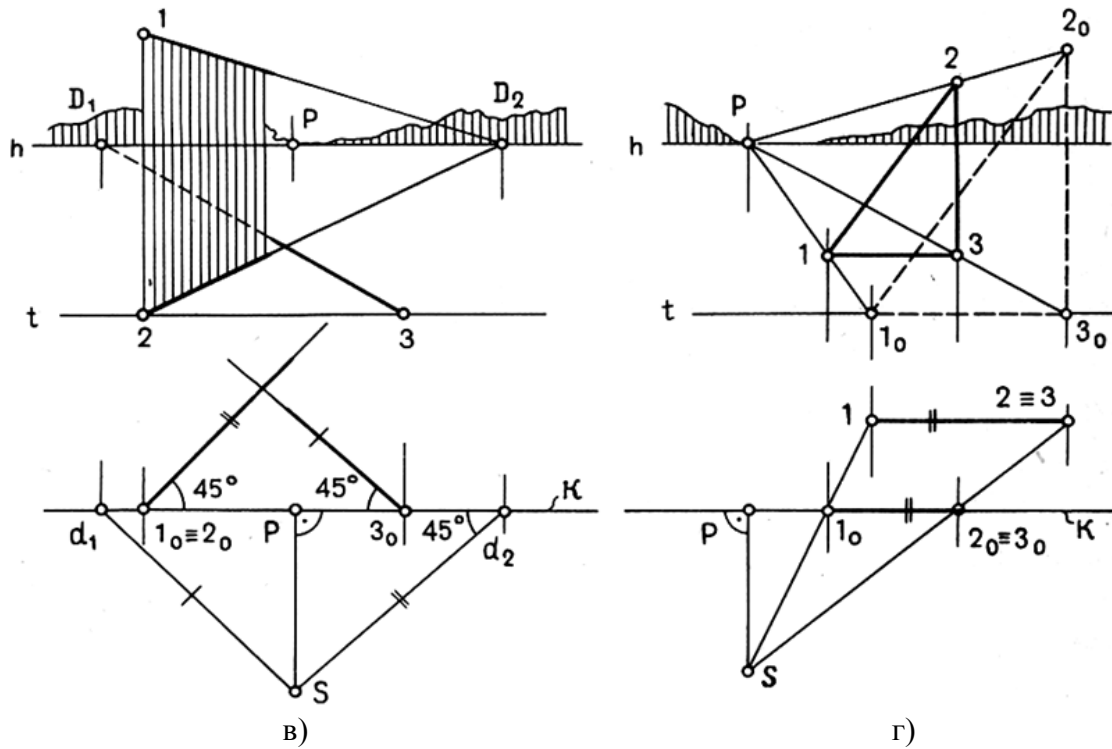


Рисунок 13.6 — Перспективи прямих ліній окремого положення



Плоскі фігури, паралельні картині, зображуються в перспективі подібними.

### Паралельні прямі

Перспективи паралельних прямих перетинаються, тобто мають спільну точку сходження (рис. 13.7, а).

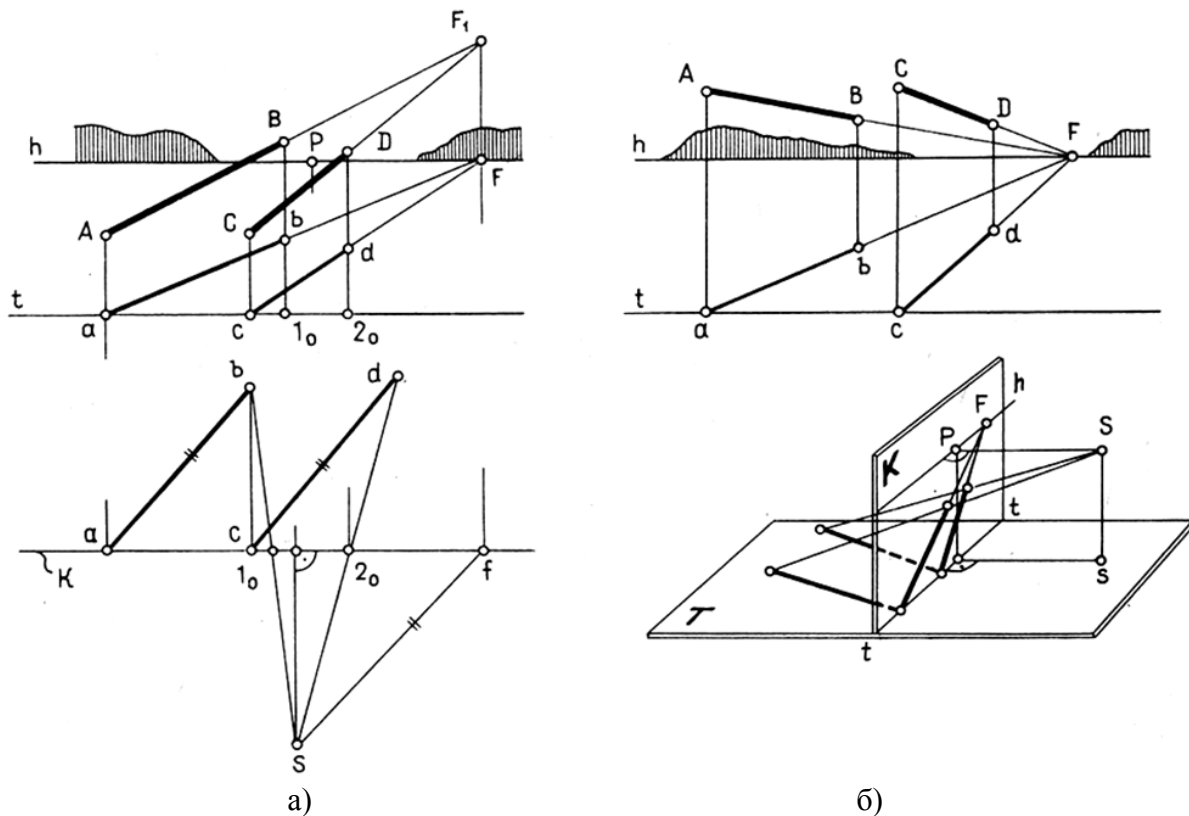


Рисунок 13.7 — Перспективи паралельних прямих

Як було встановлено раніше (див. рис. 13.4), для побудови точки сходження прямої потрібно з точки спостереження провести проєціюючий промінь паралельно цій прямій до перетину з картиною. Отже, ця точка буде точкою сходження для всіх прямих, паралельних цій прямій. Точки сходження горизонтальних прямих розташовані на лінії горизонту (рис. 13.7, б).

### Перспектива точки

Перспектива точки визначається як точка перетину перспектив двох прямих, зазвичай прямих окремого положення. З допоміжних прямих найзручніші прямі, що лежать у вертикальних проєціюючих площинах, насамперед прямі (радіальні), що проходять через основу  $S$  точки спостереження (див. рис. 13.6, б).

На рисунку 13.8 наведено перспективи точок, побудовані за допомогою перетину перспектив таких пар прямих:

- а) прямої, перпендикулярної картині, та проєціюючого променя (радіальної прямої); висоту точки  $A$  (її аплікату  $\Delta z$ ) відкладають у площині картини, де вона проєціюється у дійсному розмірі, від точки  $a_0$  — картинного сліду вторинної проєкції прямої (рис. 13.8, а);
- б) прямої, перпендикулярної картині, та прямої, спрямованої під кутом  $45^\circ$  до картини, точка сходження якої — дистанційна точка  $D_1$  (рис. 13.8, б);
- в) проєціюючого променя (радіальної прямої) і горизонтальної прямої довільного положення (рис. 13.8, в).

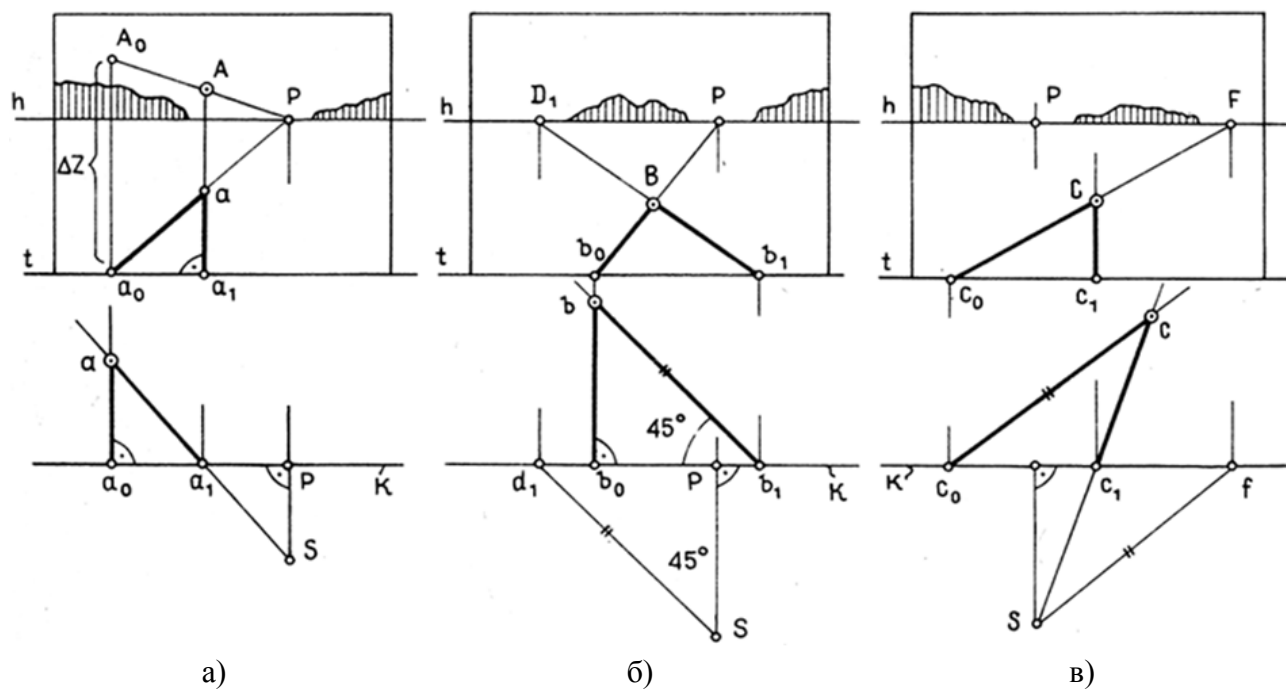


Рисунок 13.8 — Перспективи точок, побудовані за допомогою перетину перспектив прямих

При розташуванні точки біля осі, перспективи допоміжних прямих перетинаються під гострим кутом, що не забезпечує необхідної графічної точності. Отже, використовувати головну точку картини як точку сходження недоцільно. У цьому випадку потрібно застосовувати допоміжні прямі, зображені на рисунку 13.8, б, в.

## Перспектива площини

Перспектива площини може бути побудована як перспектива точок, прямих або плоскої фігури. Зображення плоскої фігури — найбільш поширений випадок. Побудову перспективи зазвичай починають із побудови перспективи плану об'єкта. Розглянемо декілька прикладів побудови перспективи площини.

**Приклад 1.** Побудувати перспективу горизонтальної площини — прямокутного чотирикутника, розташованого в предметній площині (рис. 13.9).

Для побудови точок сходження двох пар паралельних прямих (сторін чотирикутника) проведемо на плані через точку спостереження проєціюючі промені паралельно цим прямим до перетину з картиною в точках  $f_1$  і  $f_2$  і перенесемо ці точки вертикальними прямими на лінію горизонту. Побудуємо на плані картинні сліди  $1_0$  і  $2_0$  двох сторін чотирикутника й перенесемо їх на основу картини. Визначивши на картині точки сходження для кожної пари паралельних прямих і картинні сліди прямих (точка  $a'$  також є картинним слідом двох сторін чотирикутника), можна побудувати перспективи цих прямих. Перетин прямих протилежного напрямку визначить на зображенні вершини чотирикутника і його перспективу. Якщо картинний слід або точка сходження прямої виявляються за межами креслення, потрібно застосовувати як допоміжну перспективу радіальних прямих  $Sc$  і  $Sb$ , що проходять через основу точки спостереження (вони виділені штриховими лініями).

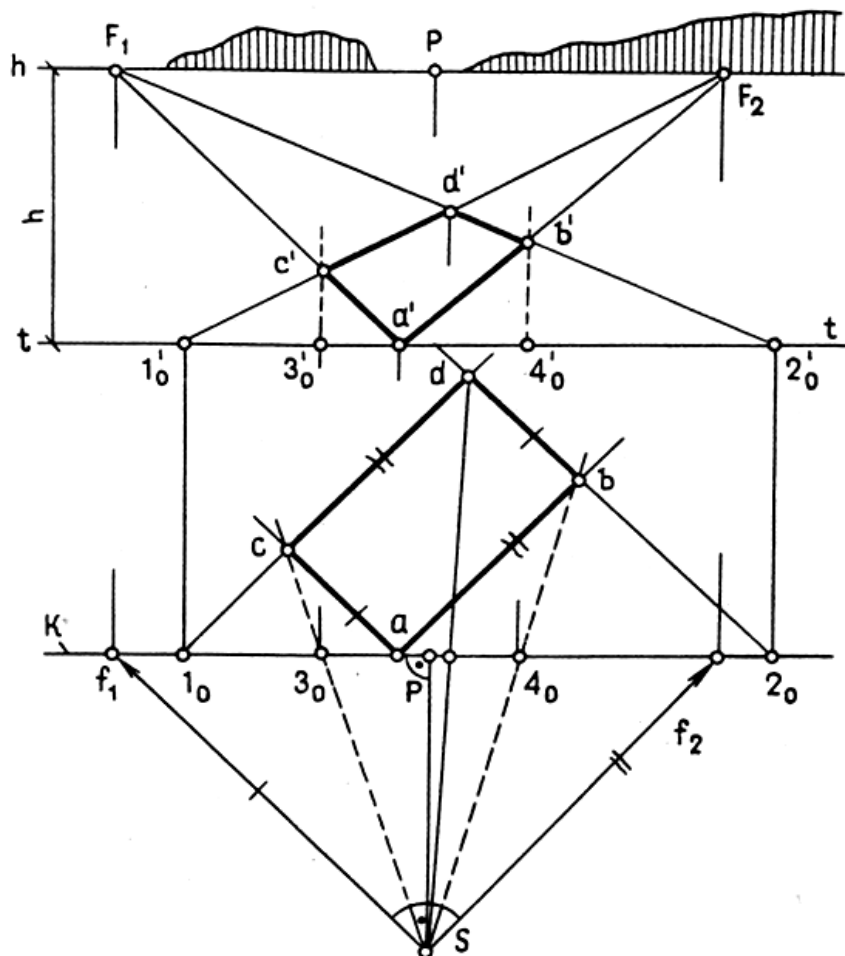


Рисунок 13.9 — Побудова перспективи горизонтальної площини

**Приклад 2.** Побудувати перспективи горизонтальних площин квадратної форми, сторони яких попарно паралельні й перпендикулярні картині (рис. 13.10).

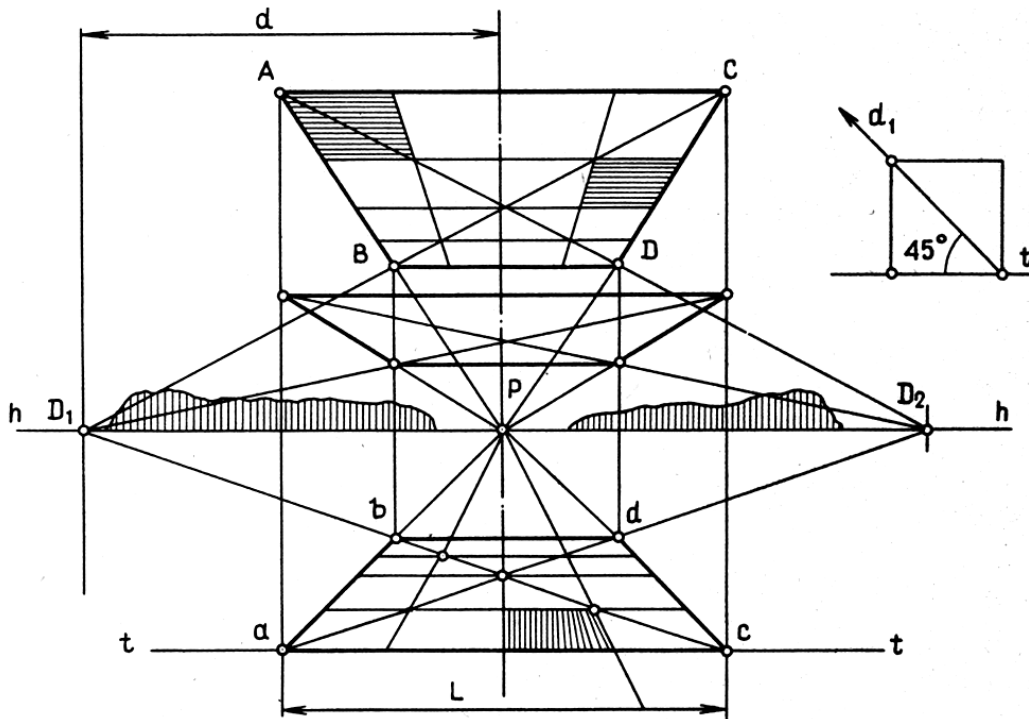


Рисунок 13.10 — Побудова перспектив горизонтальних площин квадратної форми

Ближньою стороною квадрата суміщені з картиною. Точка сходження перспектив поздовжніх сторін квадрата — це головна точка картини  $P$ . Перспективи поперечних (фронтальних) сторін, паралельних картині, не мають точки сходження. Якщо заданий розмір  $L$  сторони квадрата і дистанція  $d$  точки спостереження, перспектива квадрата може бути побудована без плану за допомогою однієї з дистанційних точок (див. рис. 13.8, б).

На лінії горизонту від головної точки  $P$  потрібно відкласти величину  $d$  дистанції точки спостереження і провести перспективу прямої, яка розташована під кутом  $45^\circ$  до картини. Вона визначить на перспективі поздовжньої сторони квадрата його вершину. Точки сходження  $D_1$ ,  $P$ ,  $D_2$  горизонтальних прямих, як і будь-яких інших горизонтальних прямих, лежать на лінії горизонту. Отже, лінія горизонту за аналогією з точкою сходження паралельних прямих є лінією сходження горизонтальних площин.

*Лінією сходження площини є перспектива нескінченно віддаленої прямої цієї площини. Вона є лінією сходження й усіх інших площин, паралельних заданій.*

**Приклад 3.** Побудувати перспективу вертикальних площин — чотирьох попарно паралельних площин рівної висоти (рис. 13.11).

Побудови необхідно почати з перспективи плану, вони аналогічні попередньому прикладу. У точках перетину сторін плану будується перспектива вертикальних прямих. Вертикальні прямі, паралельні картині, не мають точок сходження і зображуються в перспективі вертикальними.

Щоб побудувати перспективу висот чотирикутників, дійсний розмір можна нанести тільки в площині картини — у точці  $a$ , де вертикальний відрізок суміщений із картиною, або знайти картинний слід  $2_0-2$  одної з вертикальних площин.

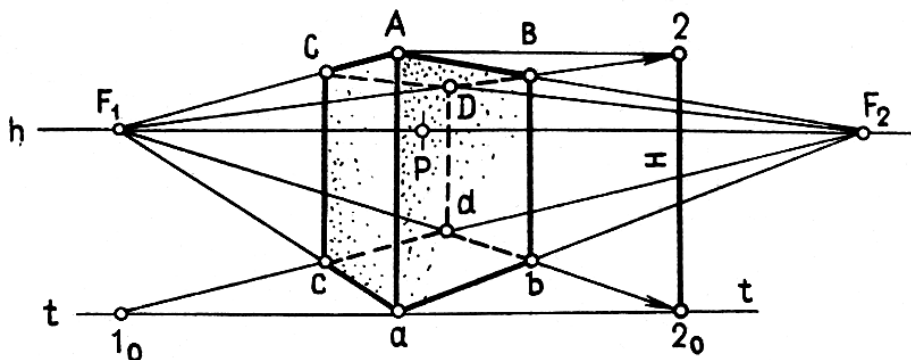


Рисунок 13.11 — Побудова перспективи вертикальних паралельних площин рівної висоти

*Картинним слідом площини називається лінія перетину площини з картиною.*

Провівши перспективу горизонтальних прямих через точки А і 2 вертикальних прямих, закінчимо побудову перспективи площин. Отримане зображення аналогічне перспективі прямої чотиригранної призми — паралелепіпеду.

Отже, картинними слідами вертикальних площин є вертикальні прямі аА і 2<sub>о</sub>2, суміщені з картиною. Картинним слідом горизонтальної площини нижньої основи призми є лінія основи картини — пряма tt, на якій розташовані картинні сліди 1<sub>о</sub>, 2<sub>о</sub> і а горизонтальних прямих, які лежать у предметній площині.

**Приклад 4.** Побудувати перспективу площини загального положення (рис. 13.12).

Нахилена грань призми є площиною загального положення. Перспектива цієї грані побудована на основі перспективи її горизонтальної проекції. Точка сходження F<sub>3</sub> нахилених (висхідних) прямих АВ і CD розташована на одній вертикалі з точкою сходження F<sub>2</sub> вторинних проекцій.

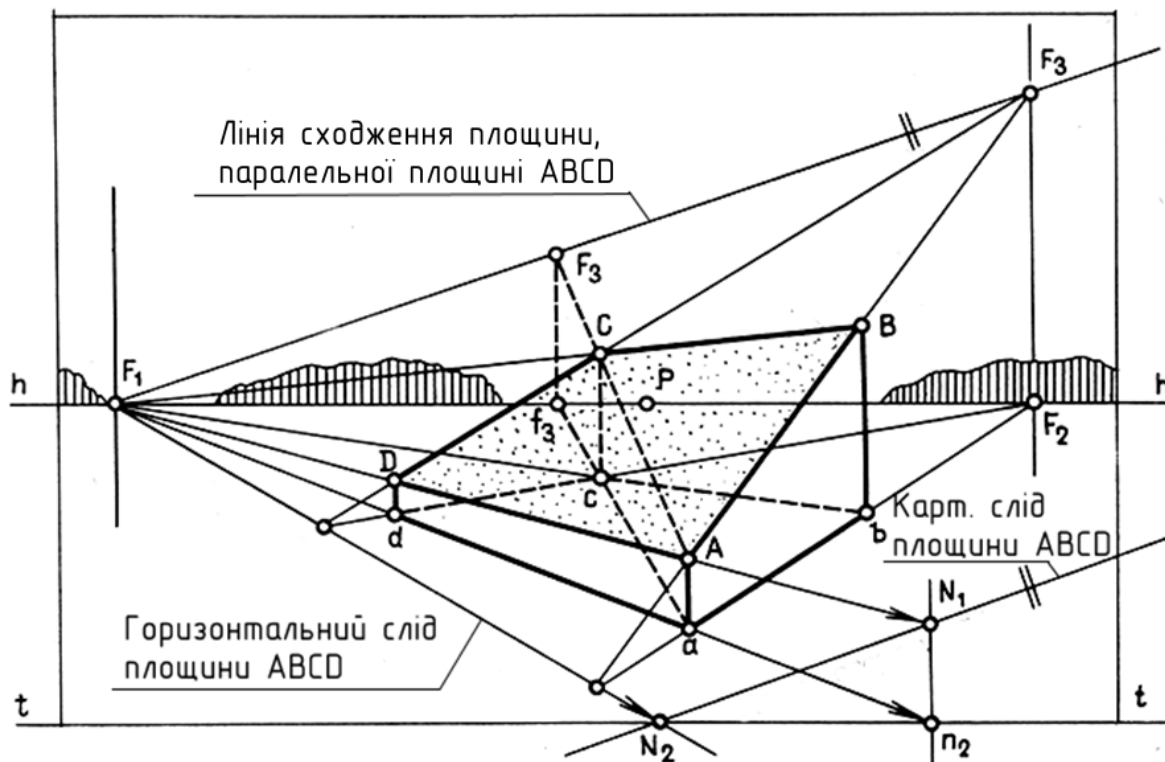


Рисунок 13.12 — Побудова перспективи площини загального положення



Для побудови лінії сходження площини загального положення ABCD потрібно знайти дві точки сходження нахилених прямих цієї площини. Такими точками є точки сходження  $F_1$  і  $F_3$  та будь-які інші, наприклад точка сходження діагоналі AC грані. Пряма, що проходить через ці точки, і є лінією сходження цієї площини, тобто перспективою нескінченно віддаленої прямої площини. Щоб побудувати картинний слід цієї площини, досить знайти картинний слід  $N_1$  однієї прямої, що належить площині, наприклад перспективи прямої AD, і провести через цю точку пряму, паралельну лінії сходження площини. Пряма  $N_1N_2$  є картинним слідом площини.

*Лінія сходження перспективи площини паралельна картинному сліду даної площини.* Лініями сходження вертикальних граней призми будуть перспективи нескінченно віддалених прямих цих площин — пряма  $F_2F_3$  і вертикальна пряма, що проходить через точку сходження  $F_1$ . Пряма  $F_1N_2$  є горизонтальним (предметним) слідом перспективи площини ABCD.

### 13.3 Поділ перспективи відрізків прямих

Побудова перспективи об'єкта зазвичай складається з двох етапів:

- 1) за допомогою плану і фасаду будують перспективу основних об'ємів об'єкта;
- 2) членування об'єму та деталі будують безпосередньо в перспективі на підставі прийомів перспективного поділу відрізків прямих на частини, оскільки більшість деталей на плані не зображується.

Прямі в перспективі можна віднести до двох основних груп — прямі, паралельні й непаралельні картинній площині.

*Співвідношення відрізків прямої лінії, паралельної картині й розділеної на рівні або пропорційні частини, не змінюються в перспективі.*

Розглянемо способи поділу перспективи відрізків прямих, що не паралельні картині.

#### Поділ перспективи відрізків прямих на дві рівні частини

Щоб розділити перспективу горизонтального відрізка прямої AB навпіл (рис. 13.13), потрібно добудувати відрізок до перспективи вертикального чотирикутника, а потім через точку перетину його діагоналей провести вертикаль (рис. 13.13, а).

Перспективу горизонтального відрізка можна розділити на дві рівні частини тим самим прийомом, використовуючи як перспективу іншої паралельної прямої лінії горизонту (рис. 13.13, б).

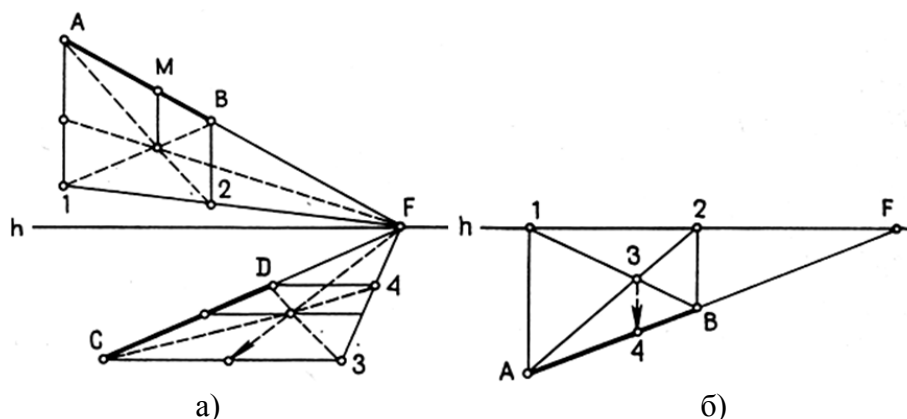


Рисунок 13.13 — Способи поділу перспективи відрізків прямих на дві рівні частини

## Поділ перспективи відрізків прямих на рівні або пропорційні частини

Поділ відрізків прямих ліній у перспективі на рівні або пропорційні частини заснований на тому, що сторони кута діляться паралельними прямими на пропорційні частини.

На рисунку 13.14, а показано перспективу горизонтального відрізка АВ. Потрібно розділити його перспективу на частини, відповідні поділу його ортогональної проекції ab.

Проведемо через один із кінців відрізка пряму, паралельну лінії горизонту, і перенесемо на неї поділ з ортогональної проекції відрізка. Через відповідні точки b і В іншого кінця відрізка проводимо пряму до перетину з лінією горизонту в точці V. Прямі, проведені через точки горизонтального відрізка ab і точку V, розділять перспективу відрізка у визначеному відношенні.

На рисунку 13.14, б наведено перспективу похилого відрізка прямої. Перспективу відрізка загального положення можна розділити на пропорційні частини двома способами. Можна, користуючись попереднім прийомом, розділити спочатку перспективу горизонтальної проекції відрізка, а потім перенести отримані точки вертикальними прямими на перспективу відрізка.

Можна застосувати й інший спосіб (рис. 13.14, б) — побудувати точку сходження  $F_1$  перспективи заданої прямої і на горизонталі, проведеній через цю точку сходження, визначити точку  $V_1$  — *центр відповідності*.

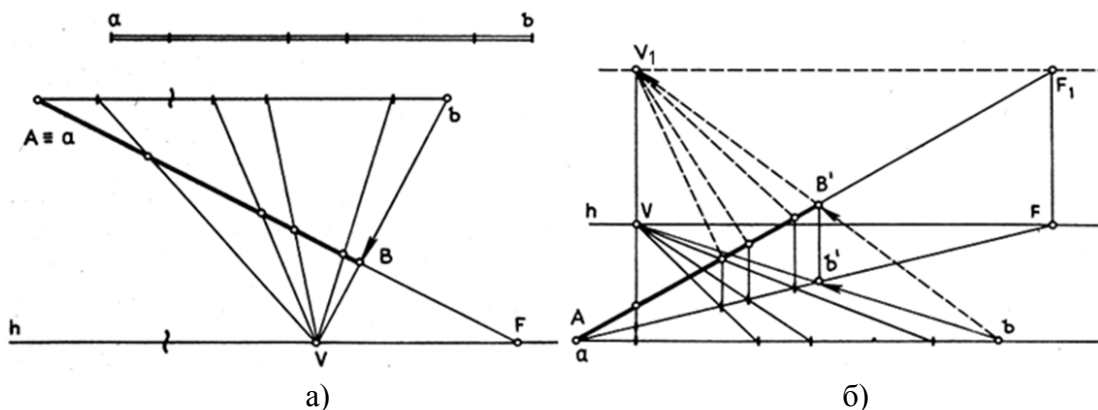


Рисунок 13.14 — Поділ перспективи відрізків прямих на рівні або пропорційні частини

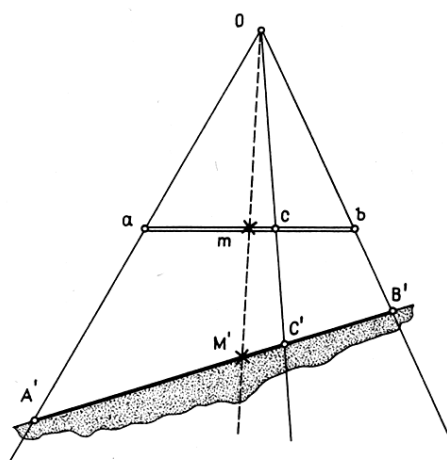


Рисунок 13.15 — Поділ перспективи відрізка на підставі перспективної відповідності

## Поділ перспективи відрізка на підставі перспективної відповідності двох прямих

Будь-якій відрізок і його перспективу, які поділені на пропорційні частини, можна привести у перспективну відповідність, якщо відомі три пари відповідних точок.

*Відповідність між точками двох прямих називається перспективною, якщо прямі, що з'єднують відповідні точки цих прямих, проходять через загальну точку — центр відповідності, або точку спостереження.*

Відрізок  $A'B'$  (рис. 13.15) є перспективою відрізка  $ab$ , заданого в ортогональній проекції. Трьома парами відповідних точок є кінці відрізків і точки  $s$  і  $S'$ . Потрібно привести перспективу  $A'B'$  цього відрізка в перспективне положення так, щоб між будь-якими точками цих відрізків було встановлено перспективну відповідність.

Виберемо довільну точку  $O$  — центр відповідності. Проведемо через цю точку й точки  $a$ ,  $b$  і  $s$  проєціюючі прямі. Перспективу відрізка (за допомогою смужки паперу) розташуємо так, щоб проєціюючі промені проходили через відповідні точки  $A'$ ,  $B'$ ,  $S'$  перспективи прямої. Це положення і буде шуканим. Якщо третя, проміжна точка не відома, необхідно визначити середину  $M'$  перспективи відрізка одним зі способів, зазначених на рисунку 13.13.

### 13.4 Перспектива кола

Проєціюючі промені, що проходять через точку спостереження і коло, утворюють похилий конус із круговою основою (рис. 13.16, а).

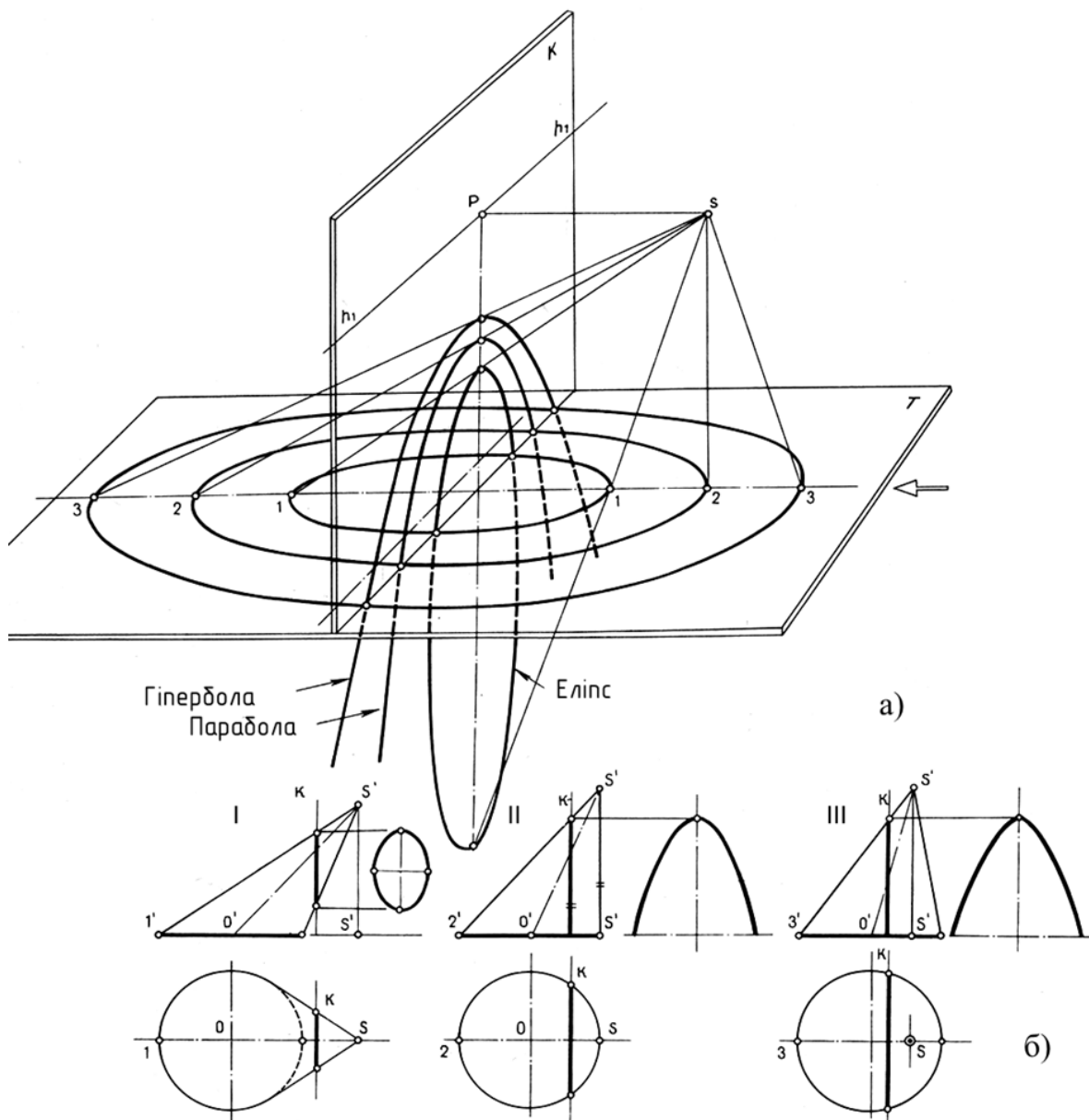


Рисунок 13.16 — Утворення перспективи кола

Перетин конічної поверхні картинною площиною буде перспективою кола. Залежно від положення точки спостереження щодо кола вона може проєціюватися будь-якою з трьох конічних кривих (рис. 13.16, б):

- еліпсом, якщо основа точки спостереження розташовується поза колом — картина перетинає всі твірні конуса (схема I);
- параболою, якщо основа точки спостереження співпадає з точкою кола — картинна площина паралельна одній твірній конуса (схема II);
- гіперболою, якщо основа точки спостереження розташовується всередині кола — картинна площина паралельна двом твірним конуса (схема III).

В окремому випадку, якщо картина паралельна площині кола, її перспектива буде колом.

На аксонометричному зображенні (див. рис. 13.16, а) точка спостереження  $S$  розташована над однією з точок середнього кола.

Внутрішнє коло зображується в перспективі еліпсом. Це найбільш поширений випадок перспективи зовнішнього вигляду споруди круглої форми. Середнє коло зображується в перспективі параболою, а зовнішнє — гіперболою. Другий і третій випадки зазвичай спостерігаються під час побудови перспективи інтер'єра круглої в плані форми і сприймаються на зображенні як спотворення справжньої форми приміщення.

### Перспективи кіл, розташованих у горизонтальній і вертикальній площинах

Застосуємо найпростіший спосіб побудови перспективи кола (рис. 13.17, а) — за допомогою побудови перспективи описаного квадрата і восьми точок еліпса аналогічно побудові падаючої тіні й аксонометрії кола.

Побудуємо перспективу описаного квадрата, дві сторони якого паралельні основі картини, за допомогою дистанційної точки  $D$ . Якщо дистанційна точка виявиться за межами креслення, можна скористатися дробовою дистанційною точкою  $D/2$ , провівши перспективу діагоналі півквадрата — пряму  $1-D/2$  (штрихова лінія). Під час креслення кривої еліпса необхідно пам'ятати, що точка  $O$  — перспектива центра кола і точка  $A$  — центр еліпса не співпадають. Аналогічно будується перспектива вертикального кола.

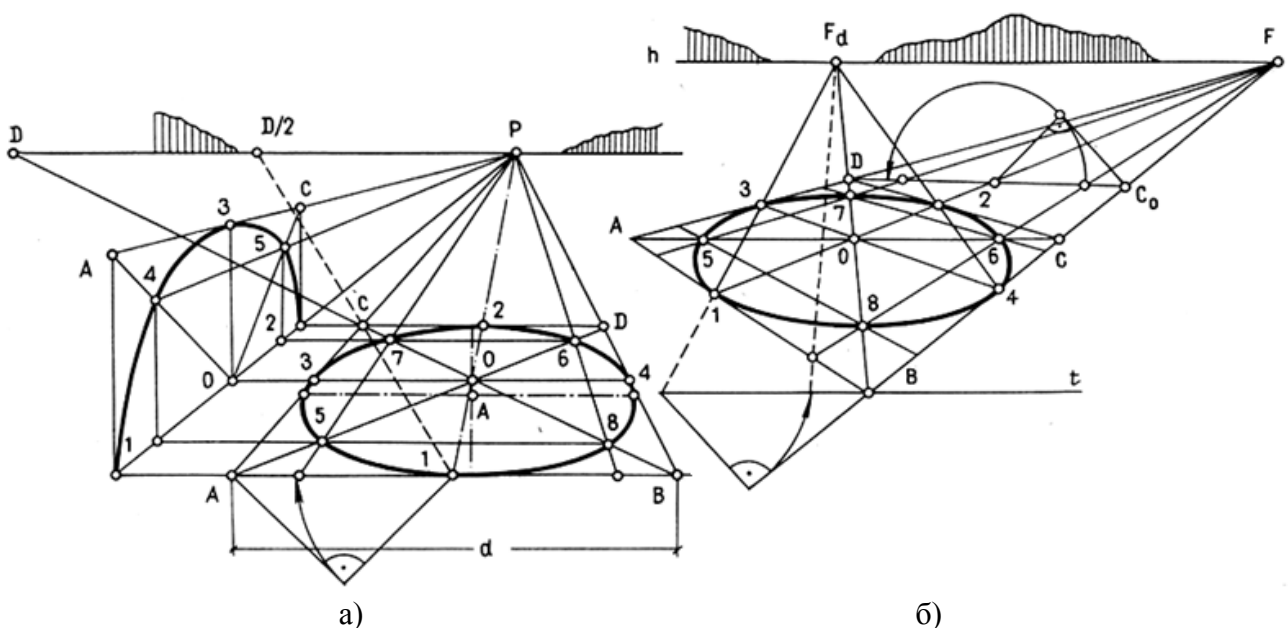


Рисунок 13.17 — Перспективи кіл, розташованих у горизонтальній і вертикальній площинах

Якщо необхідно вписати еліпс у вже побудовану перспективу квадрата, сторони якого непаралельні картині (рис. 13.17, б), потрібно половину сторони квадрата винести у площину картини за допомогою будь-якої точки на горизонті й побудувати на ній рівнобедрений прямокутний трикутник зі співвідношенням  $0,707$  для визначення точок еліпса на діагоналях перспективи квадрата. Цю побудову можна виконати і на горизонтальній прямій способом пропорційного поділу в перспективі (див. рис. 13.14, а).

### Поділ перспективи кола на рівні частини

На фронтальному діаметрі перспективи кола (рис. 13.18) будуємо півколо, поділене на частини. Отримані точки поділу переносимо вертикальними лініями на перспективу діаметра кола. Ці прямі у перспективі будуть перпендикулярні картині, тому через точки на діаметрі проводимо перспективу прямих, що йдуть у головну точку Р. У перетині з еліпсом отримаємо шукані точки.

### Побудова перспективи співвісних кіл

Зображення декількох кіл рівного або різних діаметрів, розташованих у паралельних площинах, досить часто доводиться виконувати у процесі побудови перспективи архітектурних фрагментів і споруд круглої форми. При цьому на підставі вже виконаної перспективи одного кола можна побудувати перспективи інших, використовуючи структурну відповідність між ними.

Розглянемо декілька прикладів побудови перспективи співвісних кіл.

#### Приклад 1. Побудова перспективи другого кола, розташованого у паралельній площині.

На рисунку 13.19, а наведено перспективу горизонтального кола з центром О. Для побудови перспективи другого кола відкладаємо у площині картини відстань  $l$  між колами і будуємо перспективу допоміжної площини, за допомогою якої горизонтальними прямими переносимо перспективу центра першого кола через точки 1 і 1' на площину другого кола. У перетині горизонталі 1'–2' із віссю визначимо центр О'. Усі вісім точок першого кола переносимо за допомогою допоміжної вертикальної площини й паралельних горизонталей. Необхідно також перенести точки 3 і 4 — кінці великої осі еліпса. Будь-яка додаткова точка еліпса також може бути перенесена за допомогою довільного діаметра 5–6 з точкою сходження V (штрихові лінії).

На рисунку 13.19, б зображено побудову перспективи двох співвісних вертикальних півкіл. Додаткова точка а може бути перенесена на другий напівеліпс за допомогою вторинної горизонтальної проекції.

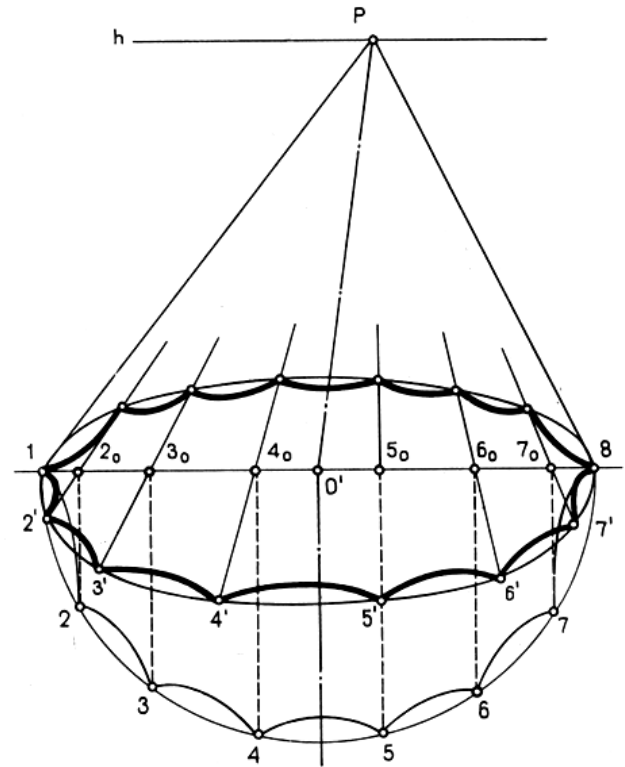


Рисунок 13.18 — Спосіб поділу перспективи кола на рівні частини

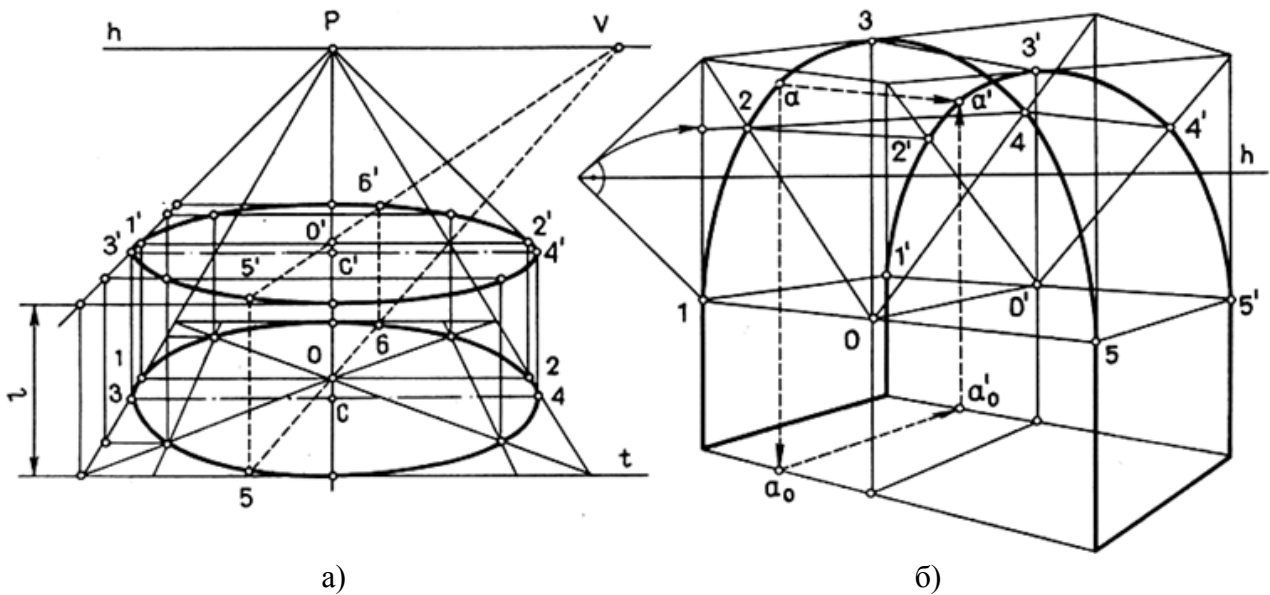


Рисунок 13.19 — Побудова перспективи другого кола, розташованого у паралельній площині

**Приклад 2.** Побудова перспективи декількох паралельних кіл рівних діаметрів.

Перспективу описаного квадрата основного (базового) кола з центром  $O_1$  (рис 13.20, а) побудовано за допомогою дробової дистанційної точки  $D/2$ . Центр еліпса — перспективи цього кола — і розмір мінімальної осі еліпса виносимо на вільне поле креслення і проводимо допоміжні прямі через головну точку  $P$  або будь-яку іншу точку на лінії горизонту.

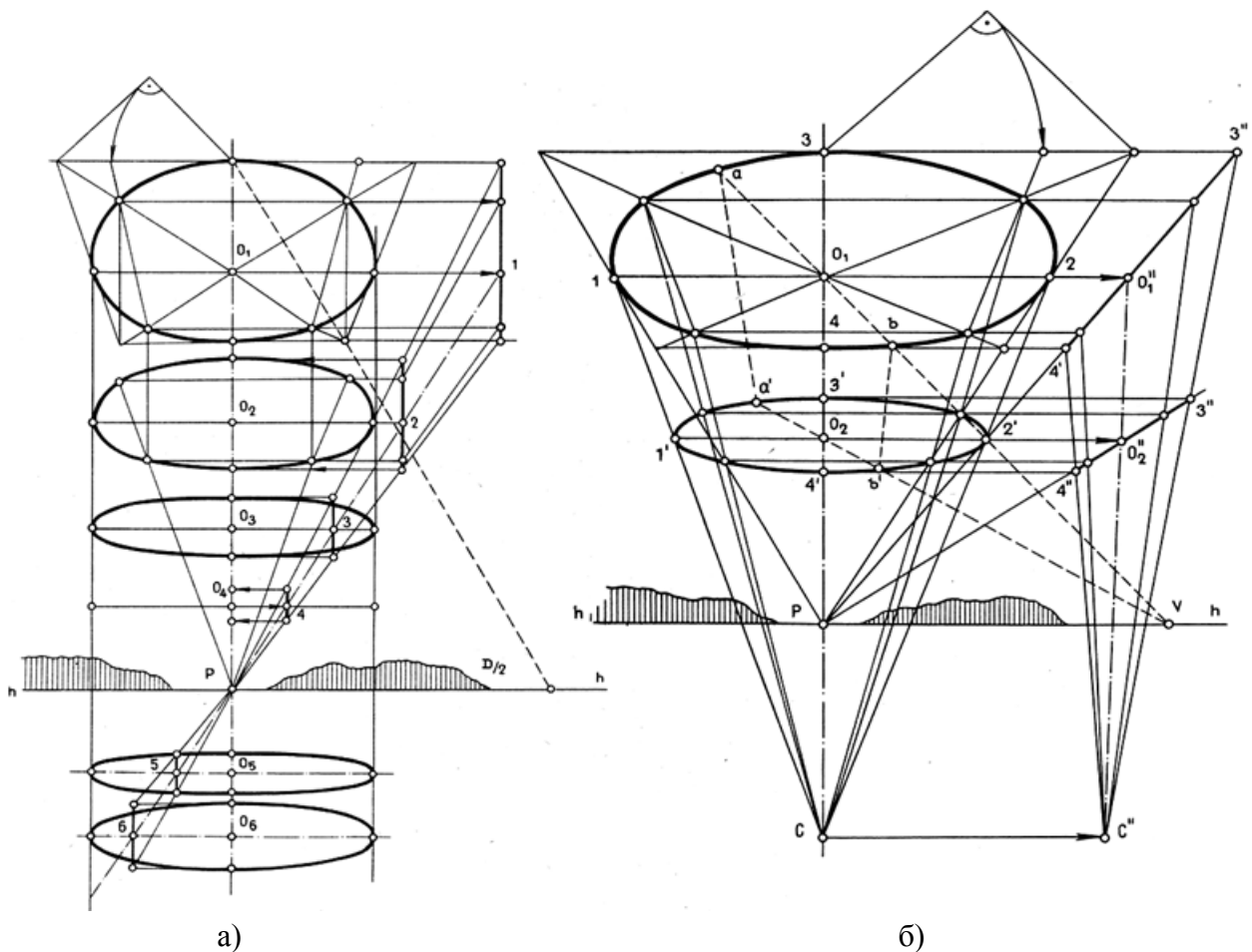


Рисунок 13.20 — Перспективи декількох паралельних кіл рівних діаметрів

**Приклад 3.** Побудова перспективи другого кола меншого діаметра, розташованого у паралельній площині.

Через кінці осей еліпса й додаткові його точки (рис. 13.20, б) проводять прямі до перетину з віссю у точці С. Проеціюємо центри кіл і вершину С допоміжного конуса на допоміжну вертикальну площину аналогічно побудовам на рисунку 13.19, а.

Будуємо на цій площині проекцію осі та профільну проекцію 3"-4" перспективи кола, проводячи пряму в головну точку Р. Будуємо твірні профільної проекції допоміжного конуса з вершиною у точці с". Через профільну проекцію другого центра  $O_2''$  проводимо пряму у головну точку Р і визначаємо положення шуканих точок перспективи другого кола. Додаткові точки а' і б' побудовано за допомогою перспективи довільного діаметра ab (штрихові лінії).

## 13.5 Способи побудови перспективи

Існує декілька способів побудови перспективних зображень. У кожному з них використовуються різні елементи центрального проєціювання. Вибір того чи іншого способу побудов залежить від вигляду об'єкта та його об'ємно-просторової структури. У процесі побудови перспективного зображення за основу береться один зі способів, однак використовуються окремі елементи інших способів побудови.

Перш ніж приступити до побудови перспективного зображення і застосування того чи іншого способу, необхідно правильно вибрати положення точки спостереження, перевіривши розмір кутів спостереження.

### Вибір точки спостереження і параметри кутів

Головне завдання перспективи — показати, як буде виглядати споруда, яка проєціюється, після її зведення у конкретних умовах. Для виконання цієї головної вимоги необхідно під час побудови перспективних зображень дотримуватись певних умов щодо вибору точок спостереження. Точка спостереження має вибиратися на такій відстані від об'єкта, щоб його можна було легко охопити одним поглядом. Горизонтальні кути спостереження між крайніми променями у плані мають знаходитися у межах від  $20^\circ$  до  $50^\circ$  (рис. 13.21, а).

Горизонтальний кут  $50^\circ$  — це граничний розмір кута спостереження. Кращими кутами потрібно вважати кути  $30^\circ$ – $40^\circ$ . З ближчих точок спостереження розглядати об'єкти цілком важко, а на перспективних зображеннях, побудованих із цих точок спостереження, виникають надмірні перспективні спотворення.

На рисунку 13.21, б наведено перспективні схеми об'єкта, побудовані при різних відстанях глядача від об'єкта. З порівняння схем зрозуміло, що з віддаленням точки спостереження від об'єкта перспективні ракурси зменшуються і перспектива стає «спокійнішою». Однак при далеких точках спостереження ( $S_3$ ) точки сходження перспектив горизонтальних прямих об'єкта розташовуються на великій відстані одна від одної, що ускладнює побудову перспективи.

При виборі точки спостереження також необхідно враховувати і композицію об'єкта. Якщо зображується висотна будівля, потрібно перевірити і вертикальний кут спостереження (рис. 13.22). Для цього необхідно провести на плані проєціюючий промінь до ближнього вертикального ребра об'єкта, а потім, повернувши його разом з точкою спостереження у фронтальне положення, спроеціювати на фасад, на лінію горизонту.

З отриманої точки  $S'$  потрібно провести промінь до верхньої точки ребра будівлі й перевірити розмір кута.

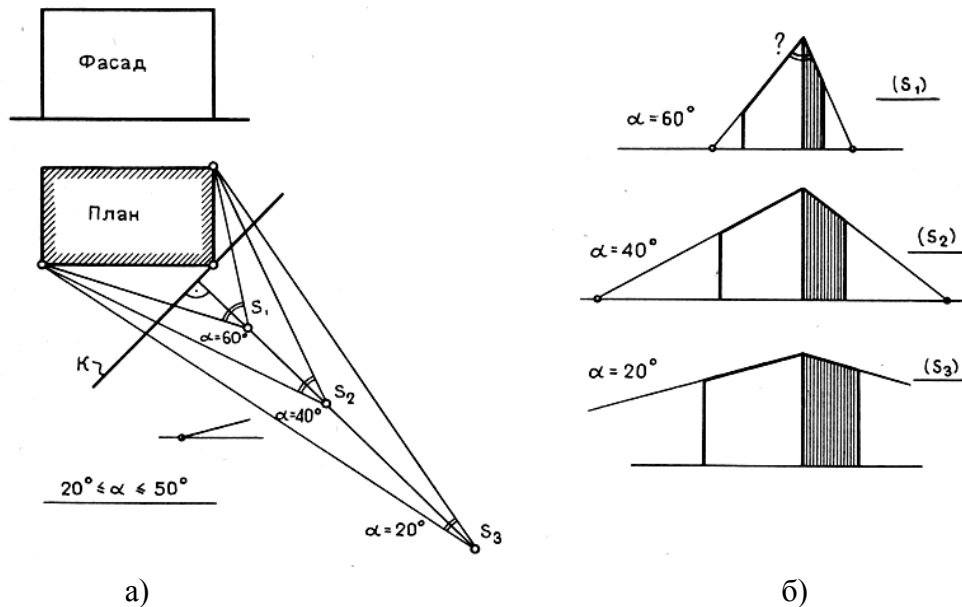


Рисунок 13.21 — Горизонтальні кути спостереження

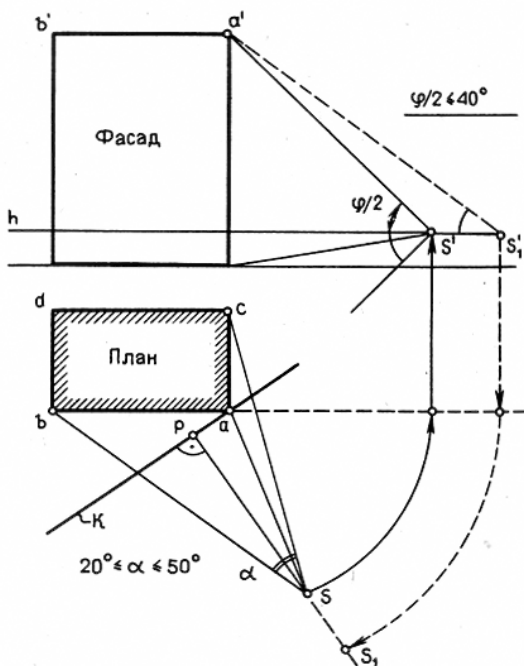


Рисунок 13.22 — Вертикальні кути спостереження

Вертикальний кут спостереження зручно відраховувати від перпендикуляра, проведеного до картини, тобто від головного променя. Це половина повного кута спостереження.

Вертикальний кут спостереження  $\varphi/2$  не має перевищувати  $40^\circ$ . Якщо він виходить за ці межі, потрібно віддалити точку спостереження від будівлі й визначити зворотним рухом нове її положення на плані (штрихові лінії — точка  $S_1$ ).

Правильний вибір положення точки спостереження також визначає висоту горизонту спостереження.

Отже, попередню, але дуже важливу частину роботи виконують у такій послідовності:

- 1) вибирають положення точки спостереження і перевіряють розмір кутів;
- 2) проводять бісектрису горизонтального кута спостереження, яка становить напрямок головного променя спостереження;
- 3) перпендикулярно головному променю проводять слід картинної площини.

Залежно від положення точки спостереження і картинної площини щодо об'єкта можливі два різновиди перспектив. Якщо картинна площина непаралельна головним площинам фасадів будівлі, перспектива називається *кутовою* (див. рис. 13.21). Це найбільш поширений в архітектурній практиці різновид перспективного зображення, але складніший для побудови.



Якщо картинна площина паралельна одній із головних площин об'єкта, перспектива називається *фронтальною*. Вона за побудовою простіша за кутову перспективу, оскільки будується з однією точкою сходження. Фронтальні перспективи застосовуються у процесі побудови перспективи інтер'єрів будівель, внутрішніх дворів, вулиць, а також зовнішнього вигляду будівель із ризалітами і відступом середньої частини.

Під час побудови фронтальних перспектив будівель горизонтальний кут спостереження має знаходитися в межах  $30^\circ$ – $60^\circ$  (рис. 13.23). Порушення цієї умови в одному випадку призводить до перспективних спотворень, а в іншому — до невиразного, площинного зображення будівлі, близького до його фасадної проекції.

При фронтальному положенні картинної площини точка спостереження мала б знаходитися на осі симетрії плану та кута спостереження. Однак при симетричному положенні точки спостереження перспективний ракурс поздовжніх площин об'єкта виявляється однаковим, що призводить до композиційної байдужості зображення об'єкта. Отже у виборі положення точки спостереження допускається відхилення від осі симетрії плану в межах середньої третини ширини об'єкта (див. рис. 13.23). При цьому картина залишається розташованою фронтально.

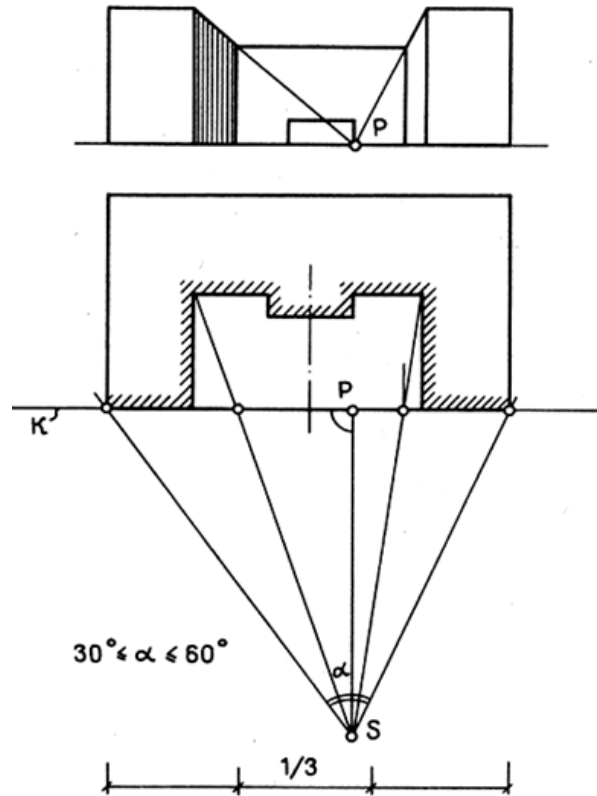


Рисунок 13.23 — Горизонтальні кути у фронтальній перспективі

### 13.5.1 Спосіб архітекторів

У практиці побудови архітектурних перспектив цей спосіб застосовується найчастіше. Він заснований на використанні точок сходження перспектив паралельних горизонтальних прямих об'єкта, через що вирізняється великою графічною точністю і простотою побудови.

При побудові перспективи можуть бути використані дві точки сходження прямих або одна точка сходження і картинні сліди прямих. Розглянемо обидва прийоми побудов.

#### Побудова перспективи з двома точками сходження

На рисунку 13.24, а наведено план і фасад об'єкта. Уся попередня частина побудов уже виконана: обрана точка спостереження і перевірена величина горизонтального і вертикального кутів спостереження, на фасаді нанесена лінія горизонту, на плані проведена бісектриса кута спостереження — головний промінь; слід картинної площини проведений через близьке вертикальне ребро пониженого об'єму будівлі перпендикулярно головному променю.

Подальші побудови на вихідному плані виконують у такій послідовності:

1) визначають точки сходження  $f_1$  і  $f_2$  прямих, проводячи через основу  $s$  точки спостереження проєціюючі промені паралельно відповідним прямим об'єкта;

2) з основи S точки спостереження проводять проєціюючі промені (радіальні прямі) до точок плану об'єкта, які будуть видимі з точки спостереження, і визначають їх перетин з основою картини.

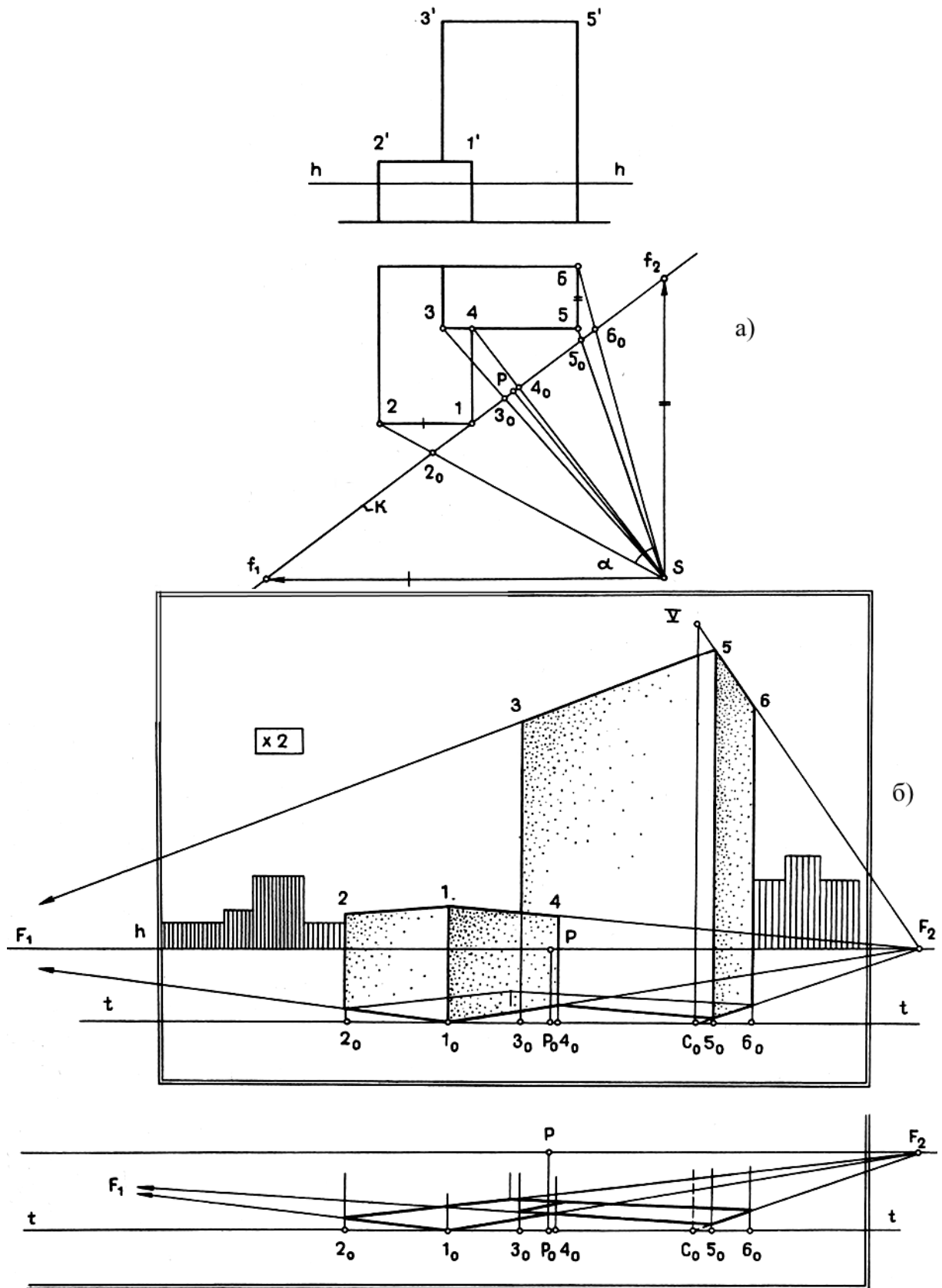


Рисунок 13.24 — Побудова перспективи способом архітекторів із двома точками сходження

Переходимо до побудови перспективи. Перспектива може бути побудована в будь-якому масштабі щодо масштабу плану і фасаду. У нашому прикладі перспективне зображення збільшено вдвічі. Горизонтальний розмір зображення буде вдвічі більше проєкції, отриманої на сліді картини вихідного плану — відрізка  $2_0-5_0$ .

Розглянемо послідовність побудови перспективи будівлі.

1. Побудову перспективного зображення об'єкта починають з перспективи плану (рис. 13.24, б). На лінію горизонту переносять головну точку  $P$  і точки сходження  $F_1$  і  $F_2$  зі збільшенням відстаней між ними вдвічі. На основу  $t$  картини переносять точки, отримані засічками на сліді картини вихідного плану, відкладаючи їх від вторинної проєкції  $P_0$  головної точки картини. Через точки, нанесені на основу картини, проводять вертикальні прямі — перспективу радіальних прямих. Потім проводять перспективу прямих у точки сходження  $F_1$  і  $F_2$  і в перетині з вертикальними прямими отримують точки перспективи плану в такій послідовності: точки  $2_0$ ,  $4_0$  і  $5_0$ . Потрібно виділити видимі ділянки перспектив прямих плану.

2. Побудову перспективи вертикальних ребер об'єкта (висот) починають із точки  $1_0$ , де розмір ребра пониженого об'єму, взятий із фасаду, проєціюється в дійсний розмір (з урахуванням масштабу збільшення). Щоб побудувати перспективу вертикального ребра 4, необхідно на плані побудувати вторинну проєкцію  $s_0$  картинного сліду прямої  $4_05_0$ , що проходить через це ребро в точку сходження  $F_2$ . У точці  $s_0$  картинного сліду можна нанести дійсний розмір ребра 4 (штрихові лінії). Пряма, проведена з точки  $IV$  у точку сходження  $F_2$ , визначить перспективу даного ребра. Перспективи горизонтальних прямих, які проведені через точки 1 і 4 у точки сходження, визначають висоту інших вертикальних ребер.

Перспектива основних об'ємів будівлі побудована.

У процесі побудови перспективи цим способом одна точка сходження зазвичай виявляється на значній відстані від поля креслення, а отже будувати перспективу з двома точками сходження доцільно під час виконання ескізної перспективи невеликого розміру, коли обидві точки сходження розміщуються на кресленні.

### **Побудова перспективи з однією точкою сходження**

Послідовність окремих етапів залишається тією самою. Перспективи точок плану визначають перетином двох таких прямих: прямої плану, що проходить через картинні сліди й доступну точку сходження  $F_2$ , і проєціюючої радіальної прямої. Для побудови перспективи плану з однією доступною точкою сходження спочатку потрібно на вихідній проєкції плану (рис. 13.25, а) побудувати картинні сліди  $a_0$ ,  $b_0$  і  $s_0$  прямих, що проходять через точки 2, 3 і 4 плану і точку сходження  $F_2$  (штрихові лінії). Це дасть можливість побудувати перспективу цих точок, через які можна буде потім провести перспективу відрізків прямих плану без недоступної точки  $F_1$ , але спрямованих до неї (рис. 13.25, б).

Перспективу вертикальних ребер будують за допомогою картинних слідів  $b_0$  і  $s_0$  вторинних проєкцій прямих. У площині картини наносять дійсні розміри вертикальних ребер 2, 3 і 4 і проводять прямі в точку сходження (штрихові лінії). Перспективу горизонтальних прямих в одному випадку проводять у точку сходження  $F_2$ , а в іншому — з'єднують пару побудованих точок 1–2 і 3–4.

Перший і другий приклади показують, що за допомогою креслень плану і фасаду можна побудувати перспективи основних об'ємів будівель. Побудова членувань і архітектурних деталей виконується на побудованому перспективному зображенні прийомами поділу відрізків у перспективі (див. рис. 13.13–13.15).

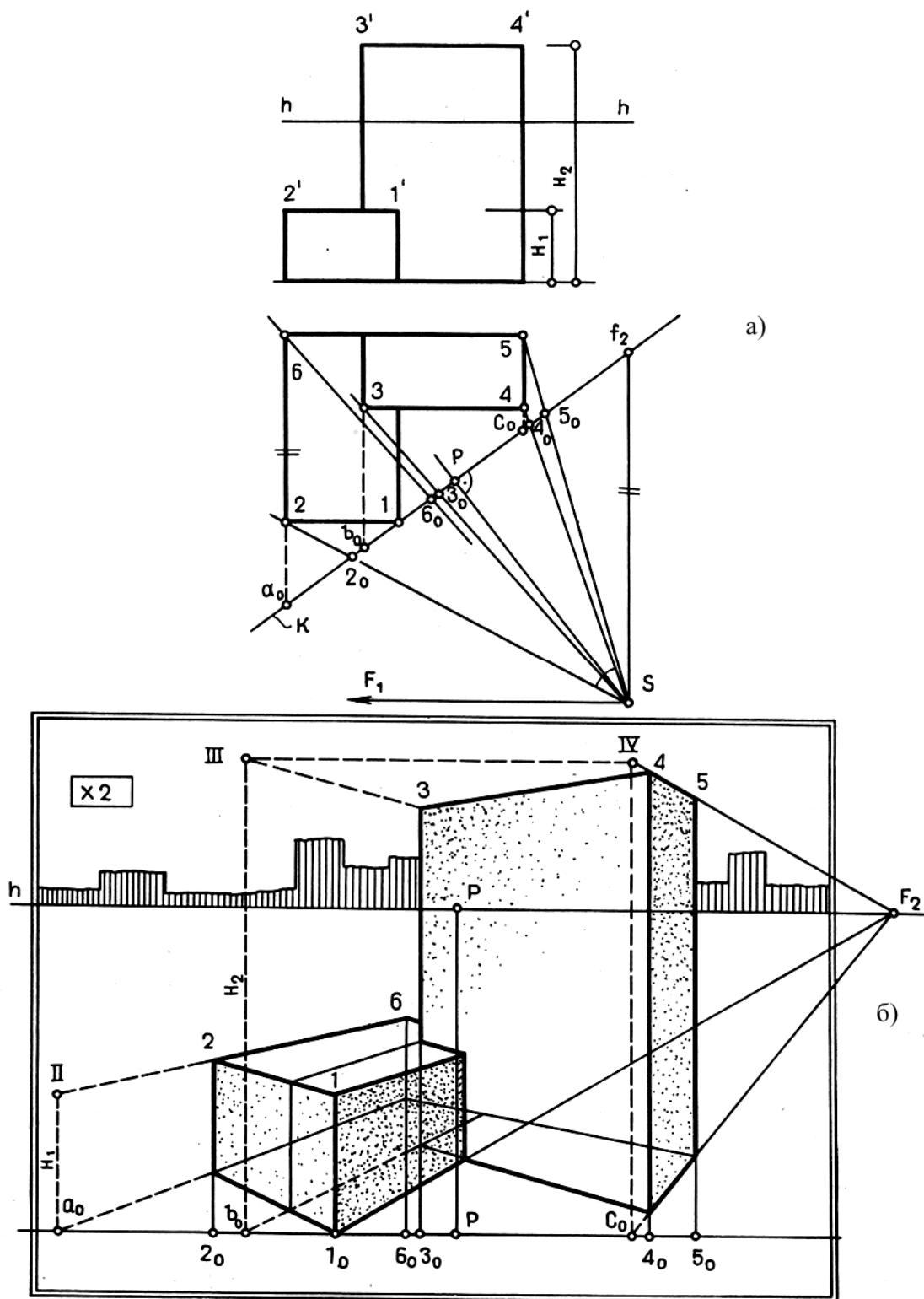


Рисунок 13.25 — Побудова перспективи способом архітекторів з однією точкою сходження

### Застосування додаткового плану і допоміжної вертикальної площини

У випадках коли висота горизонту мала і вторинна проекція об'єкта виявляється стислою (рис. 13.26), що ускладнює подальші побудови на перспективі плану, застосовують допоміжну горизонтальну площину. Перспективу плану будують не на предметній площині, а на допоміжній, опущеній вниз від предметної площини на довільну відстань  $n$  (основа картини  $t_1$ ) або піднятій вгору. При цьому перспектива плану виявляється більш відкритою.

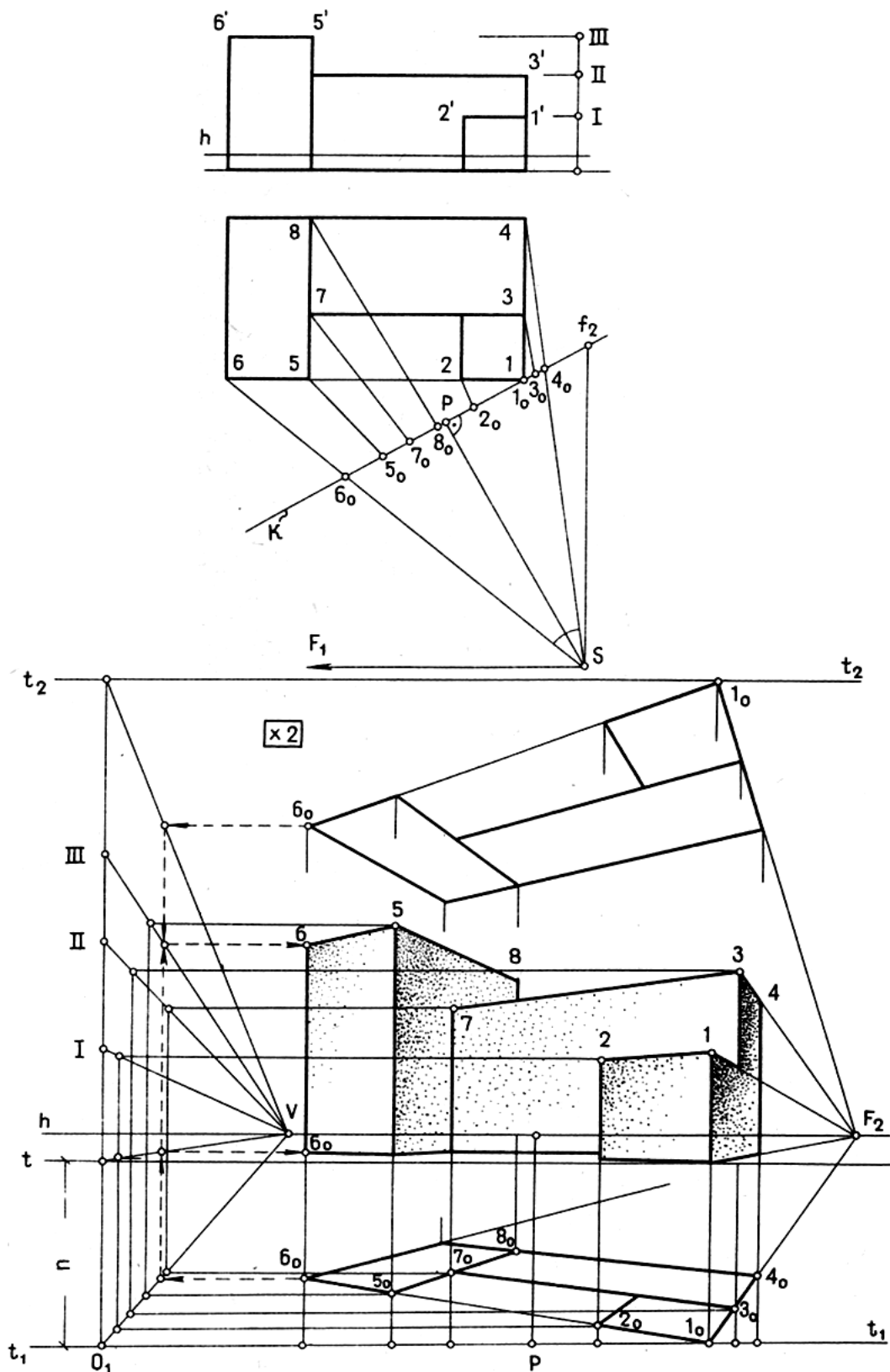


Рисунок 13.26 — Застосування додаткового плану і допоміжної вертикальної площини

Потім за допомогою іншої допоміжної вертикальної площини переносять побудови на предметну площину. Картинним слідом цієї площини буде вертикальна пряма  $O_1O_2$ , а точкою сходження її горизонталей — довільна точка  $V$  на лінії горизонту. На картинному сліді вертикальної площини відкладають дійсні розміри I, II, III вертикальних ребер об'єкта (у масштабі збільшення) і проводять прямі в точку  $V$ .

Отже, за допомогою додаткового плану і допоміжної вертикальної площини можна побудувати з однією точкою сходження як перспективу плану на предметній площині, так і перспективи вертикальних ребер об'єкта (див. побудову точки 6, виділену штриховими лініями).

### 13.5.2 Радіальний спосіб

Суть радіального способу побудови перспективи полягає у визначенні точок перетину проєціюючих променів із картинною площиною за допомогою побудови картинних слідів прямих, перпендикулярних картині. Тому цей спосіб також називається *способом сліду променя*. Він застосовується переважно у побудові фронтальних перспектив вулиць, внутрішніх дворів, фасадів будівель із виступаючими вперед частинами.

**Приклад 1.** Побудова фронтальної перспективи будівлі (рис. 13.27).

Точка спостереження розташовується в межах середньої третини ширини фасаду, як це було встановлено раніше (див. рис. 13.23). Картина поєднана з фронтальними площинами виступаючих уперед об'ємів будівлі. Точкою сходження перспективи прямих є головна точка картини Р.

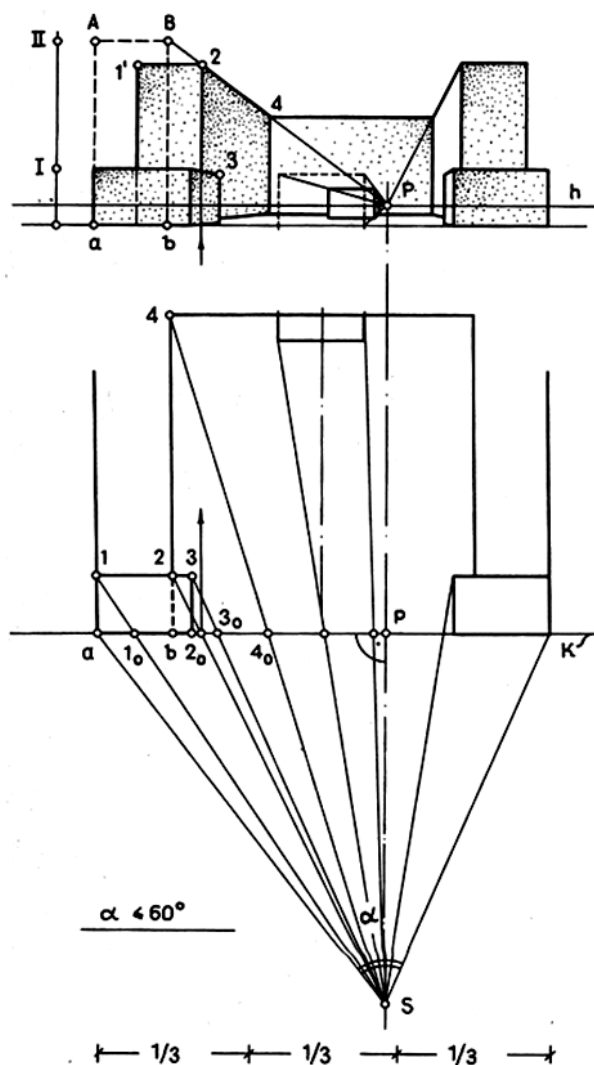


Рисунок 13.27 — Побудова фронтальної перспективи будівлі радіальним способом

Для побудови перспективи точки, наприклад точки 2, спочатку будують картинний слід В (b) прямої 4–b, що проходить через точку 2, відклавши на перспективі висоту  $H_{II}$  точки 2, взяту з фасаду. Потім проводять горизонтальну  $S2$  і фронтальну  $PВ$  проєкції променя. Вертикаль, проведена з точки  $2_0$  плану, у перетині з перспективою прямої  $PВ$  (фронтальною проєкцією променя) визначить перспективу точки 2.

Деякі площини об'єкта співпадають із картинною площиною або паралельні їй; ці площини зображуються в перспективі або в дійсному розмірі або проєціюються зі зменшенням, залишаючись подібними своїм дійсним співвідношенням.

**Приклад 2.** Побудова кутової перспективи (рис. 13.28).

Побудови аналогічні попередньому прикладу, проте під час побудови перспективи точок, визначаючи картинні сліди прямих, виявляється, що необхідно накреслити додаткову фронтальну проєкцію об'єкта в повернутому положенні.

Переваги радіального способу полягають у компактності побудов і відсутності віддалених від поля креслення точок сходження.

Серед недоліків необхідно відзначити малу графічну точність побудов у середній частині зображення поблизу головної точки картини  $P$  (наприклад, побудова перспективи точки 3), а також необхідність виконання додаткової ортогональної проєкції фасаду у процесі побудови кутової перспективи.

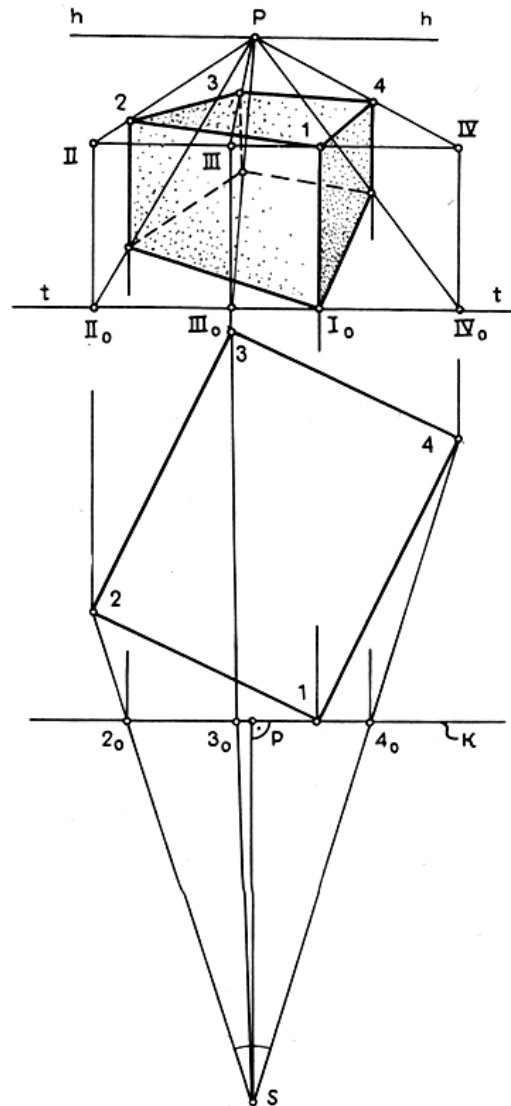


Рисунок 13.28 — Побудова кутової перспективи радіальним способом

### 13.5.3 Спосіб суміщених висот

Цей спосіб є різновидом радіального способу побудови перспективи з суміщенням висот точок на плані (рис. 13.29) і є найпростішим способом побудови перспективи. Його застосування не потребує знання теорії перспективи. Він застосовується у побудові перспективи нескладних об'єктів нерегулярної форми, коли використання точок сходження прямих недоцільне.

Незважаючи на деяке нагромадження побудов, цей метод вигідно відрізняється від радіального способу, заснованого на застосуванні картинних слідів прямих, своєю простотою, а також певною універсальністю.

Користуючись суміщенням висот, можна побудувати як кутову, так і фронтальну перспективу без точок сходження, а також перспективу об'єктів неправильної форми.

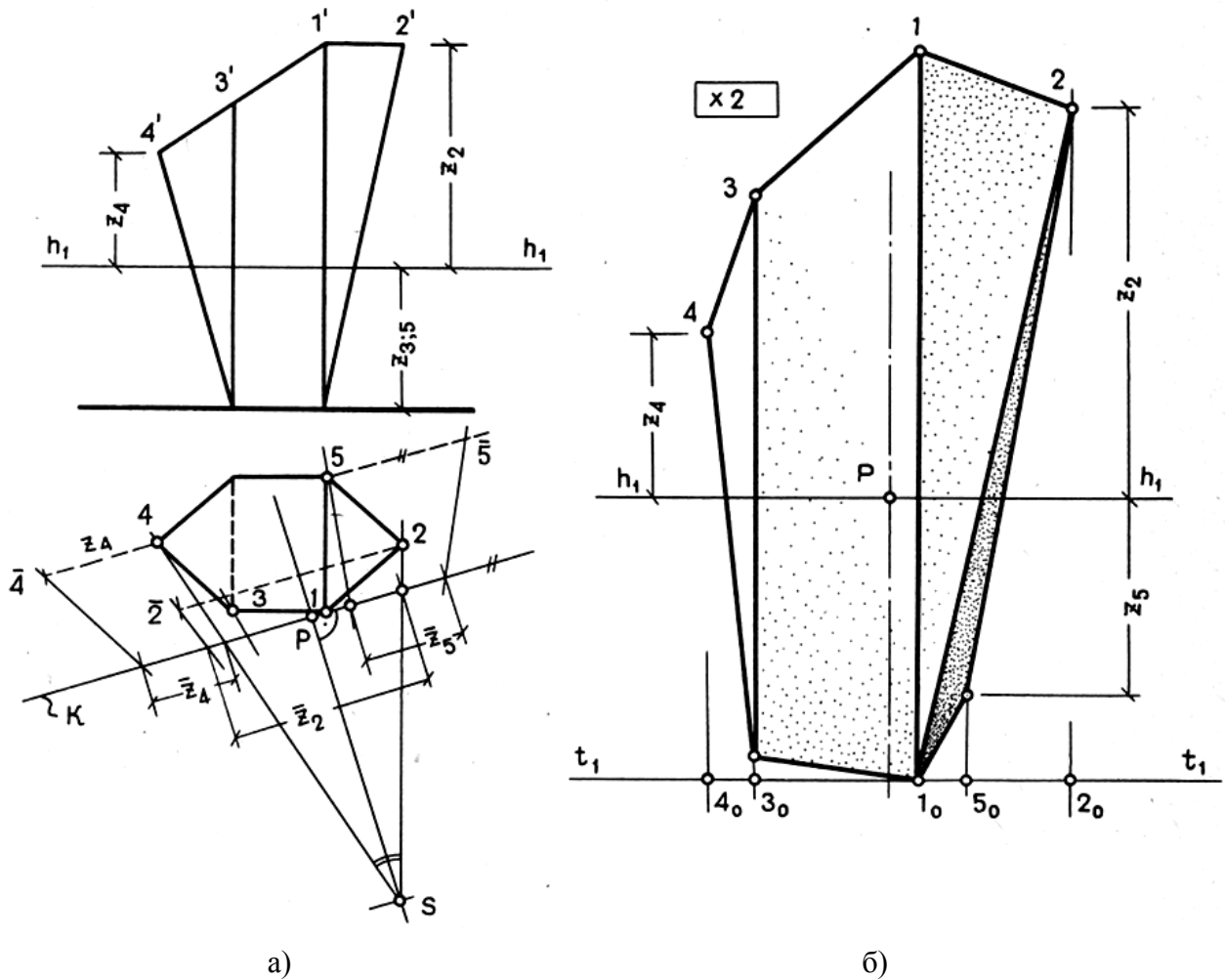


Рисунок 13.29 — Побудова перспективи способом суміщених висот

Після визначення точок перетину проєціюючих променів з основою картини, для побудови перспективи точки, наприклад точки 4, роблять так. Відстань від лінії горизонту до фронтальної проєкції точки, взяту з фасаду, суміщають із планом, проводячи пряму паралельно основі картини. Потім зі суміщеної точки 4 проводять променеву пряму до точки спостереження (рис. 13.29, а). Перетин цієї прямої з основою картини визначає відстань  $z_4$  перспективи точки 4 від лінії горизонту. З метою економії робочого місця на полі креслення суміщення висот точок на плані можна виконувати в будь-якій бік (див. побудову точки 2,  $z_2$ ).

### 13.5.4 Спосіб прямокутних координат і перспективної сітки

#### Координатний спосіб

Цей спосіб побудови перспективи, як і радіальний, має обмежене застосування. Він використовується переважно при зображенні нескладних об'єктів неправильної форми. Суть цього способу полягає в побудові перспективи об'єкта, віднесеного до прямокутної системи координат, за допомогою зображення в перспективі координатної системи (рис. 13.30).



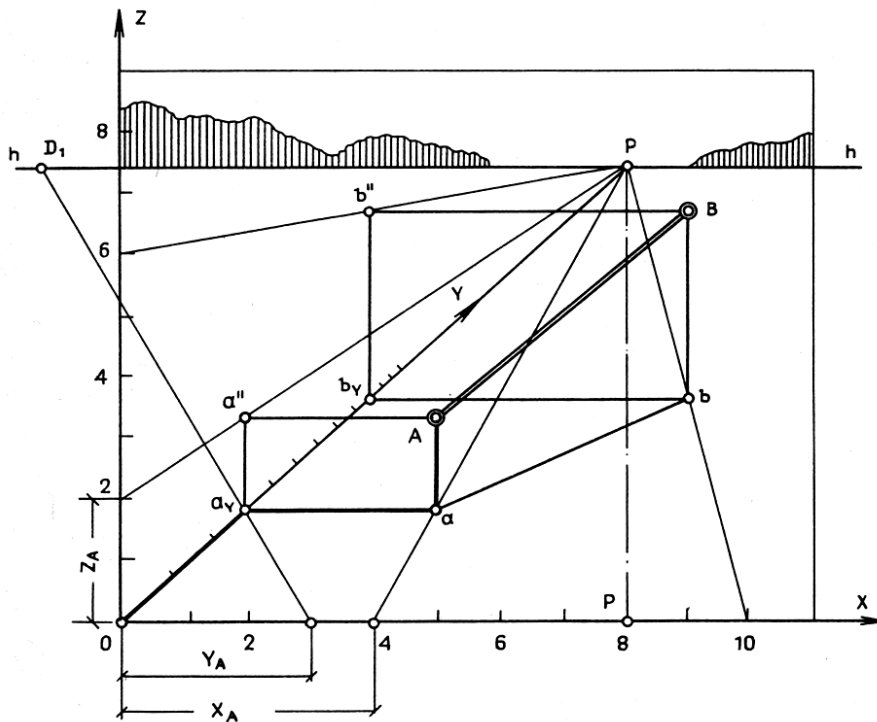


Рисунок 13.30 — Суть способу прямокутних координат

Для побудови перспективи об'єкта на план і фасад наносять осі прямокутної системи координат так, щоб картинна площина співпадала з координатною площиною  $hoz$ , а предметна площина — з координатною площиною  $хоу$ . При цьому основа картини співпадає з віссю  $x$ , вісь  $z$  вертикальна, вісь  $y$ , яка перпендикулярна картині, проходить через головну точку картини. Координатні осі, побудовані в перспективі, називають *перспективним масштабом*. Вісь  $x$  називають масштабом широт, вісь  $z$  — масштабом висот, вісь  $y$  — масштабом глибини. За осями  $x$  і  $z$  відкладають натуральні одиниці виміру. За віссю  $y$  їх відкладають за допомогою дистанційної точки  $D$ .

Так, для побудови перспективи точки  $A$  — одного з кінців відрізка  $AB$  — на осях  $x$  і  $z$  відкладають абсцису й аплікату точки  $A$ . Ординати точки в перспективі будують за допомогою дистанційної точки. Відкладають дійсний розмір ординати  $u_A$  на основі картини та проводять пряму в точку  $D$ . Ця пряма у перетині з віссю  $y$  визначить ординату точки  $a_y$ . Потім проводять допоміжні горизонтальні та вертикальні прямі й отримують вторинну проекцію  $a$  точки і її перспективу  $A$ .

### Спосіб перспективної сітки

Цей спосіб є різновидом координатного способу. Він також заснований на застосуванні перспективних масштабів. Спосіб сітки застосовують під час побудови «планувальних» перспектив із високим горизонтом, проектуючи містобудівні і промислові об'єкти, розташовані на значній території.

Після вибору точки спостереження (рис. 13.31) на вихідний план об'єкта наносять сітку фронтально розташованих квадратів зі стороною, що дорівнює 1, 2, 5, 10, ... м. По боках сітки ставлять буквені й цифрові позначення клітинок. На фасаді відзначають розміри висот об'єктів. Перспективну сітку будують за допомогою дистанційної точки або дробової дистанційної точки  $D/2$ , як у запропонованому прикладі.

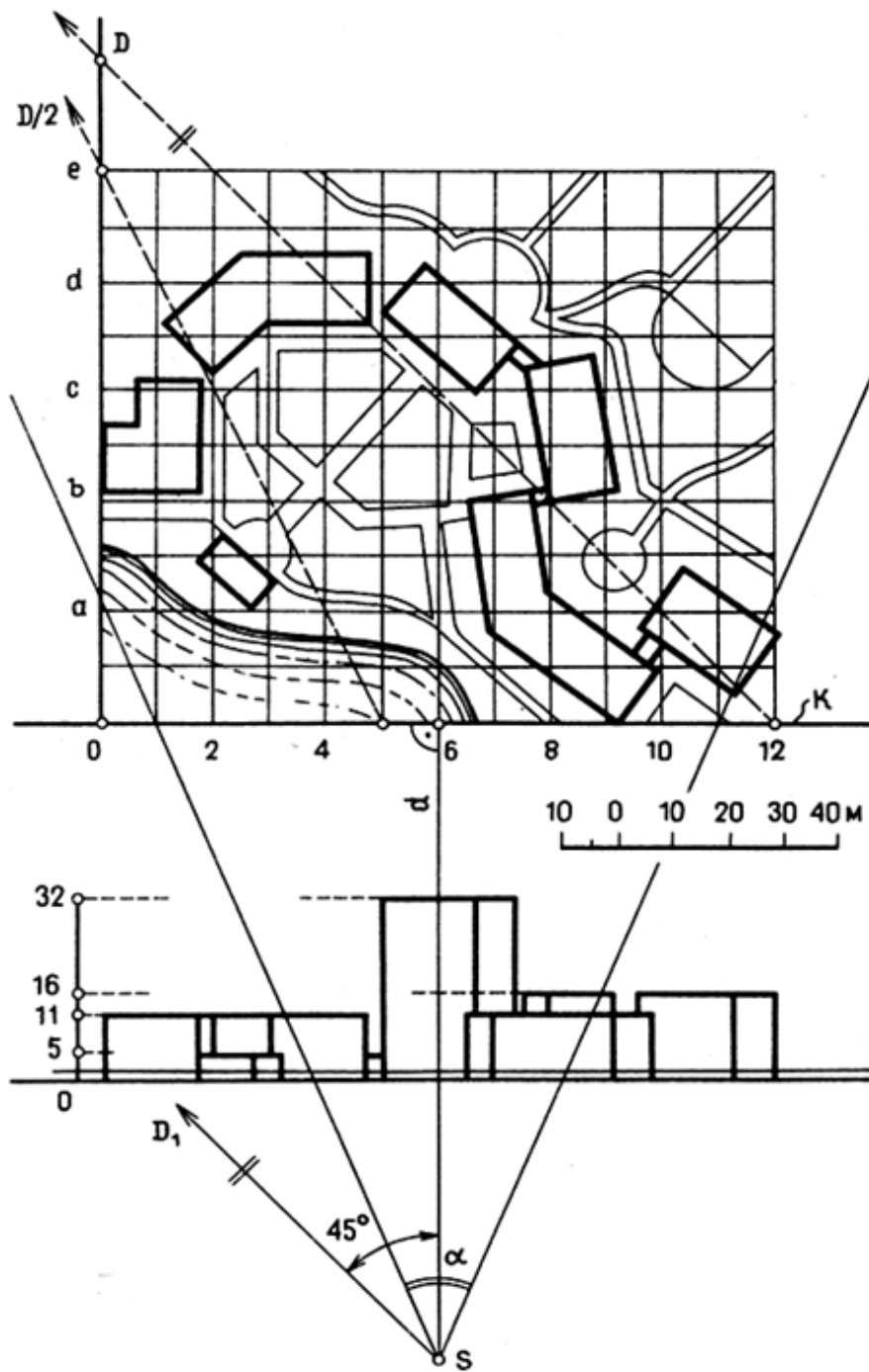


Рисунок 13.31 — Нанесення на вихідному плані об'єкта координатної сітки

Враховуючи збільшення перспективи вдвічі, від головної точки Р на лінії горизонту відкладена величина дистанції  $d$  (рис. 13.32). Перетин прямої 5–е, проведеної у точку  $D/2$ , з прямими сітки, що йдуть у головну точку, визначить положення ліній сітки (через одну), паралельних основі картини.

Щоб визначити місце розташування проміжних прямих сітки, потрібно провести другу пряму через середину будь-якої фронтальної сторони квадрата. Визначивши положення точок на плані щодо сторін клітинок, їх наносять на перспективну сітку за допомогою інтерполювання на око на поздовжніх лініях сітки та графічного кутового масштабу на поперечних лініях. Поєднавши побудовані точки прямими або кривими лініями, отримують вторинну проекцію об'єкта.

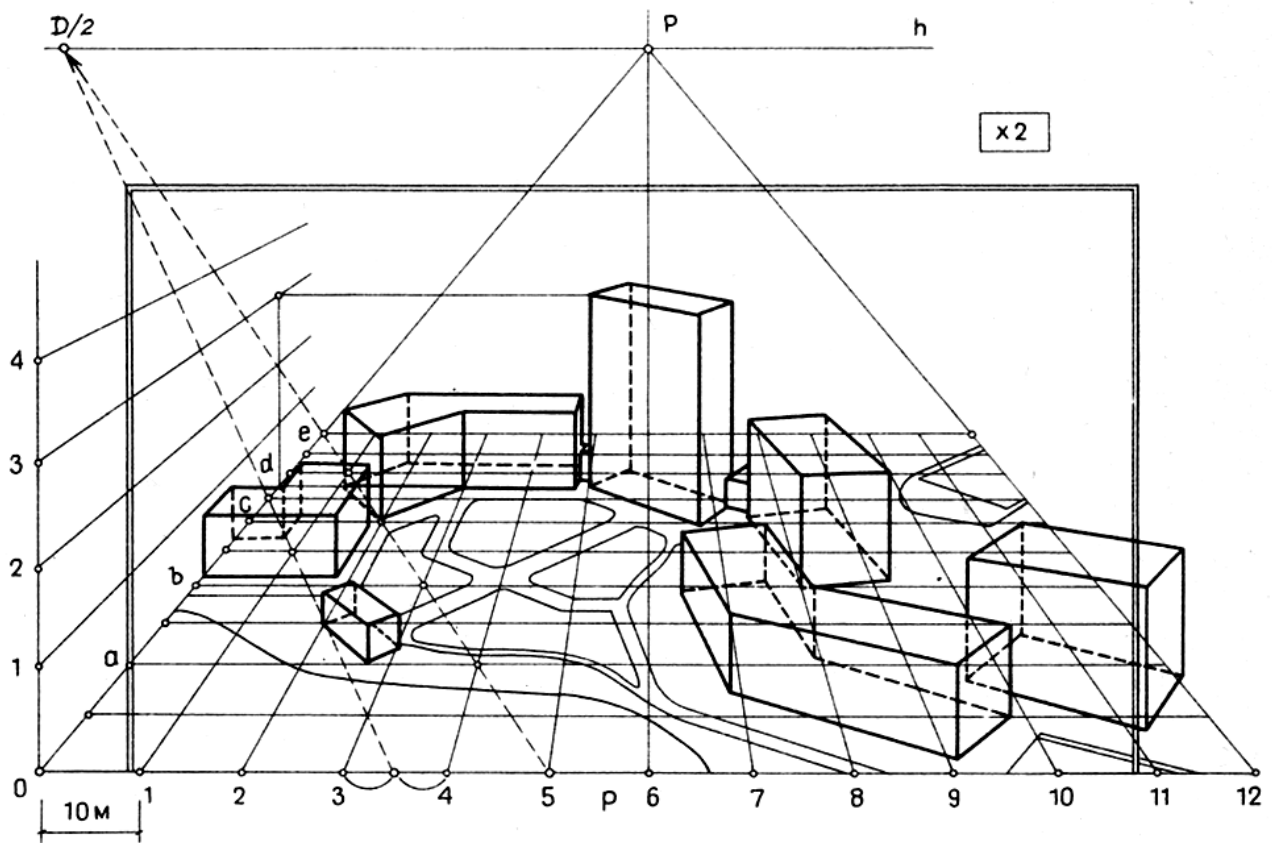


Рисунок 13.32 — Побудова перспективи способом перспективної сітки

*Перспективу висот* можна побудувати, використовуючи допоміжну вертикальну площину з горизонталями, що йдуть у головну точку картини, або використовуючи клітинки сітки як перспективну масштабну шкалу (рис. 13.33), відкладаючи величину від вторинної проекції точки паралельно поперечним лініям сітки аналогічно способу суміщених висот.

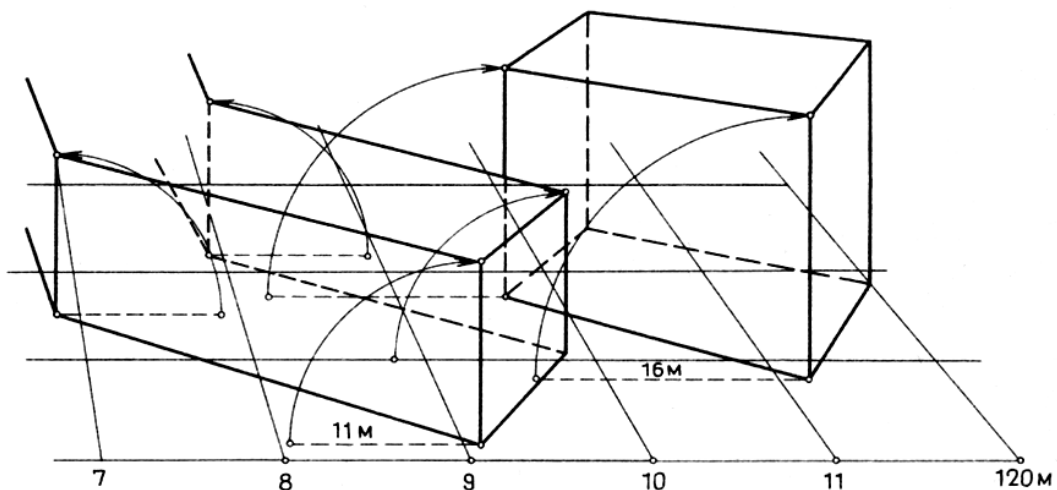


Рисунок 13.33 — Спосіб побудови висот за допомогою перспективної масштабної шкали

У процесі побудови вторинних проекцій точок і перспективи висот необхідно враховувати позначки відповідної ділянки рельєфу місцевості — величину перевищення основ точок над умовною площиною, прийнятою за нульову.

### 13.5.5 Проведення перспектив прямих у недоступну точку сходження

Під час побудови архітектурних перспектив зазвичай одна з точок сходження прямих виявляється за межами креслення. У таких випадках застосовують способи побудови перспектив паралельних прямих без точки сходження. Щоб можна було провести через будь-яку точку картини перспективу прямої у недоступну точку сходження, необхідна наявність на картині перспектив двох прямих, що спрямовані у цю точку сходження. Однією з таких прямих може бути лінія горизонту.

#### Застосування пропорційного поділу прямих

На рисунку 13.34, а через точку  $C$  проведена перспектива прямої, паралельної горизонтальній прямій  $AB$ , за допомогою двох подібних трикутників із паралельними сторонами. Якщо необхідно провести перспективи декількох прямих через точки вертикальної прямої (рис. 13.34, б), точковий ряд переносять на скорочену перспективою другу вертикаль за допомогою пропорційного кута.

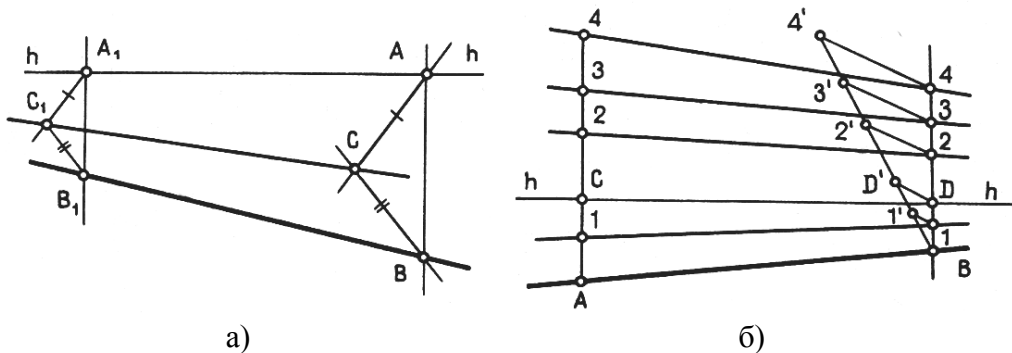


Рисунок 13.34 — Способи проведення перспектив прямих у недоступну точку сходження

На рисунку 13.35 наведено ще два способи побудови перспектив декількох прямих, спрямованих у недоступну точку сходження.

У першому з них (рис. 13.35, а) через точки вихідної вертикалі проводять пучок прямих через довільну точку  $V$  на лінії горизонту. З точки  $B$  проводять горизонталь і в перетині з прямою  $AV$  пучка проводять вертикаль. Точки перетину прямих пучка з цією вертикаллю переносять потім горизонталями (засічками за рейшиною) на другу вертикаль перспективи.

У другому способі (рис. 13.35, б) аналогічний пучок прямих вибудовують на протилежному боці, у іншій вертикалі.

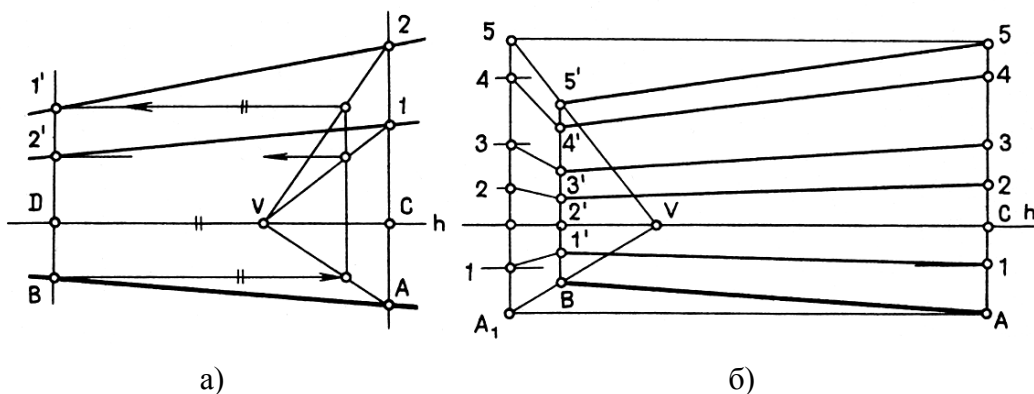


Рисунок 13.35 — Способи проведення перспектив прямих у недоступну точку сходження

## 13.6 Перспектива інтер'єру

У творчому процесі архітектурного проектування побудова перспективи інтер'єру відіграє важливу роль. Перспектива інтер'єру є необхідним доповненням до ортогонально-проекційних креслень — плану, розрізів, розгортки, які становлять метрично точні зображення, проте недостатньо наочні, й не завжди дозволяють уявити реальні умови сприйняття інтер'єру. Повне уявлення про якість архітектурного рішення інтер'єру дає сукупність ортогонально-проекційних креслень і перспективних зображень.

### Вибір точки спостереження

У процесі побудови перспективи інтер'єру правильний вибір положення точки спостереження та величини кутів спостереження має важливе значення. Якщо у побудові перспективи зовнішнього вигляду будівель зазвичай можуть бути використані досить віддалені видові точки при відносно невеликих кутах спостереження, то для побудови перспективи інтер'єру подібне обмеження кута спостереження  $\alpha = 30^\circ$  незручне тим, що у поле спостереження попадає лише невелика його частина, приблизно половина (рис. 13.36, а). При цьому глибина внутрішнього простору виявляється слабо, пропорції приміщення за глибиною сприймаються вкороченими.

Навпаки, при близькому положенні точки спостереження і великому куті спостереження ( $\alpha = 90^\circ$ ) глибина внутрішнього простору сприймається перебільшеною (рис. 13.36, б), перспективні скорочення членувань різко зменшуються, предмети першого плану отримують сильно спотворені форми. Оптимальними горизонтальними кутами спостереження у побудові перспективи інтер'єру потрібно вважати кути  $40\text{--}60^\circ$ .

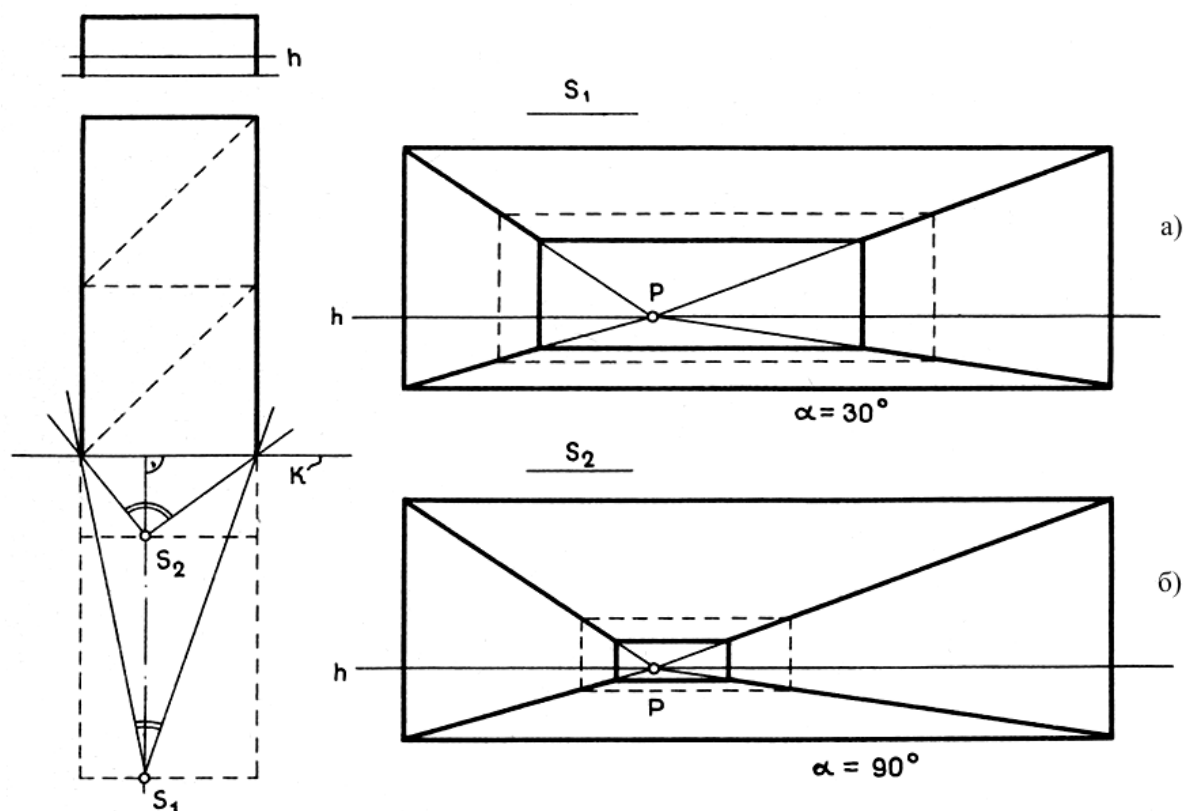


Рисунок 13.36 — Вибір точки спостереження і величини кутів у побудові інтер'єру

## Фронтальна перспектива інтер'єру

Перспективне зображення інтер'єру, в якого одна зі стін розташована паралельно картині, а інші перпендикулярно, називається *фронтальною перспективою*. Фронтальні перспективи набули значного поширення. Вони значно простіші за побудовою, ніж кутові. Перспектива будується з однією точкою сходження — головною точкою картини  $P$ . Картинна площина на плані може бути розташована в будь-якому місці по глибині інтер'єру.

Дуже велике значення має положення точки спостереження щодо поверхонь, які обмежують внутрішній простір, і предметів переднього плану. Якщо точка спостереження розташована симетрично щодо бічних стін приміщення, створюється враження композиційної байдужості в зображенні інтер'єру (рис. 13.37, а). Однак і надмірне наближення точки спостереження до однієї з бічних стін також небажане, оскільки в цьому разі вона виявиться в надмірному скороченні. Тоді замість фронтальної перспективи має бути побудована кутова перспектива (рис. 13.37, б).

В образотворчій практиці минулого при незначному зміщенні точки спостереження від осі симетрії інтер'єру досить широко застосовувалася фронтальна перспектива. При цьому зображення сприймалося більші природним, ніж у кутовій перспективі, побудованій з тієї самої точки спостереження. У процесі побудови фронтальної перспективи інтер'єру допускається встановлювати точку спостереження в межах середньої третини ширини простору інтер'єру (рис. 13.37, в).

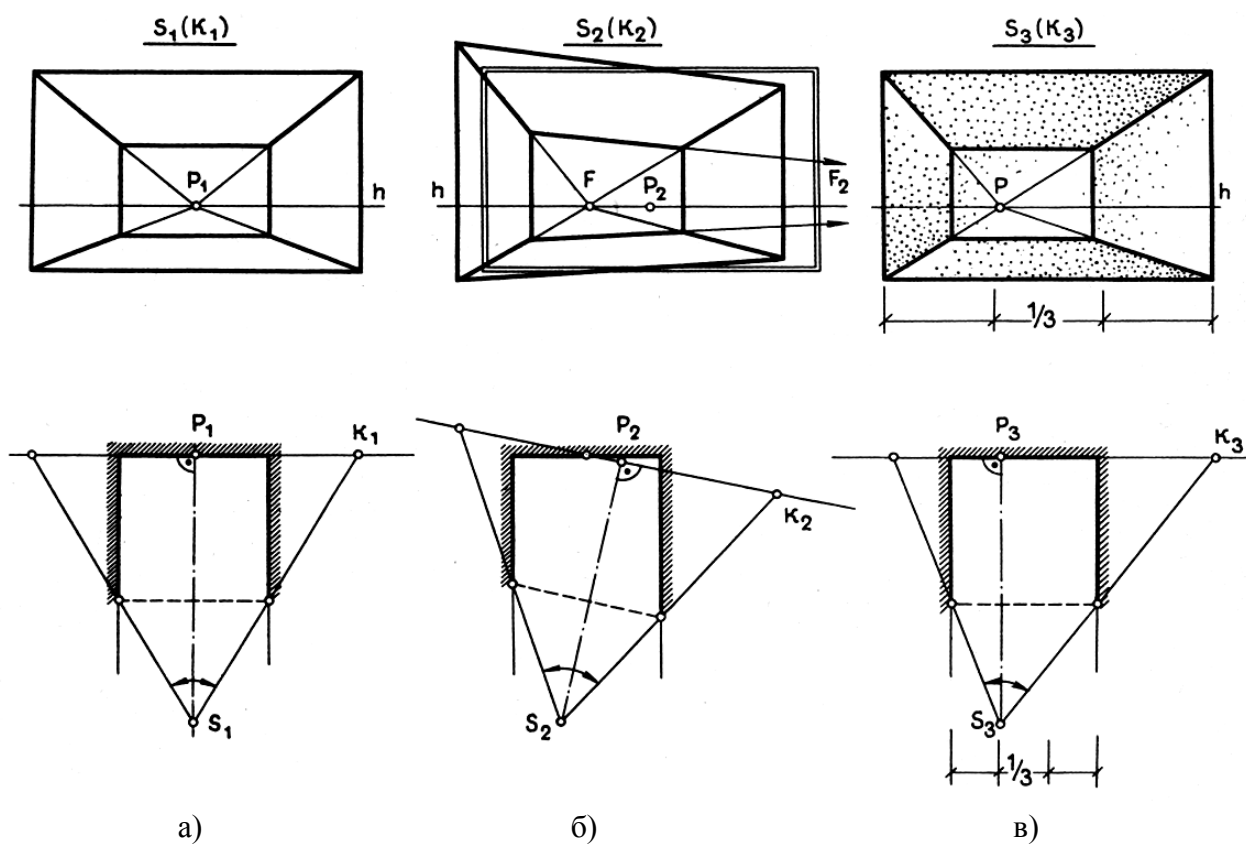


Рисунок 13.37 — Положення точки спостереження у перспективі інтер'єру

Вибір положення точки спостереження на плані інтер'єру ще не визначає характеру і виду перспективного зображення. Має значення напрямок головного променя і картинної площини щодо глибинної осі інтер'єру.

Вибір положення точки спостереження і напрямку головного променя рекомендується вести за такою приблизною схемою.

На рисунку 13.38 наведено план приміщення і два ескізи. На першому ескізі, виконаному у *фронтальній перспективі*, побудованій із точки спостереження  $S_1$  (рис. 13.38, а), внутрішній простір досить добре виявлено, однак положення точки спостереження вибрано невдало, оскільки внаслідок сильного перспективного скорочення правого боку приміщення зникли проsvіти між стовпами і не видно простір суміжного приміщення.

На другому ескізі, виконаному з точки  $S_2$  (рис. 13.38б), — *кутова перспектива*. Головний промінь спрямований до кута приміщення. На цьому ескізі добре проглядається суміжний простір. Однак перспектива виявилася невиразною, глибина простору основного приміщення виявлена слабо.

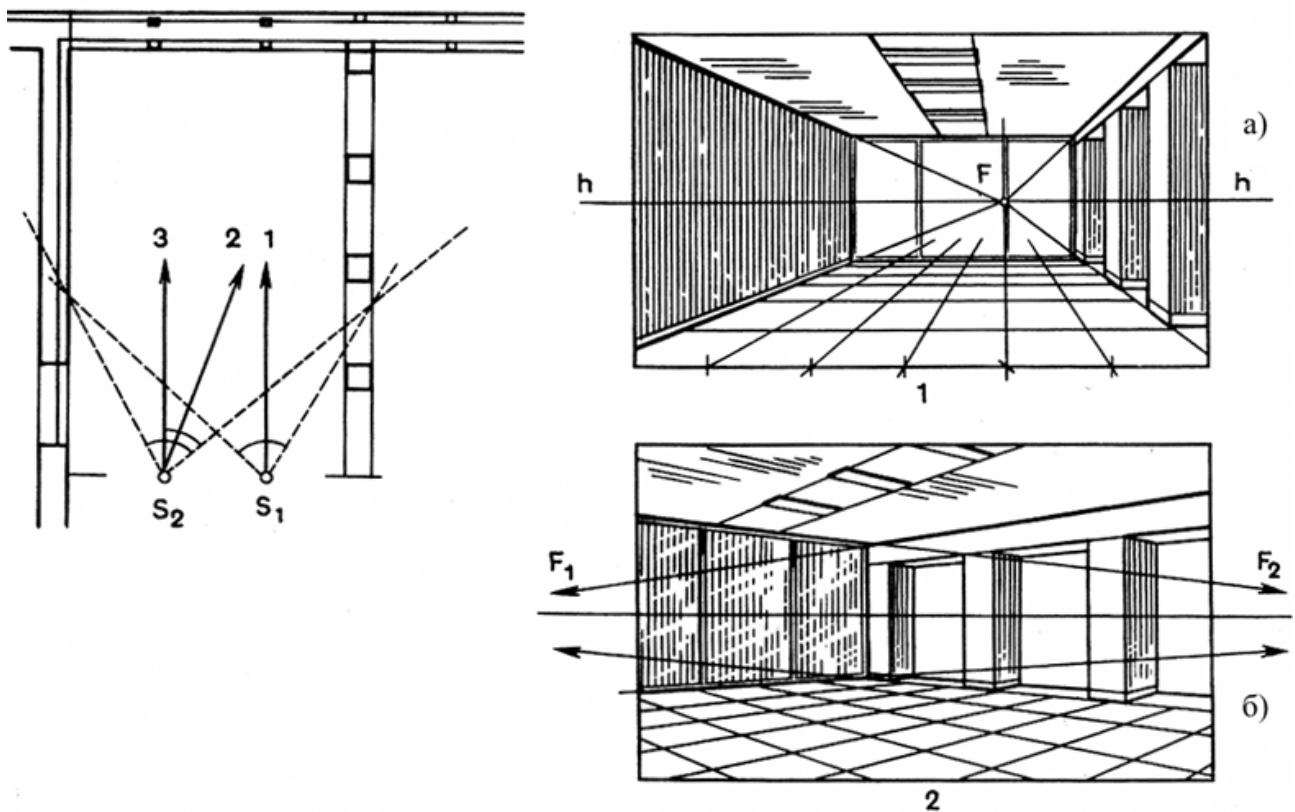


Рисунок 13.38 — Ескізи фронтальної та кутової перспектив інтер'єру

На рисунку 13.39 зображено побудову перспективи інтер'єру з точки  $S_2$  при *фронтальному положенні картинної площини*. Тут усунуто недоліки як першого, так і другого ескізів. Картинна площина розташована на плані в місці, де крайні проєціюючі промені обмежують зображувану частину інтер'єру. Вихідні дані у побудові перспективи збільшені вдвічі. У площині картини нанесені висота горизонту, товщини стін і стовпів. Розбивка підлоги на квадратні клітинки побудована за допомогою дистанційної точки. Перспектива стовпів побудована пропорційним поділом.

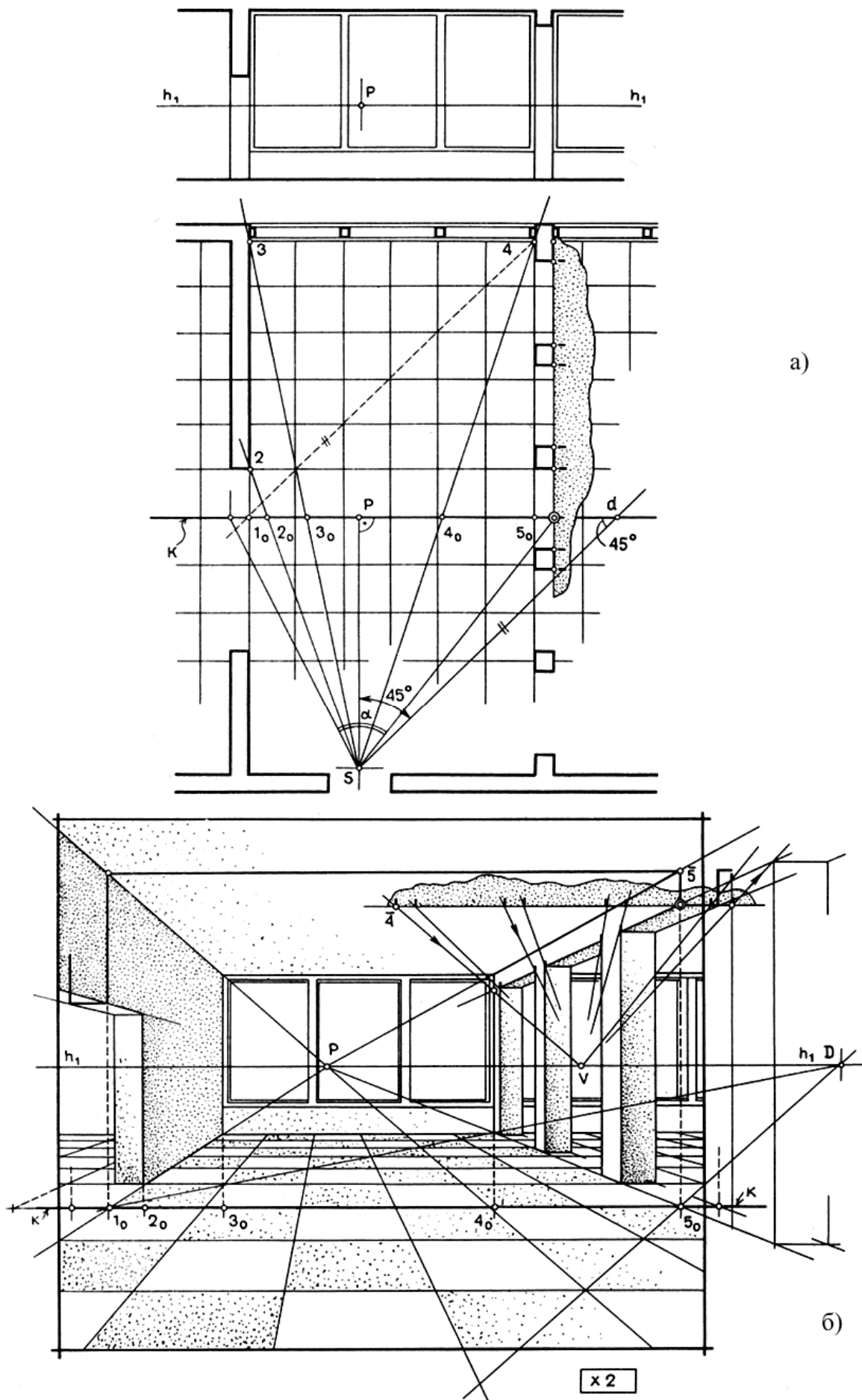


Рисунок 13.39 — Побудова фронтальної перспективи інтер'єру



## Кутова перспектива інтер'єру

Під час побудови кутової перспективи головний промінь і картинну площину розташовують під довільним кутом до основних площин інтер'єру. Побудова кутової перспективи інтер'єру, по суті, нічим не відрізняється від побудови перспективи зовнішнього вигляду будівлі.

На рисунку 13.40 побудовано перспективу інтер'єру при одній доступній точці сходження зі збільшенням вихідних даних удвічі. Проведено крайні проєціюючі промені, які визначають горизонтальний кут спостереження ( $\alpha = 60^\circ$ ) і ту частину внутрішнього простору, яка буде зображена в перспективі.

Висота приміщення може бути відкладена в дійсному розмірі в точках  $m_0$  і  $l_0$ , де картина перетинає бічні стіни. Товщина стіни з отворами, взята з плану (відрізок  $n$ ), також побудована в площині картини (відрізок  $2n$ ). Інші побудови не потребують пояснень.

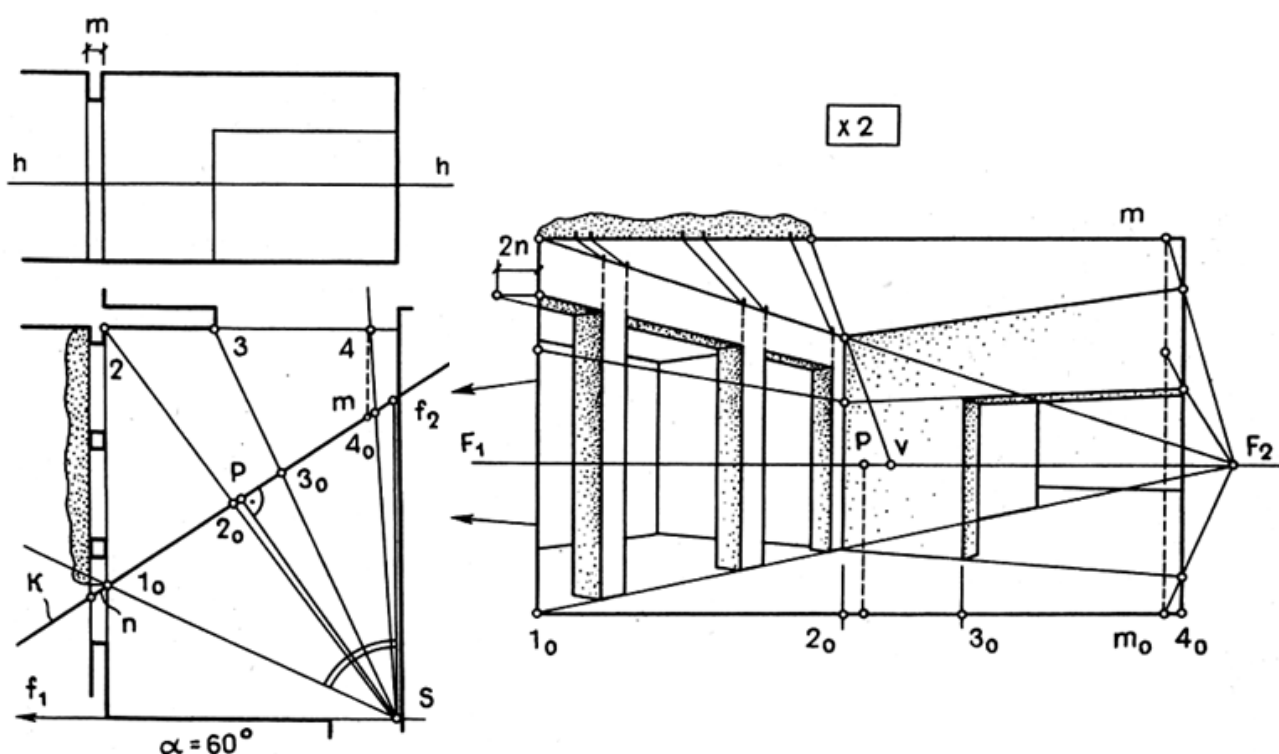


Рисунок 13.40 — Побудова кутової перспективи інтер'єру при одній точці сходження

Для побудови перспективи інтер'єру криволінійних у плані обрисів, що включають частину кола або повне коло, потрібно побудувати перспективу описаного навколо кола квадрата, в яку вписати потім перспективу кола. Якщо конфігурація плану приміщення являє собою повне коло, доцільно застосувати фронтальний описаний квадрат. У випадках коли обрис кривої у плані має нерегулярний характер, перспективу кривої будують за окремими точками радіальним способом із суміщенням висот точок.

На рисунку 13.41 наведено побудову перспективи інтер'єру кіноконцертного залу. Горизонтальний слід картинної площини суміщений із лінією горизонту. Побудована точка сходження прямих, паралельних бісектрисі прямого кута плану, — точка  $F_d$ .

Перспектива може бути побудована і з однією точкою сходження  $F_d$  за допомогою визначення картинних слідів прямих. Перспективи висот також побудовані з використанням картинних слідів прямих і способом суміщених висот.

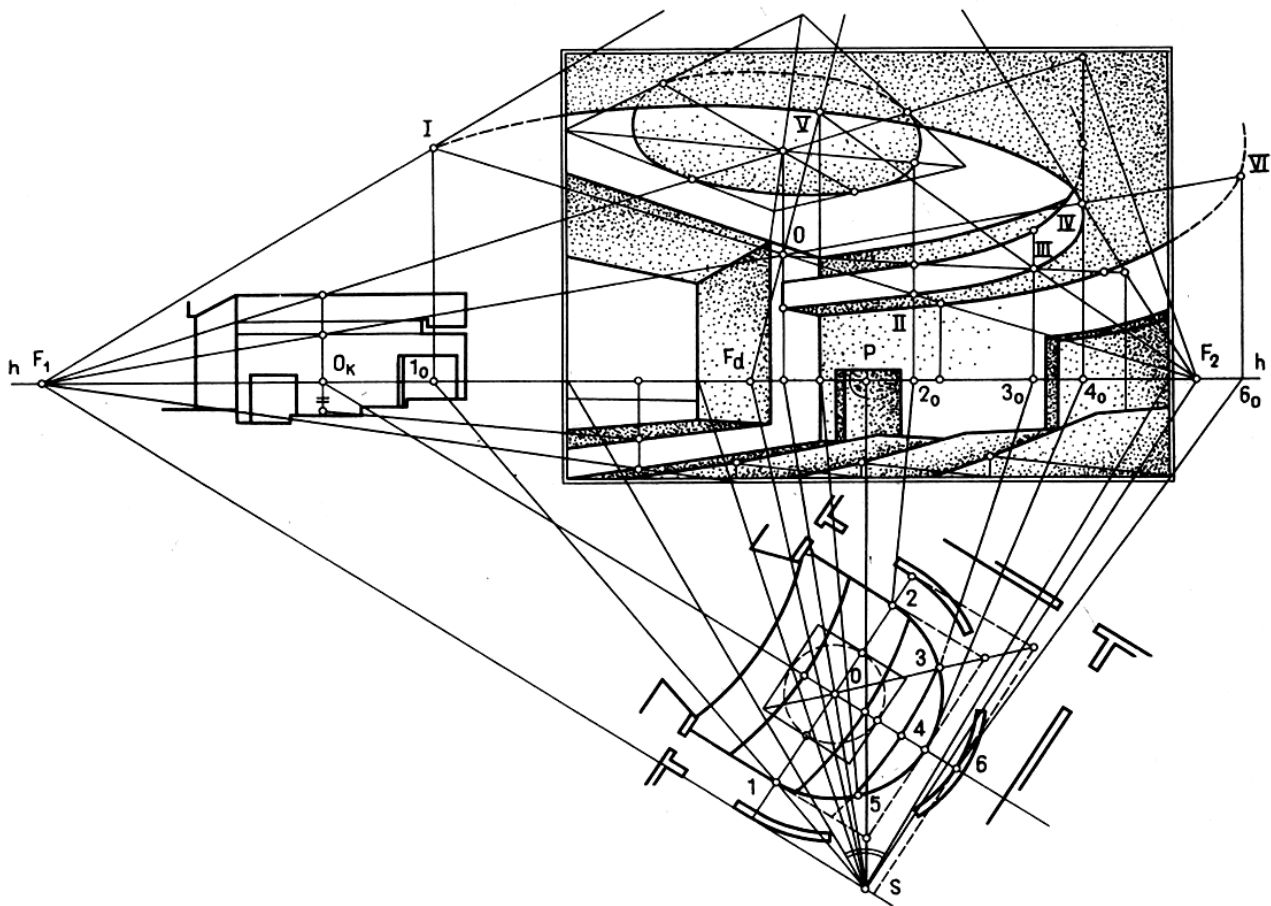


Рисунок 13.41 — Побудова перспективи інтер'єру кіноконцертного залу

### 13.7 Перспектива деталей і архітектурних фрагментів

Перспектива деталей і архітектурних фрагментів будується на підставі вже побудованої перспективи основних об'ємів споруди. Значна частина побудов виконується на перспективному зображенні без використання плану і фасаду. Це спричинено тим, що побудови на плані дрібні й неточні, при перенесенні зі збільшенням у перспективу неточність зростає. Крім цього, не всі деталі можуть бути зображені на плані.

Це необхідно також і для точної побудови тіней.

Головний прийом побудови перспективи архітектурної деталі або фрагмента полягає в побудові спочатку охоплюючої форми з подальшим розчленуванням її на частини та подальшою деталізацією цих частин прийомами пропорційного поділу відрізків. Побудову охоплюючої форми деталі виконують за основними параметрами, взятими з плану й фасаду.

#### Перспектива розкріпування карниза

Архітектурна деталь (рис. 13.42) вписана у паралелепіпед, який розділений потім на дві частини, які включають карнизну частину й пілон (рис. 13.42, а). Два профілі карниза розташовані в бісекторних площинах. Для побудови перспективи цих профілів й осі симетрії деталі побудовано точку сходження  $F_d$  за допомогою проєціюючого променя  $SF_d$ , проведеного на плані паралельно одному з профілів. На перспективі виділені прямокутники, в які потрібно вписати профілі — два бісекторних і один нормальний.

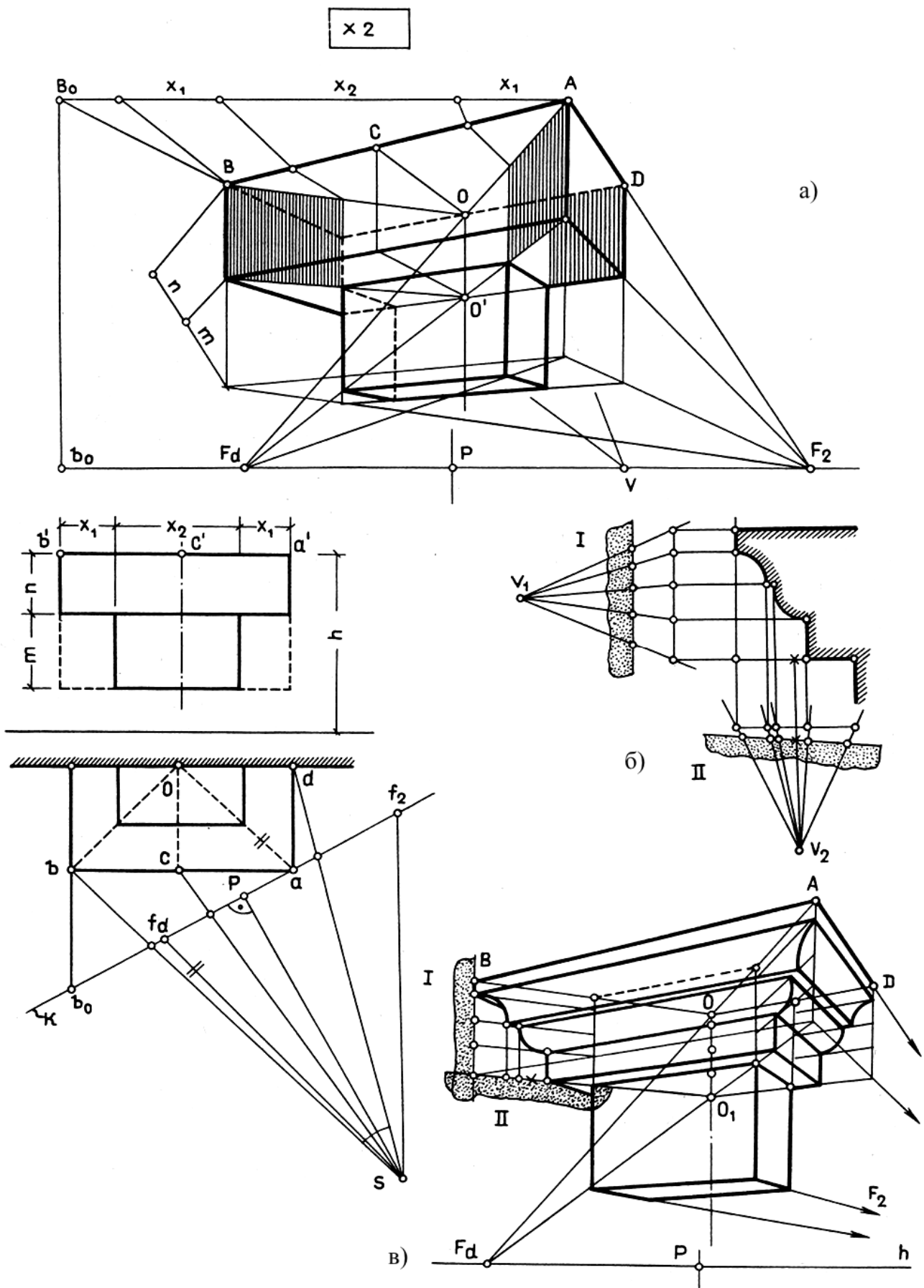


Рисунок 13.42 — Побудова перспективи карниза

Для побудови членувань профілю в перспективі на кресленні профілю (рис. 13.42, б) наносять два пучка прямих, проведених із довільних точок. Членування профілю по вертикалі I переносяться за допомогою смужки паперу, яка розташовується на пучку вертикально. Членування профілю по горизонталі II переносяться на підставі встановлення перспективної відповідності між рядами точок за допомогою середини відрізків (див. рис. 13.15). Для побудови членувань по вертикалі на перспективі профілів доцільно розділити відрізок  $OO_1$  на осі, який може бути використаний для всіх трьох профілів (див. рис. 13.42, в). Побудову тіней розкрепування карниза наведено на рисунку 13.52.

### Перспектива архівольта

Архівольт вписаний у паралелепіпед (рис. 13.43). На основі двох півкіл, які проходять через точку M і точку N, побудовано п'ять радіальних перерізів — два горизонтальних (I і V), один вертикальний (III) і два похилих (II і IV). Кола й описані навколо профілів прямокутники легше побудувати, якщо визначити в перспективі точку S, яка є центром прямих, що проходять через діагоналі MN прямокутників. У прямокутники вписується профіль за допомогою пропорційного поділу сторін.

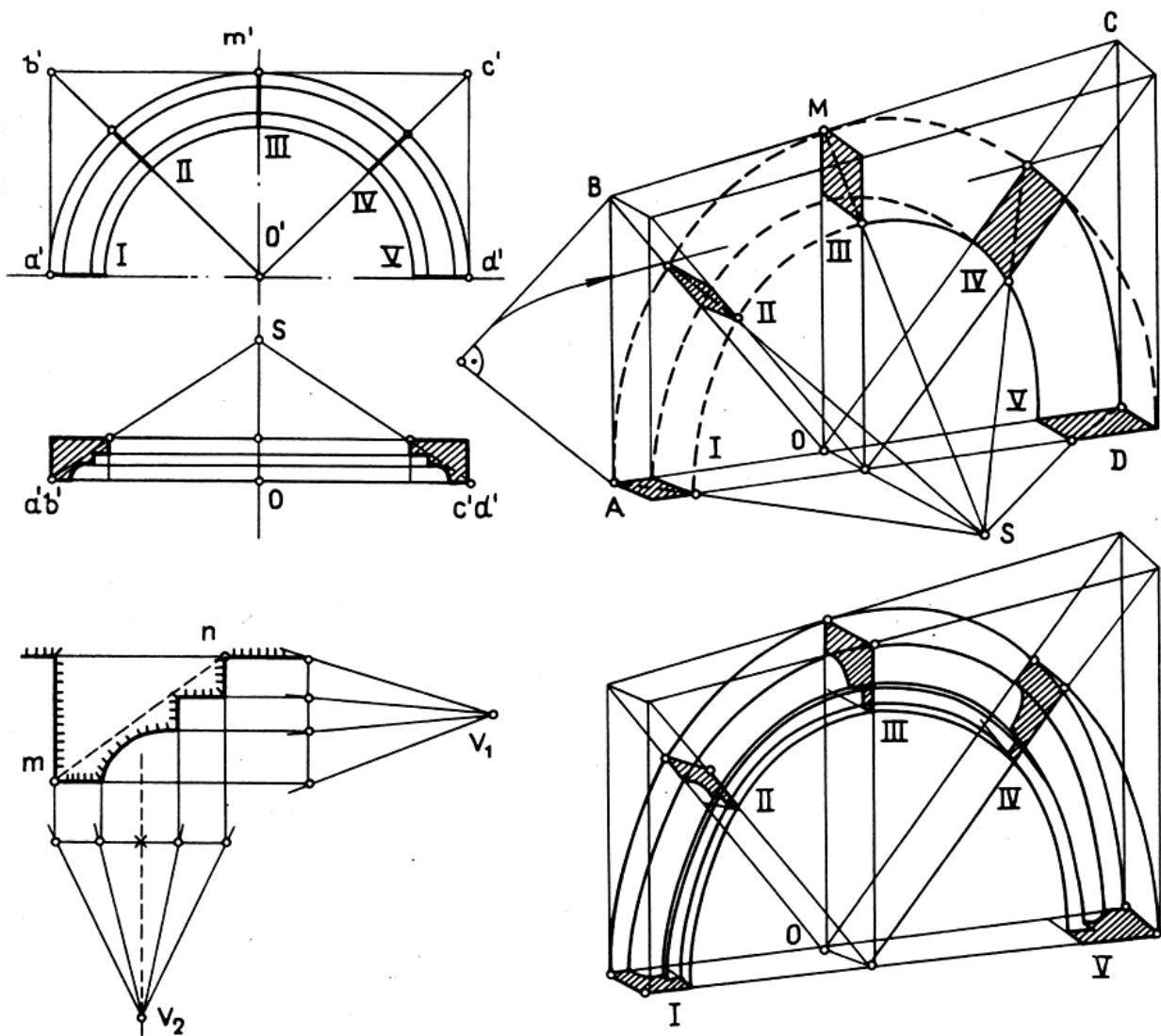


Рисунок 13.43 — Побудова перспективи архівольта

## Перспектива капітелі

За допомогою плану й фасаду (рис. 13.44) побудовано перспективу квадратної плити зі збільшенням вихідних даних утричі. Подальші побудови виконано на картині. Проводимо діагональ перспективи нижнього квадрата плити в точку сходження  $F_d$ . На вертикалі, проведеної через переднє вертикальне ребро плити, яке поєднане з картиною, наносимо відстані між центрами 2', 3' і 4' трьох кіл і точкою  $O'$ , взяті з фасаду і збільшені утричі.

За допомогою прямих, проведених із цих точок у точку сходження  $F_d$ , визначаємо на осі капітелі центри перспектив кіл: 2 — примикання ехіна до плити; 3 — стовпа колони до ехіна; 4 — горизонтального перетину стовпа колони й точки  $O$  — вершини допоміжного конуса. Потім будуємо перспективу кола з центром у точці 2 і на його основі — два інших кола. Точки кіл визначено за допомогою восьми твірних допоміжного конуса, проведених через точки головного кола, і перерізів допоміжними площинами, що проходять через вісь деталі, у верхній частині конуса в межах ехіна. Обрисова крива ехіна (невидима ділянка) має пройти трохи нижче перспективи кола з центром 3.

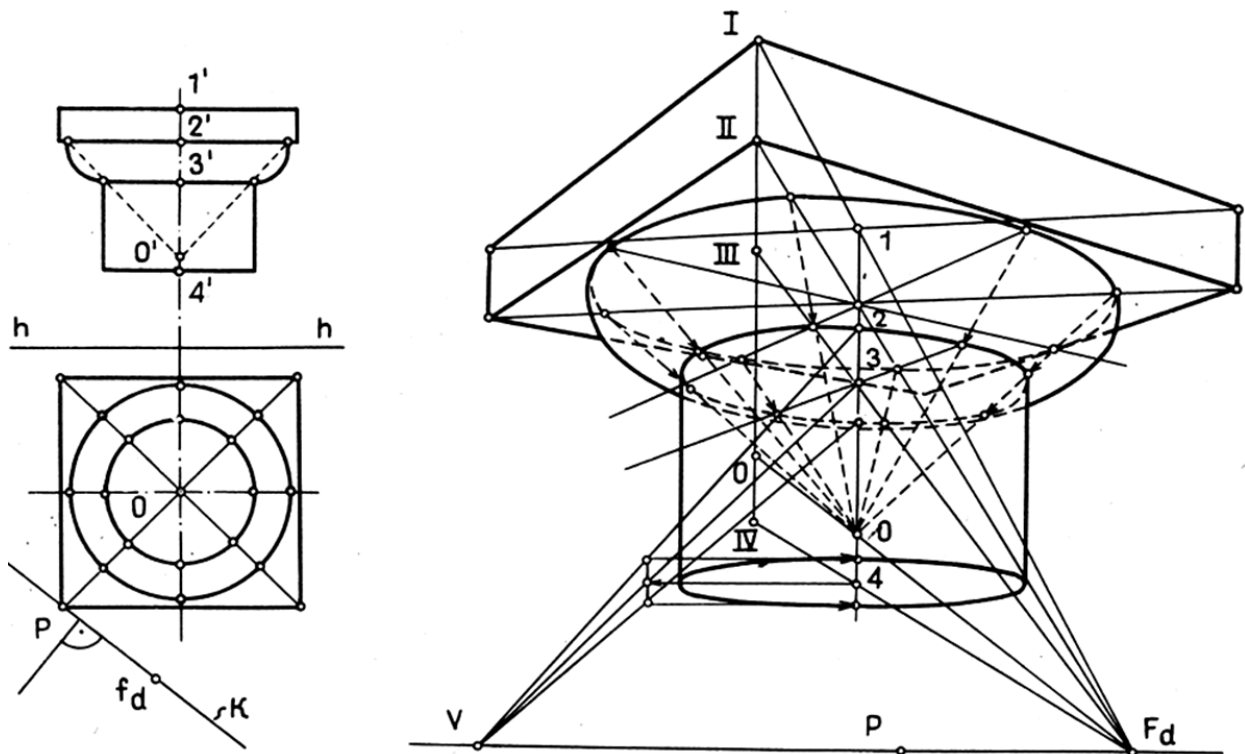


Рисунок 13.44 — Побудова перспективи капітелі

## Перспектива сходів

На рисунку 13.45 наведено побудову двох маршів сходів у інтер'єрі. Перспектива може бути побудована способом архітекторів на підставі вторинної проекції  $Abcd$  першого маршу і його висоти підйому, заданого відрізком  $Bb$ . Вторинна проекція маршу розділена на шість рівних частин за кількістю сходин. З отриманих точок по обидва боки маршу проведені вертикалі. Проведено також висхідні прямі  $AB$  і  $dC$  у точку сходження  $F_3$ . Висхідна пряма  $CD$  другого маршу проведена через точку сходження  $F_4$ . Відстані від лінії горизонту до точок сходження  $F_3$  і  $F_4$ , розташованих на лінії сходження, мають бути рівні, оскільки ухили маршів однакові.

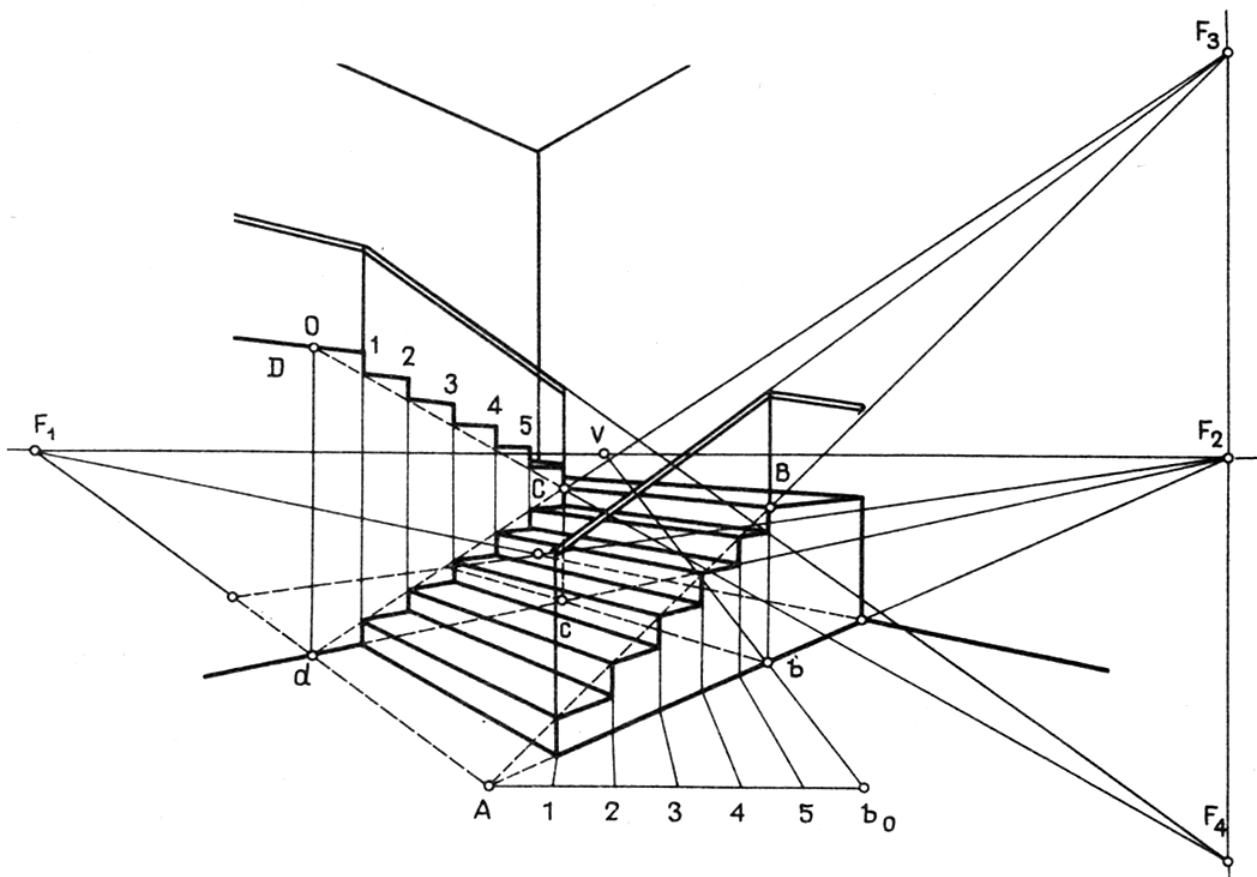


Рисунок 13.45 — Побудова перспективи сходів

Висхідні прямі в перетині з вертикалями сходин визначають точки горизонтальних ребер сходин. Інші побудови не потребують пояснень.

Побудову перспективи сходин можна також виконати, розділивши вертикальний відрізок  $Dd$  на загальну кількість сходин у двох маршах сходів і проводячи потім перспективи горизонтальних прямих у точку сходження  $F_2$  до перетину з висхідною прямою  $dF_3$ .

### Перспектива поверхні обертання

Побудова в перспективі обрису поверхні обертання може бути виконана двома способами — способом паралелей і способом меридіанів. Перший поширений більше. На поверхні обертання в ортогональній проекції (рис. 13.46) проводять декілька паралелей, розташовуючи їх частіше в місці, де кривизна обрису є більшою (рис. 13.46, а). Будують перспективу паралелей — чотири співвісні кола, відклавши на осі центри 1 ... 4 кіл і вершину  $A$  поверхні (картина проведена через вісь поверхні).

Перспективу кіл — еліпси — вписують у перспективу горизонтальних квадратів, побудованих за допомогою дистанційної точки  $D$  або дробової точки  $D/2$ . Пряма  $BC$  проведена в точку  $D/2$  через середину відрізка  $1E$ . До перспектив побудованих кіл проводять дотичну криву обрису поверхні.

Видимий силует поверхні за своїми пропорціями (1:1,3) помітно відрізняється від дійсних співвідношень поверхні на фасаді (1:2,2). У перспективі, при сприйнятті з природної, зниженої точки спостереження, поверхня купола ніби западає, його вершина (точка  $A$ ) виявляється прихованою, а вищою сприймається точка  $M$  (рис. 13.46, б).

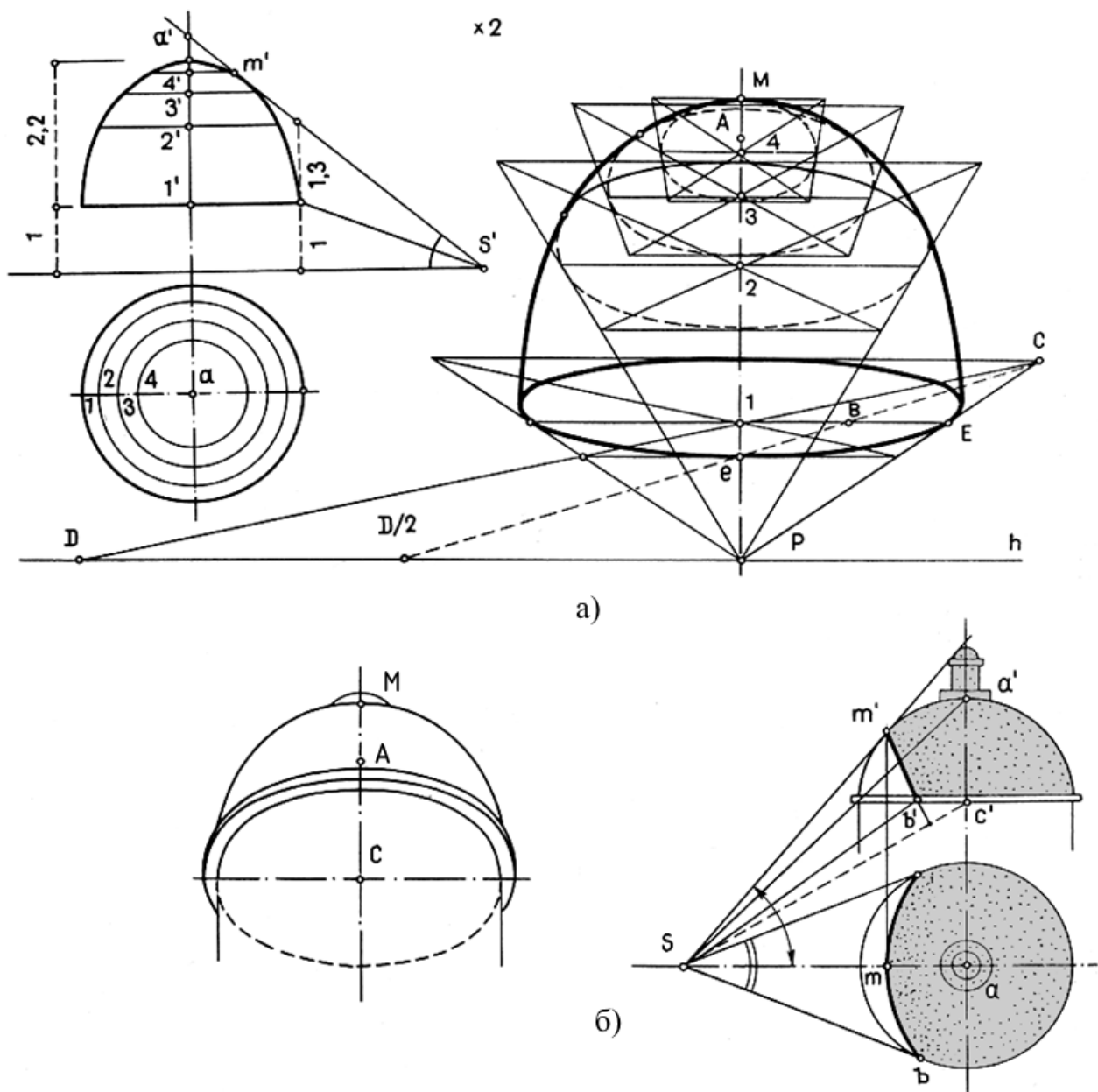


Рисунок 13.46 — Побудова перспективи поверхні обертання

### 13.8 Побудова тіней у перспективі

Достовірність і реалістичність перспективного зображення залежать не лише від правильності побудов і відповідності обраної точки спостереження умовам дійсного сприйняття, але й від правильної передачі на зображенні реальної освітленості, від побудови тіней.

Побудова тіней у перспективі й аксонометрії має багато спільного. Так само, як і в аксонометрії, для побудови тіней у перспективі необхідно мати дві проекції — перспективу променя і вторинну його проекцію. Але оскільки в основі перспективи — центральне проєціювання, а не паралельне, то променеві прямі, а також їхні проекції, паралельні в просторі, мають у перспективі свої точки сходження. При цьому точки сходження вторинних проекцій променів знаходяться на лінії горизонту, оскільки джерело світла (сонце) вважається віддаленим у нескінченність.

Залежно від напрямку променів і положення джерела світла щодо глядача і картини можливі три головні схеми побудови тіней (рис. 13.47).

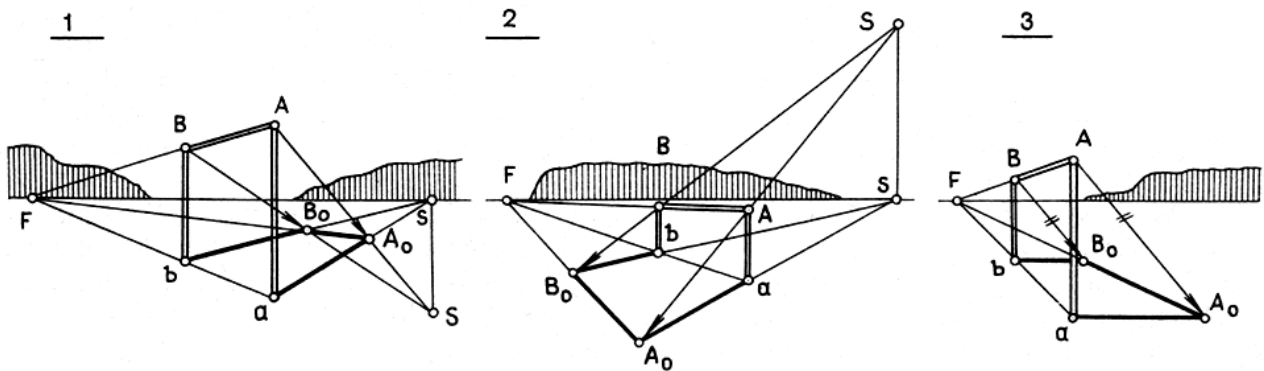


Рисунок 13.47 — Схеми побудови тіней у перспективі

На *першій* із них сонце знаходиться позаду глядача, ліворуч. При цьому точка сходження проєкцій променів  $s$  розташована на горизонті, а точка сходження самих променів (перспектива сонця  $S$ ) — нижче горизонту, на одній вертикалі з точкою  $s$ .

На *другій* схемі сонце розташоване перед глядачем, праворуч. Точка сходження вторинних проєкцій променів знаходиться на горизонті, а точка сходження  $S$  перспектив променів — вище горизонту.

На *третьій* схемі промені світла паралельні картинній площині, отже вони зображуються і на перспективі паралельними, а вторинні їхні проєкції — паралельними основі картини.

Під час побудови тіней у перспективі найчастіше застосовують напрямок променів світла, зображений на першій схемі.

Закономірності побудови тіней в ортогональних проєкціях, встановлені раніше, зазвичай зберігаються і у процесі побудови тіней у перспективі, тому розглянемо тільки декілька характерних прикладів побудови тіней.

### Тінь точки

Тінню точки, що падає на площину або поверхню, є точка перетину світлового променя, що проходить через цю точку, з площиною або поверхнею. Тому побудова тіні точки зводиться до вирішення основної позиційної задачі на побудову точки перетину прямої з площиною або поверхнею. Тінь точки  $A$  на предметній площині (див. рис. 13.47) визначається як точка перетину перспективи променя  $AS$ , що проходить через цю точку, з вторинною проєкцією  $as$  променя.

### Побудова тіней призматичних тіл

Напрямок променів (рис. 13.48) задано точками сходження перспектив променів  $S$  і вторинних проєкцій  $s$ . Грані призми, що знаходяться у власній тіні, визначають за допомогою вторинних проєкцій променів, проведених на предметній площині. Інша ознака така: якщо точка сходження  $s$  вторинних проєкцій променів знаходиться за точкою  $F_2$  праворуч, то грані призми, лінія сходження яких проходить через точку  $F_2$ , будуть у власній тіні.

Тіні від вертикальних ребер — спрямовані в точку сходження  $s$  вторинних проєкцій променів. Тіні від горизонтальних ребер будуть паралельні цим ребрам, а отже, точкою сходження їхніх перспектив буде точка сходження  $F_2$ . Тінь точки  $A$  може бути побудована як точка перетину світлового променя з вертикальною гранню призми за допомогою допоміжної променевої січної площини. Вона перетне предметну площину по вторинній проєкції  $aa_0$  променя, а грань призми — по вертикалі.



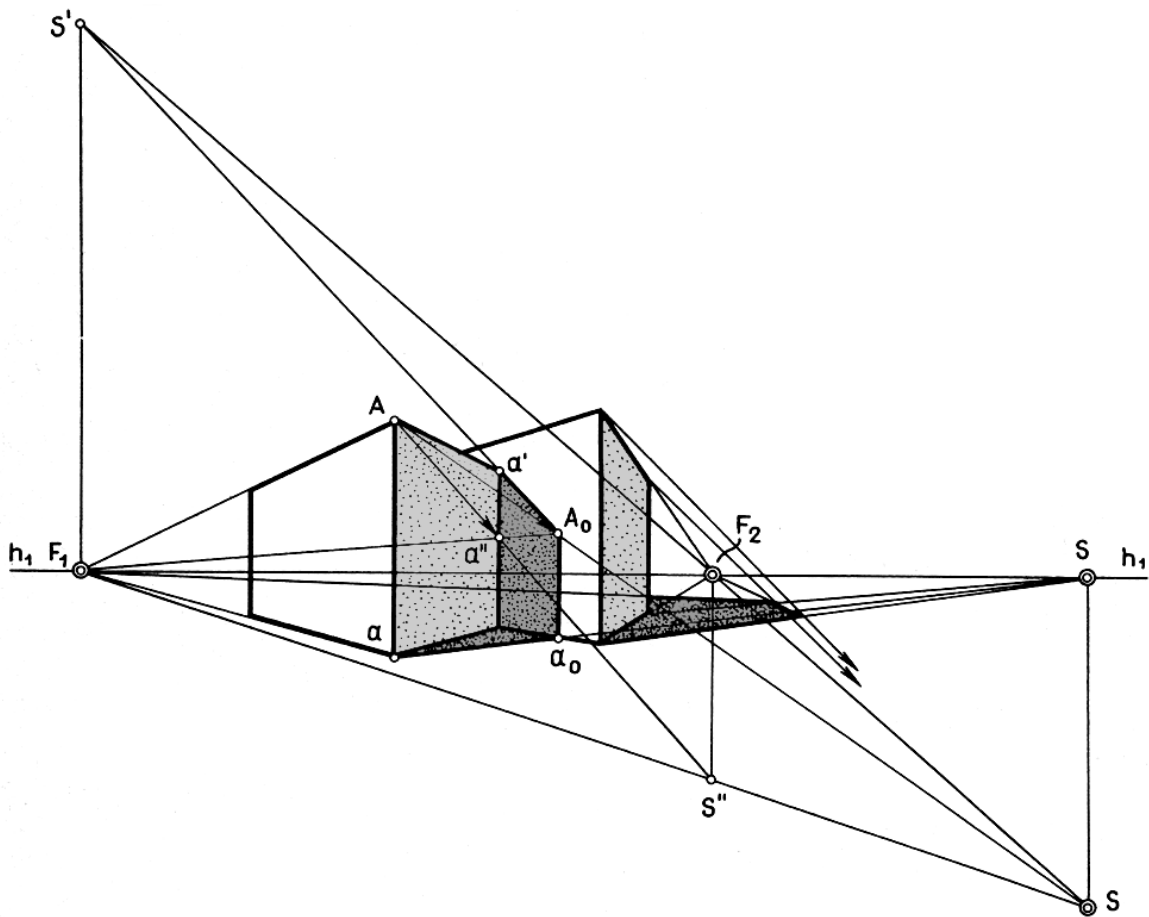


Рисунок 13.48 — Побудова тіней призматичних тіл у перспективі

Перетин світлового променя з лінією перерізу визначить падаючу тінь  $A_0$  точки  $A$ . Проекціями цього променя будуть: на горизонтальній площині — вторинна проекція  $aa_0$  з точкою сходження  $s$ ; на фронтальній проекції — контур падаючої тіні  $a'A_0$  з точкою сходження  $S'$  на вертикалі, що проходить через точку сходження  $F_1$ ; на профільній проекції — відрізок  $Aa''$  з точкою сходження  $S''$ , яка визначається в точці перетину двох ліній сходження — вертикалі  $F_2S''$  і прямої  $SF_1$ .

### Побудова тіней в арочному отворі

Тінь в отворі (рис. 13.49) визначається точками сходження  $S$  і  $s$ . Падаюча тінь на вертикальній площині отвору від твірної тіні — ребра  $Aa$  побудована за допомогою вторинної проекції променя. Щоб побудувати контур власної тіні циліндричної частини отвору — тіню твірну  $KK'$  потрібно спроеціювати промінь  $AA_0$  на фасадну площину стіни  $Aa'$ . Далі необхідно провести дотичну до кривої основи циліндра паралельно знайдений проекції  $Aa'$  променя. Щоб провести таку дотичну, потрібно знайти нескінченно віддалену точку сходження  $S'$  проекції  $Aa'$ , яка буде знаходитися на вертикалі  $F_2S'$  (проекція джерела світла  $S$  на площину фасаду об'єкта). У точці  $M$  перспектива променя перетинає вторинну проекцію і предметну площину. Світлові промені, що проходять через крайку отвору — дугу  $ABK$ , утворюють променевою еліптичну поверхню, твірні якої сходяться в точці  $S$ . У перетині з півциліндром отвору і вертикальною площиною на ділянці  $KA_0$  вона утворює контур падаючої тіні. Проміжні точки контуру тіні, наприклад  $B_0$ , будують аналогічно точці тіні  $A_0$ .

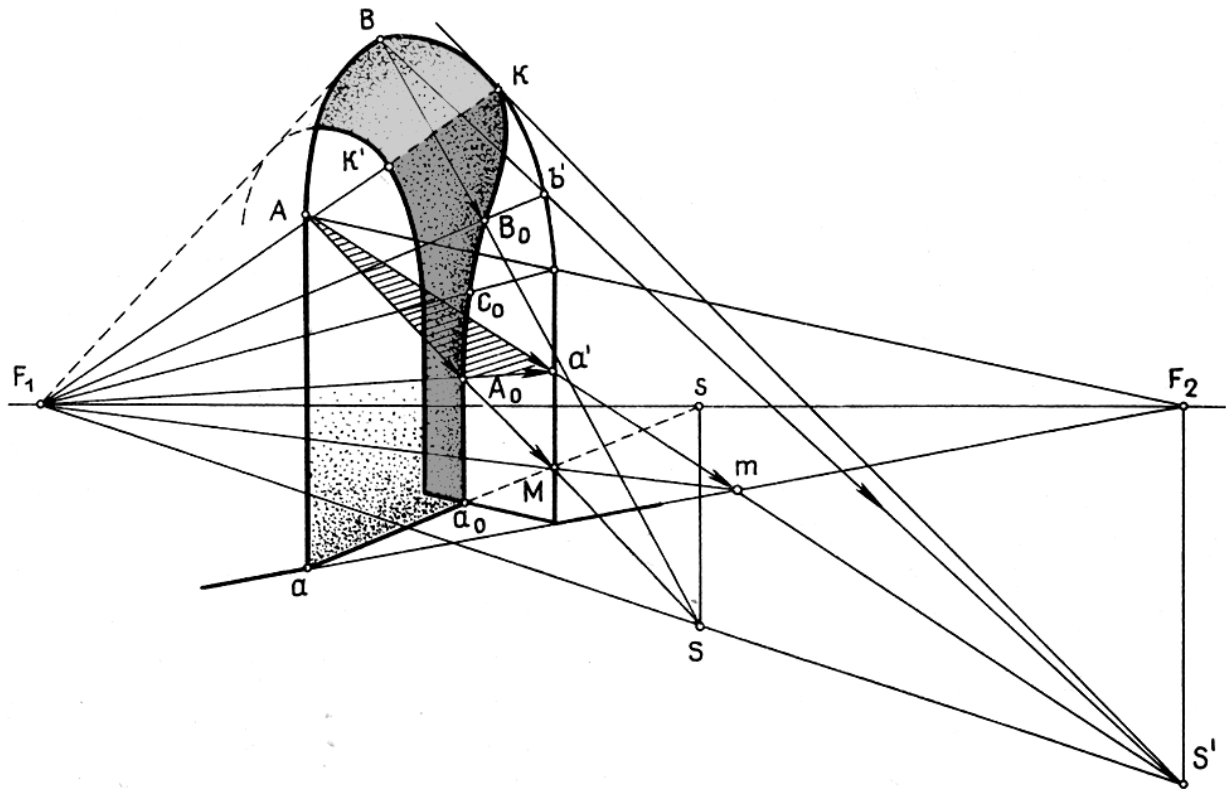


Рисунок 13.49 — Побудова тіней в арочному отворі

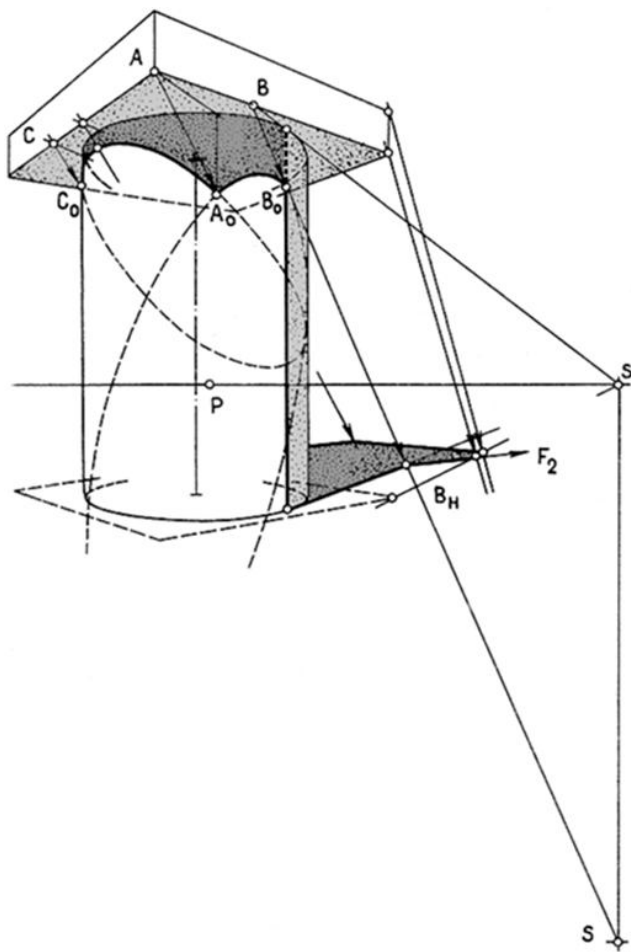


Рисунок 13.50 — Побудова тіней циліндричного стовпа з квадратною плитою

**Побудова тіней циліндричного стовпа з квадратною плитою**

Цей приклад (рис 13.50) свідчить про повну аналогію побудови тіней в аксонометрії (див. рис. 12.24) і перспективі. Різниця полягає в наявності на перспективному зображенні двох точок сходження перспектив паралельних ребер на лінії горизонту і двох точок сходження перспектив променів  $S$  і їхніх вторинних проєкцій  $s$ .

## Побудова власної тіні сфери і поверхні обертання

Для побудови власної тіні сфери (рис. 13.51, а) потрібно спочатку побудувати перспективу екватора, а потім провести дотичні до екватора в точку сходження  $s$  проєкцій променів, які визначають точки 1, 2 тіні, а потім дотичні до обрису сфери в точку сходження  $S$  перспектив променів, визначивши у такий спосіб ще дві точки тіні 3 і 4. Через отримані точки проводять криву контуру власної тіні сфери — еліпс.

Аналогічно будують власну тінь поверхні обертання (рис. 13.51, б).

Падаючу тінь від бані на циліндричну поверхню барабана будують за допомогою вертикальних променевоїх перерізів. Точка  $5_0$  «зникнення» тіні може бути визначена також зворотним променем, проведеним із точки перетину контурів падаючої тіні на земній поверхні.

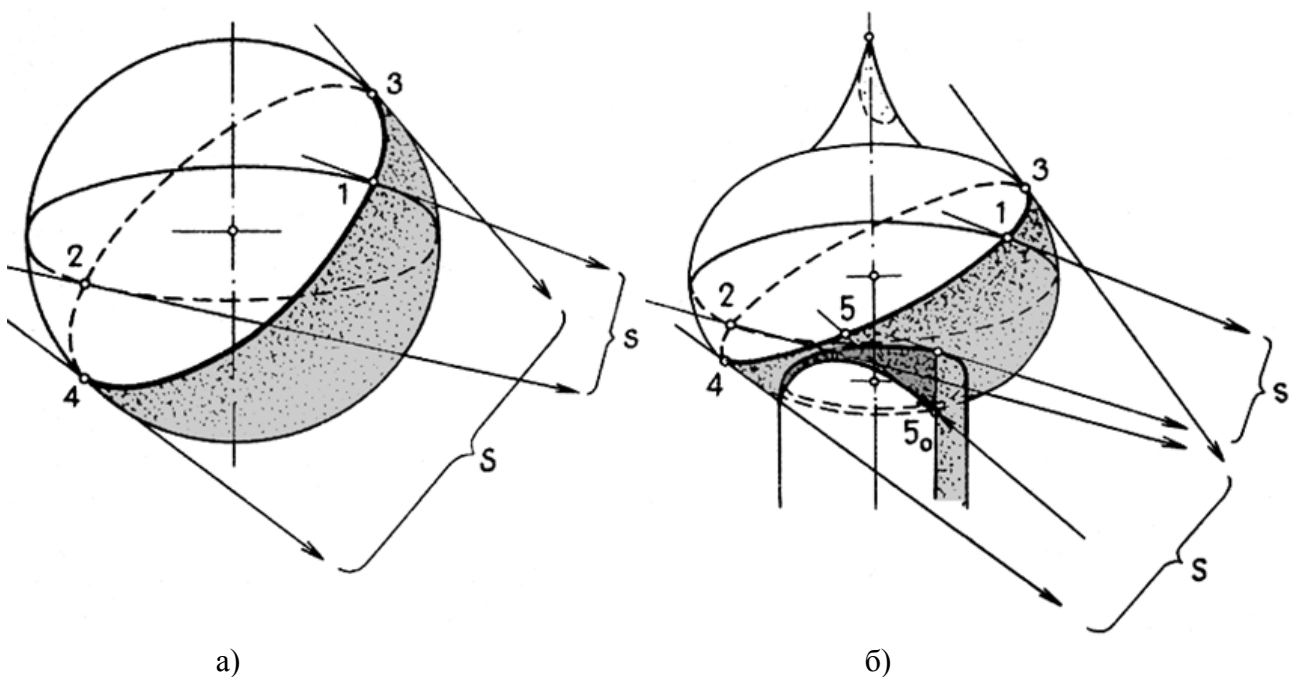


Рисунок 13.51 — Побудова власної тіні сфери і поверхні обертання

## Побудова тіней карниза

Для побудови власних і падаючих тіней (рис. 13.52) необхідно побудувати променевої переріз профілю карниза. У довільному місці карниза проводять вертикальний відрізок, на який переносять членування карниза. Через точки 1, ... 4 проводять прямі в точку сходження  $s$  проєкцій променів до перетину з відповідними прямими профілю карниза і креслять променевої переріз. У площині перерізу проводять у точку  $S$  промені, дотичні до побудованого перерізу, і визначають контури власних, а потім і падаючих тіней.

Падаюча тінь на стіну побудована за допомогою вторинних проєкцій променів. Так, наприклад, падаюча тінь точки  $A$  побудована за допомогою горизонтальної проєкції  $Aa_0$ , проведеної у точку  $s$ . Точка перетину  $a_0$  цієї проєкції променя зі стіною визначена на лінії перетину відповідної горизонтальної площини розкріпування зі стіною. Через отриману точку проводять вертикаль до перетину з перспективою променя.

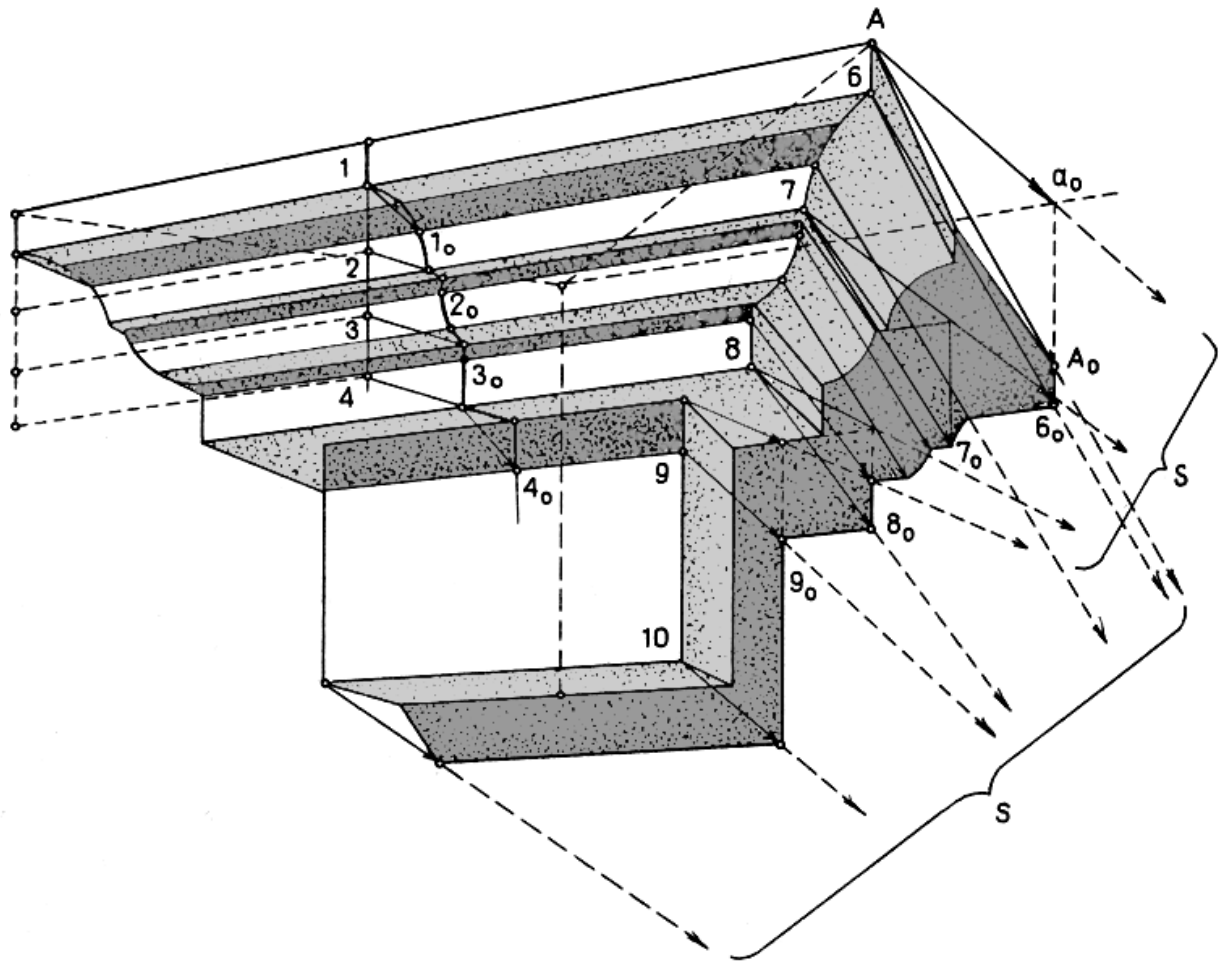


Рисунок 13.52 — Побудова тіней карниза

### 13.8.1 Побудова тіней в інтер'єрі

Побудова тіней в інтер'єрі є досить складним завданням. Це пояснюється, по-перше, наявністю різних джерел освітлення — сонячного, розсіяного або штучного — і, по-друге, в умовах освітлення штучними джерелами світла велика їхня кількість, різноманіття форм і розташування в інтер'єрі роблять задачу точної побудови контурів тіней доволі складною.

Залежно від виду джерел освітлення інтер'єру можливі три випадки побудови контурів тіней:

- 1) при сонячному освітленні, що проникає крізь віконні отвори;
- 2) при розсіяному (дифузному) денному освітленні;
- 3) при точкових джерелах світла.

Розглянемо приклади побудови контурів тіней у інтер'єрі при різному освітленні.

#### 1. Побудова тіней при сонячному освітленні

Сонячне світло, що проникає через віконний отвір прямокутної форми (рис. 13.53), утворює на підлозі чіткий і контрастний чотирикутник. Прийом побудови контурів падаючої тіні аналогічний другій схемі на рисунку 13.47. Точки тіні побудовані в перетині перспективи променя з вторинною проекцією. Падаюча тінь  $3-6_0^-$ , на бічному укосі отвору побудована за допомогою зворотного променя  $6_0-6_0^-$ , проведеного з точки  $6_0$  перетину контурів падаючих тіней від горизонтального ребра  $3-4$  укосу й вертикального ребра  $1-1$ .

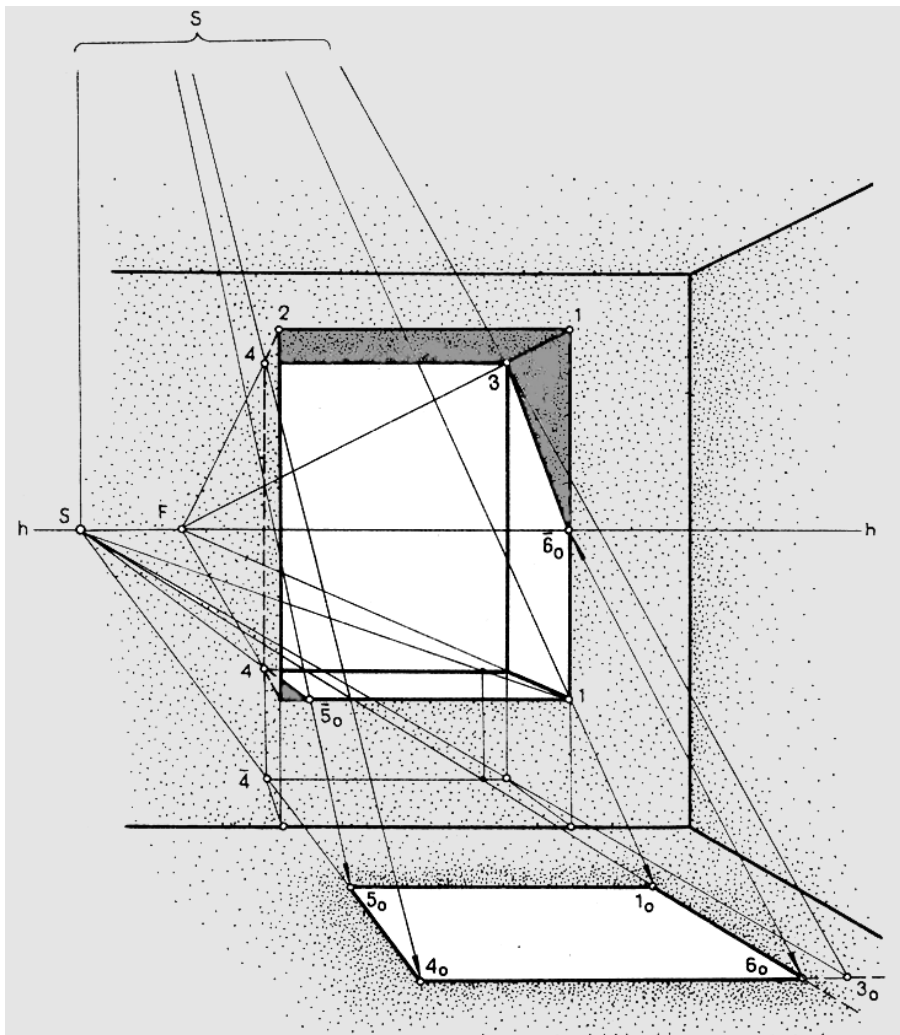


Рисунок.13.53 — Побудова тіней в інтер'єрі при сонячному освітленні

## 2. Побудова тіней при розсіяному освітленні

При дифузному, розсіяному світлі, що проникає крізь віконний отвір (рис. 13.54), випромінювання світла відбувається з усієї площі отвору. Контури тіней ніби накладаються один на одний, їхні межі виявляються все більш нечіткими чимдалі від отвору.

Площини укосів висвітлені, а отже, вертикальні й горизонтальні ребра укосів отвору, які звернені всередину приміщення, є твірними тіні. З багатьох точок, які «світяться», в отворі виділяють точки, розташовані в кутах отвору. За допомогою точок 1, 2 і 3 будують падаючі тіні на підлозі, а за допомогою точок 4 і 5 — на стелі. Для побудови тіней необхідно спроецювати ці точки на ті площини приміщення, на яких мають бути побудовані тіні: на підлогу (точки 1', 2'), на стелю і бічну стіну (5''). Потім проводять із точок, які «світяться», перспективи променевих прямих через точки об'єкта, які визначають тінь, до перетину з вторинними проекціями променів. Так, наприклад, з точки 1 проведені промені 1A і 1B через кути столу до перетину з горизонтальною проекцією 1A<sub>1</sub>. Аналогічно побудовано другу тінь A<sub>0</sub>V<sub>0</sub> на підлозі від того самого ребра кришки столу за допомогою променевих прямих, проведених через точку 3, яка «світиться». Для побудови тіней на стелі проводять променеву пряму з точки 4 або 5 тощо. Інші побудови не потребують пояснень.

Тіні на підлозі та стелі приміщення не будуть однорідними за тоном. Ділянки тіні утворюють так звані зони «розмивання» тіні (півтінь).

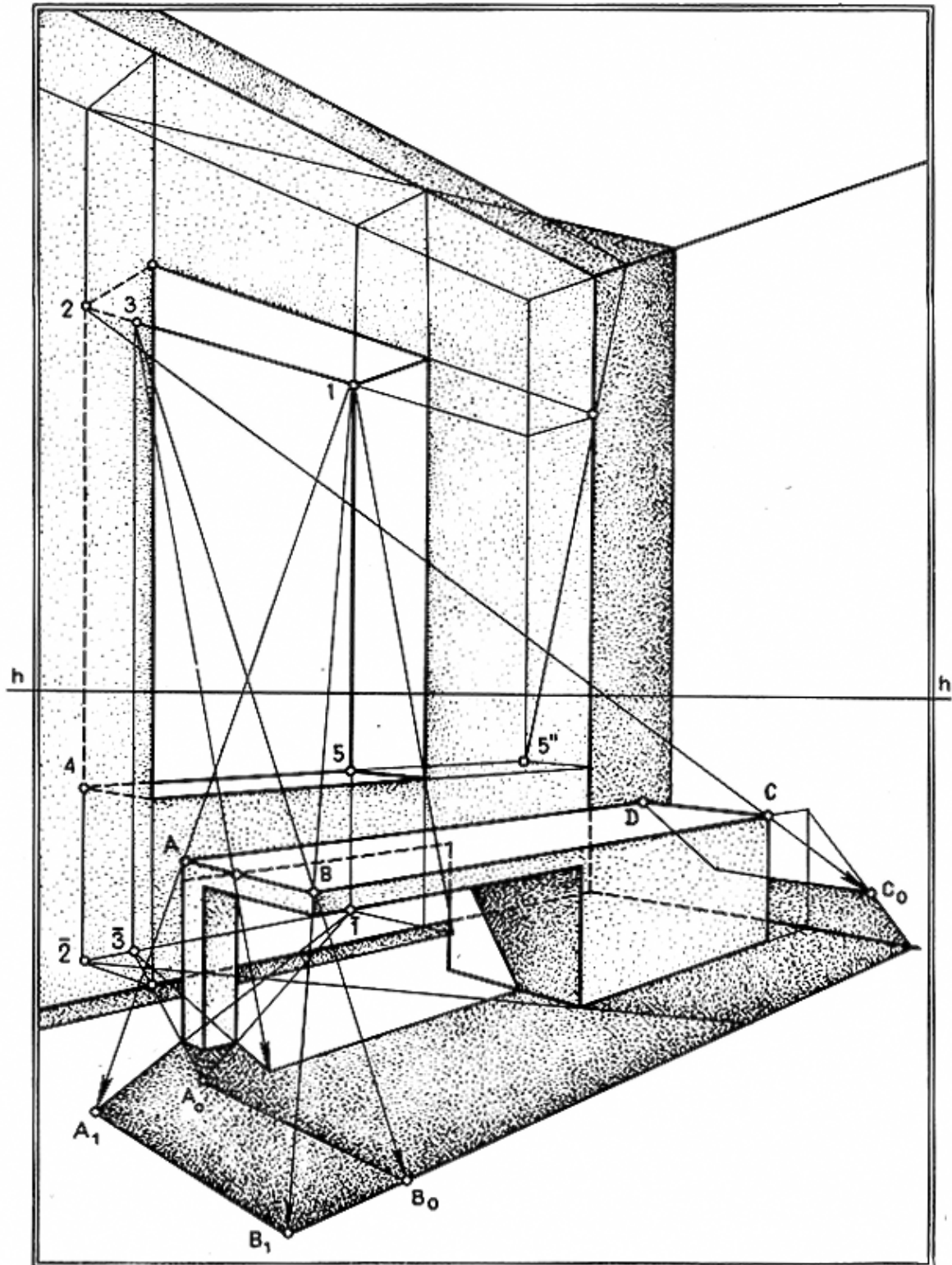


Рисунок 13.54 — Побудова тіней в інтер'єрі при розсіяному освітленні

### 3. Побудова тіней при точковому джерелі світла

Як і в попередньому прикладі, при точковому джерелі світла *промені прямі не паралельні між собою і не мають точок сходження, вони перетинаються в точці, яка «світиться» — у точці джерела світла*. Падаючі тіні будують за допомогою вторинної проєкції і світлового променя, а отже необхідно побудувати спочатку проєкції джерела світла  $L$  на ті огорожувальні площини інтер'єру, на яких потрібно буде будувати тіні (рис. 13.55, а).

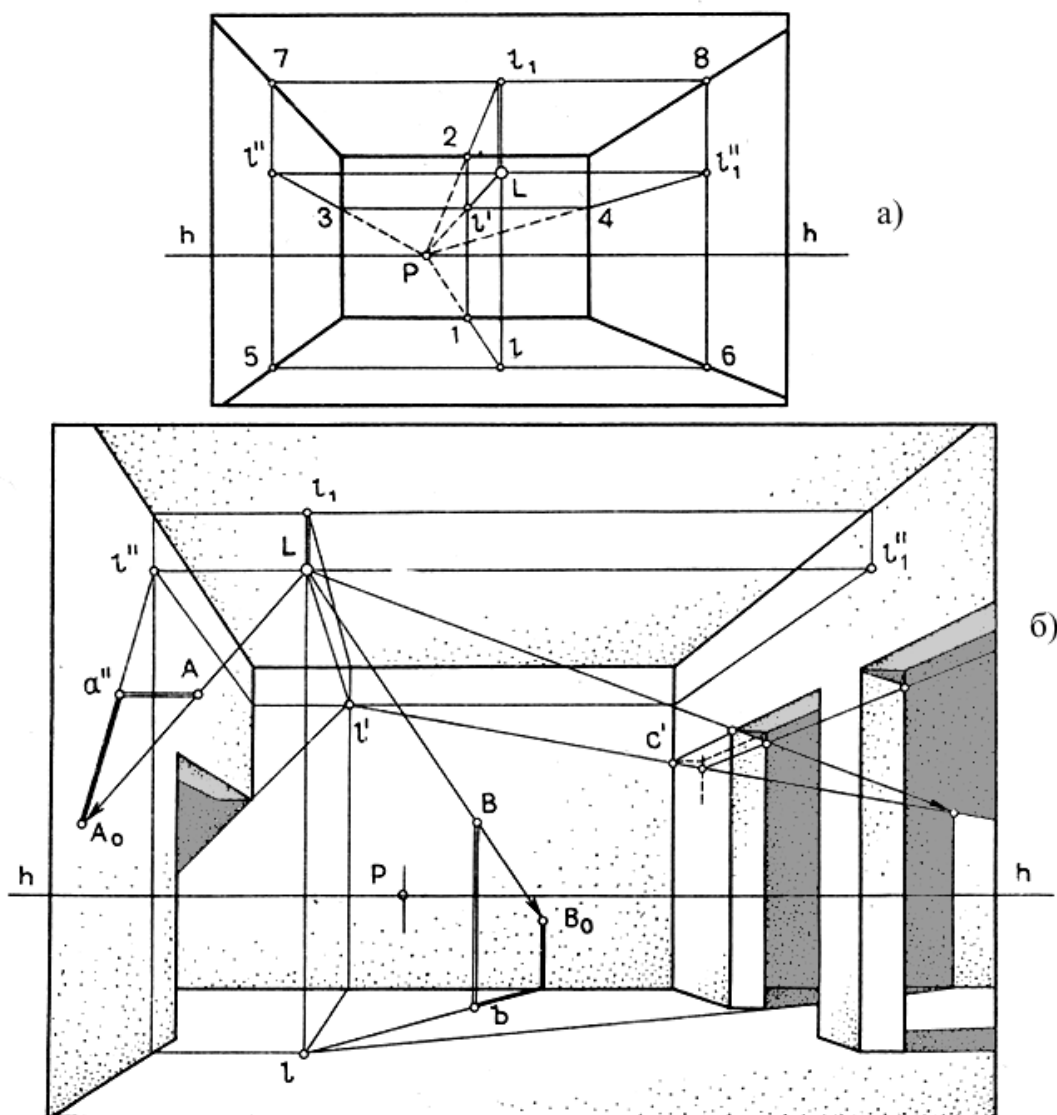


Рисунок 13.55 — Приклад побудови тіней в інтер'єрі при точковому джерелі світла

Для побудови тіні від точки А (рис. 13.55, б) через точку проводять промінь  $LA$ , а через профільну проекцію  $l''$  джерела світла — вторинну проекцію  $l''a''$  променя до перетину з перспективою променя в шуканій точці  $A_0$ . Аналогічно побудована тінь точки В і вертикальної жердини. Вертикальна променева площина, що проходить через відрізок прямої  $Bb$ , перетинає підлогу по вторинній проекції  $lb$  променя, а фронтальну стіну — по вертикалі. Тіні в простінках побудовані за допомогою проекції  $l'c'$  променя на фронтальну стіну.

На рисунку 13.56 наведено ще один приклад побудов тіней в інтер'єрі від точкового джерела світла.

Якщо джерелом світла є площа, яка «світиться», контури тіней можуть бути побудовані способом, який застосований на рисунку 13.54 під час побудови тіней від розсіяного світла, що проникає у віконний отвір. При декількох точкових джерелах світла будують тіні від кожного джерела світла окремо так, як це було зроблено на рисунку 13.54 — від точок 1 і 3. Місце накладення двох або декількох падаючих тіней називається *повною тінню*, неспівпадаючі частини називають *півтінню*. Унаслідок накладення контурів тіней відбувається «висвітлення» зовнішніх ділянок зони тіні залежно від кількості джерел світла та їхнього розміщення в інтер'єрі.

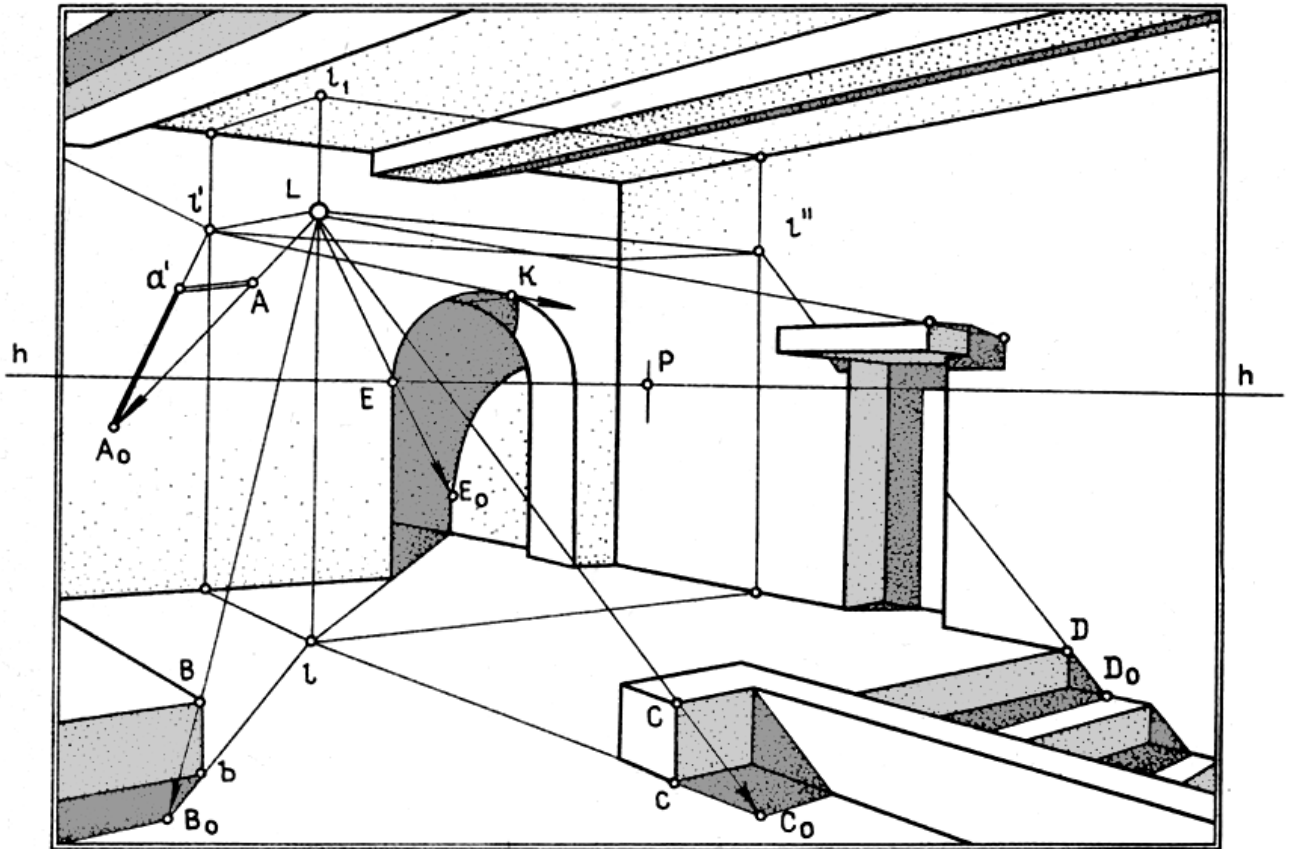


Рисунок 13.56 — Другий приклад побудови тіней в інтер'єрі при точковому джерелі світла

### 13.9 Побудова відображень

У процесі побудови перспектив об'єктів, розташованих поблизу водної поверхні, необхідно побудувати також відображення об'єкта. На перспективах інтер'єрів будівель будують відображення в тих випадках, коли в приміщенні є відбивні поверхні — підлога, облицьована полірованими плитами, паркетом, або дзеркальні поверхні стін.

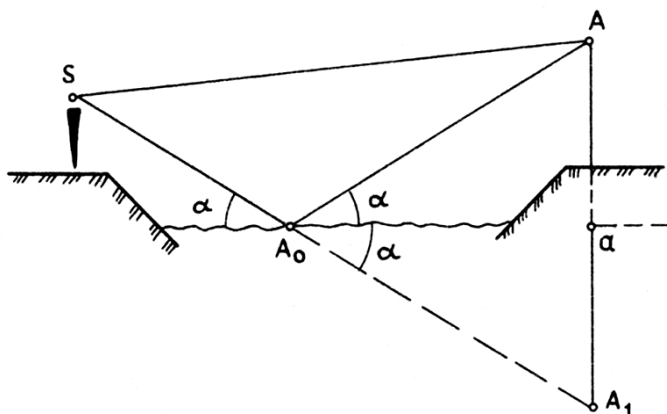


Рисунок 13.57 — Ілюстрація закономірності, що кут відображення дорівнює куту падіння

Побудова перспективи відображень заснована на відомій фізичній закономірності, що кут відображення променя дорівнює куту падіння (рис. 13.57). З точки S глядач побачить не тільки об'єкт A, а і його відображення A<sub>1</sub>, при цьому відображення об'єкта буде знаходитися по інший бік від поверхні, що відбиває на відстані, яка дорівнює висоті об'єкта над цією поверхнею.

Під час побудови перспективи відображень у горизонтальній поверхні води вертикальні прямі відображаються вертикальними, а горизонтальні — у вигляді горизонтальних прямих, спрямованих у ту саму точку сходження на горизонті, що і прямі об'єкта.



**Приклад 1.** Побудувати відображення перспективи об'єкта, розташованого на відбивній площині (рис. 13.58).

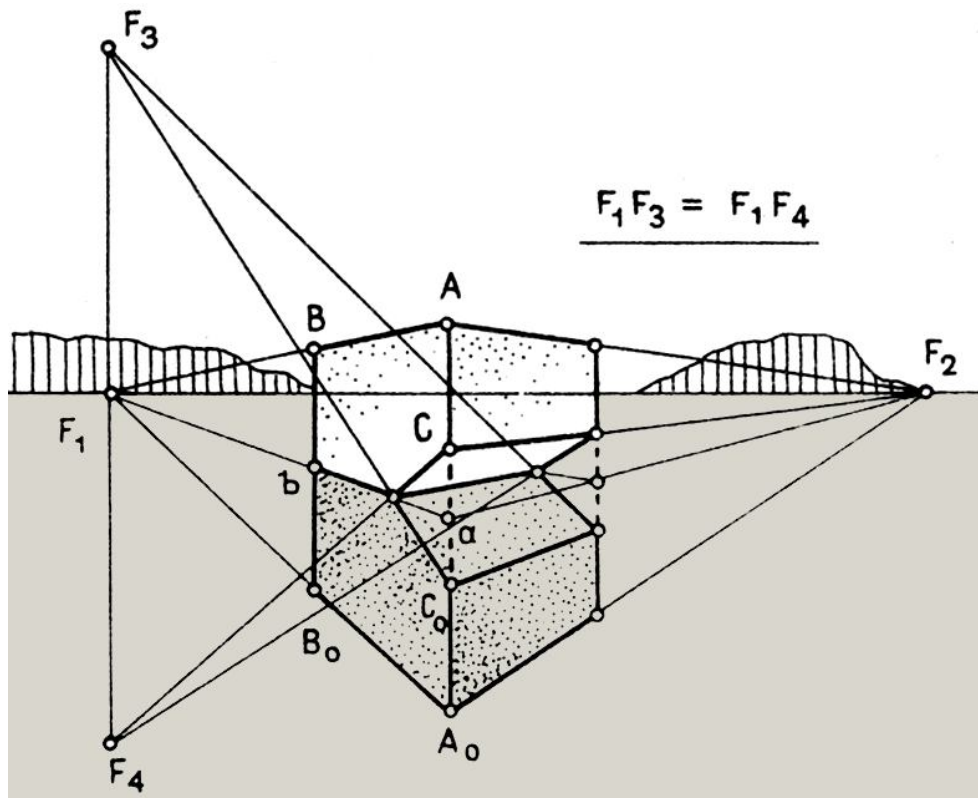


Рисунок 13.58 — Побудова відображення перспективи об'єкта, розташованого на відбивній площині

Відображення точки  $A$  побудоване в такий спосіб: з точки  $A$  опускають перпендикуляр на поверхню, що відбиває, і визначають його основу  $a$ , потім відкладають від цієї точки по іншій бік величину, що дорівнює перевищенню  $Aa$  цієї точки від водної поверхні. Горизонтальні прямі об'єкта та їхні відображення мають загальні точки сходження  $F_1$  і  $F_2$ . Точка сходження  $F_4$  відображених похилих прямих знаходиться від лінії горизонту на відстані, що дорівнює перевищенню точки сходження  $F_3$  похилих прямих об'єкта, і по інший від неї бік. Відображена перспектива об'єкта постає ніби «зворотною» його перспективою, що має загальні точки сходження. Однак вона не тотожна «прямій» перспективі — достатньо порівняти величину горизонтального кута об'єкта при вершині  $A$  і його відображення  $A_0$ .

**Приклад 2.** Побудувати відображення перспективи об'єкта, розташованого поблизу поверхні води (рис. 13.59).

Якщо на перспективному зображенні немає лінії безпосереднього зіткнення об'єкта з водною поверхнею, потрібно точки перетину перпендикулярів із поверхнею води будувати додатковими побудовами. Так, наприклад, основа  $a$  перпендикуляра, опущеного з точки  $A$  на поверхню, що відбиває, визначається за допомогою двох паралельних прямих, проведених у точку сходження  $F_1$ . Перспектива відображеної точки  $B_0$  побудована за допомогою горизонтальної прямої — бісектриси горизонтального кута, проведеної через точку  $A$  в точку сходження  $F_1$ .

Контури падаючих тіней будують, використовуючи зазначені раніше закономірності (падаюча тінь на бічному і фронтальному фасадах об'єкта та її відображення).

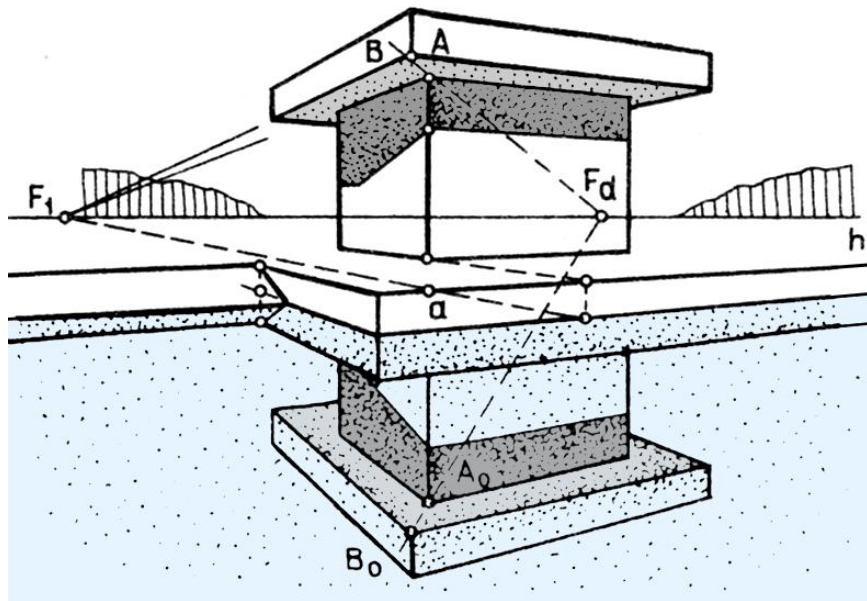


Рисунок 13.59 — Побудова відображення перспективи об'єкта, розташованого поблизу поверхні води

Побудову в перспективі інтер'єру відображень у горизонтальних площинах виконують тільки в тих випадках, коли ці площини, зазвичай підлога, мають поліровану блискучу поверхню. Побудови перспективи відображень у цьому разі аналогічні побудовам відображень у воді.

Побудова відображень у вертикальних площинах-дзеркалах заснована на тих самих закономірностях, що і відображення в горизонтальних площинах.

**Приклад 3.** На рисунку 13.60 побудова в перспективі відображення  $A''$  точки  $A$  в дзеркалі, розташованому в профільній площині, наочно підтверджує — відстань від точки  $A$  до дзеркала дорівнює відстані від нього до відображеної точки  $A''$ . Для того щоб побудувати відображення точки  $A$  в дзеркалі, розташованому фронтально, треба відкласти в перспективі відрізок  $A1$  по інший бік відбивної площини в напрямку головної точки  $P$ . Для цього потрібно розділити відрізок  $1-3$  навпіл і через середню точку  $2$  провести пряму  $A2a'$  — перспективу діагоналі прямокутника.

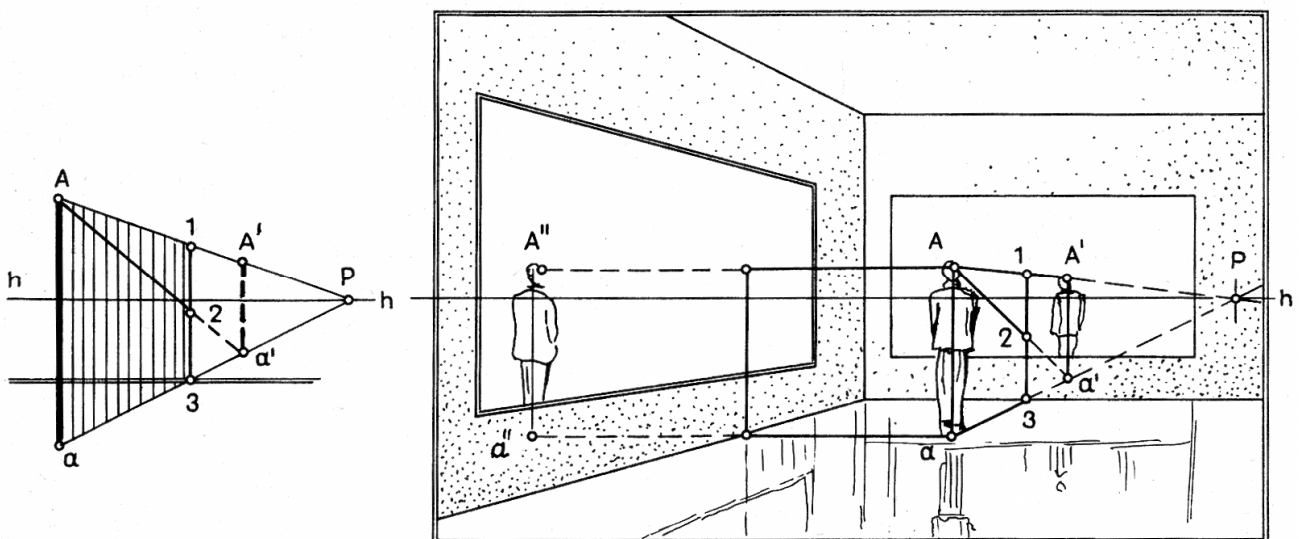


Рисунок 13.60 — Побудова відображень у вертикальних площинах-дзеркалах

# 14 ОСНОВИ БУДІВЕЛЬНОГО КРЕСЛЕННЯ

## 14.1 Загальні відомості

Зміст і оформлення будівельних креслень, масштаби, що застосовуються, і умовні позначення на кресленнях значною мірою залежать від вигляду будівельних об'єктів, а також від призначення самих креслень.

За призначенням будівельні об'єкти поділяють на *будинки* та *інженерні споруди*.

Наземні будівлі, що складаються з приміщень, призначених для житла, культурно-побутових, виробничих та інших цілей, називаються *будинками*.

Наземні будівлі, в яких зовсім немає приміщень для перебування людей або наявні окремі приміщення не визначають головного призначення цих будівель, називаються *інженерними спорудами*. До таких споруд належать маяки, мости, дамби, шлюзи, тунелі, естакади, набережні тощо.

Будинки за призначенням ділять на три групи:

- житлові та громадські (цивільні);
- промислові;
- сільськогосподарські.

Будівельними називаються креслення, які містять проєкційні зображення будівельних об'єктів або їхніх частин та інші дані, необхідні для їх зведення.

За призначенням будівельні креслення поділяють на дві основні групи: *креслення будівельних виробів* і *будівельно-монтажні креслення і схеми*.

Роботи з будівництва споруд поділяють на загальнобудівельні та спеціальні. До загальнобудівельних належать усі роботи з будівництва самого будинку, зокрема й оздоблювальні; до спеціальних — роботи з улаштування водопостачання та каналізації, опалення та вентиляції, газопостачання, електроосвітлення, телефонізації, благоустрою. У зв'язку з таким поділом будівельних робіт робочі креслення розділяються на окремі частини або комплекти. Кожному такому комплекту присвоюють назву та особливу марку, яку і проставляють на кожному кресленні цього комплекту в основному написі.

Будівельні креслення будинків і споруд складаються за загальними правилами прямокутного проєціювання на основні площини проєкцій. Зображення будинків мають окремі назви. До оформлення будівельних креслень висувають такі вимоги.

**Масштаби креслень** для житлових і громадських будинків вибирають такі:

- плани поверхів, підвалу, фундаментів, розрізи, фасади, монтажні плани перекриттів — М 1:100, 1:200, 1:500;
- плани секцій, фрагменти планів, розрізів і фасадів — М 1:50, 1:100;
- вироби й вузли — М 1:5, 1:10, 1:20.

### Типи ліній

На будівельних кресленнях використовують стандартні типи ліній. Товщина ліній для всіх типів зображень, виконаних в одному масштабі, має бути однаковою. Однак у будівельних креслень є деякі особливості в застосуванні окремих типів ліній. На планах і розрізах будинку видимі контури обводять лініями різної товщини.

Товстішою лінією обводять контури ділянок стін, що потрапили в січну площину. Контури ділянок стін, що не потрапили в площину перерізу, обводять тонкою лінією.

### Розміри на будівельних кресленнях

Розміри проставляють у міліметрах без зазначення одиниць вимірювання. Наносять у вигляді замкнутого ланцюга (рис. 14.1, а). Розміри дозволяється повторювати. Замість стрілок застосовують засічки у вигляді короткої суцільної основної лінії завдовжки 2–4 мм під кутом 45° до розмірної лінії (рис. 14.1, б). При цьому розмірні лінії мають виступати за крайні виносні на 1–3 мм. Розмірне число розташовують над розмірною лінією приблизно на відстані від 0,5 до 1 мм. При нестачі місця для засічок на розмірних лініях, які становлять замкнутий ланцюжок, засічки допускається замінювати точками (рис. 14.1, в).

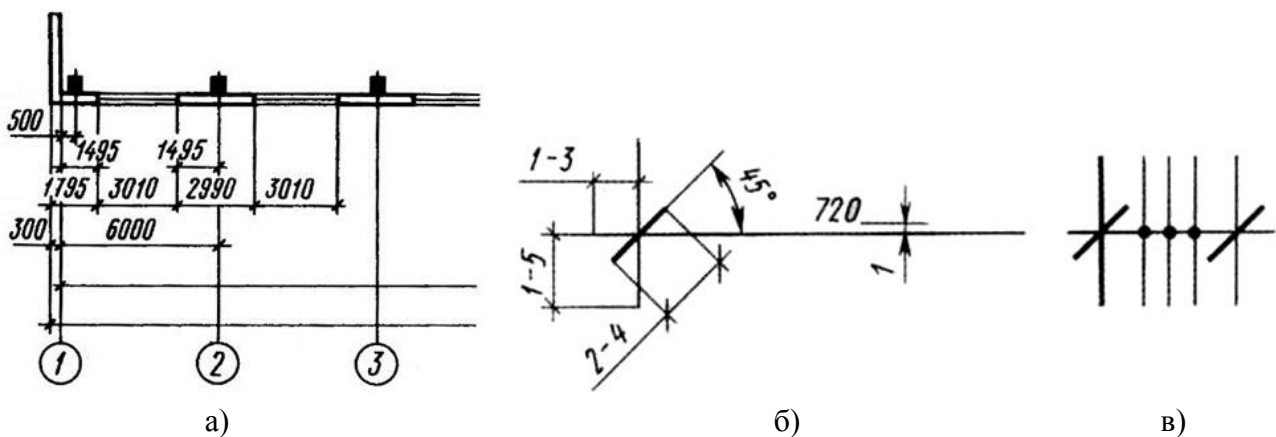


Рисунок 14.1 — Приклади проставлення розмірів на будівельних кресленнях

Відстань від контуру креслення до першої розмірної лінії рекомендується брати не менше 10 мм. Однак у практиці проектної роботи цю відстань беруть рівною 14–21 мм. Відстань між паралельними розмірними лініями має бути не менше 7 мм, а від розмірної лінії до кола координаційної осі — 4 мм (рис. 14.2).

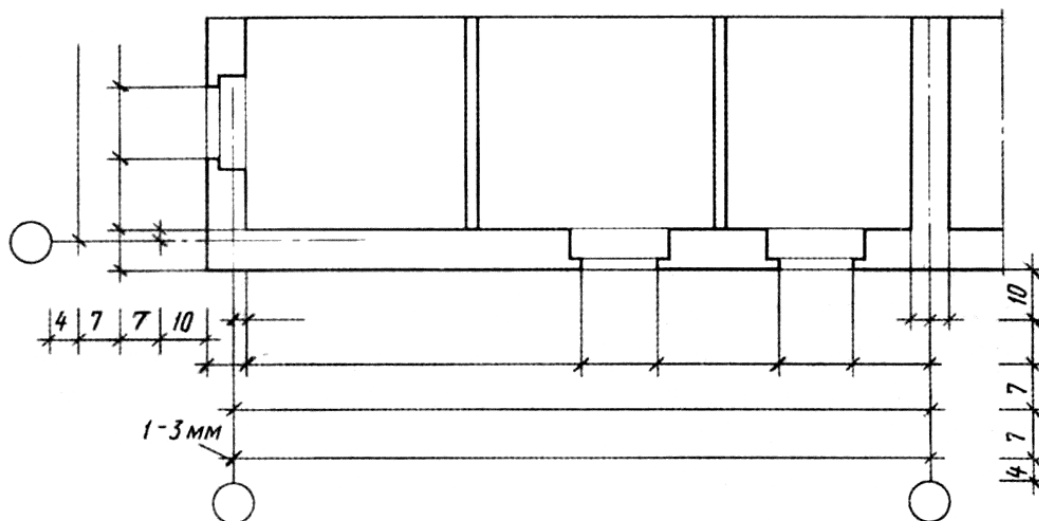


Рисунок 14.2 — Відстані розмірних ліній

Якщо в зображенні є низка однакових елементів, розташованих на рівних відстанях один від одного (наприклад, осей колон), розміри між ними проставляють тільки на початку та наприкінці ряду і зазначають сумарний розмір між крайніми елементами у вигляді множення кількості повторень на повторюваний розмір (рис. 14.3).

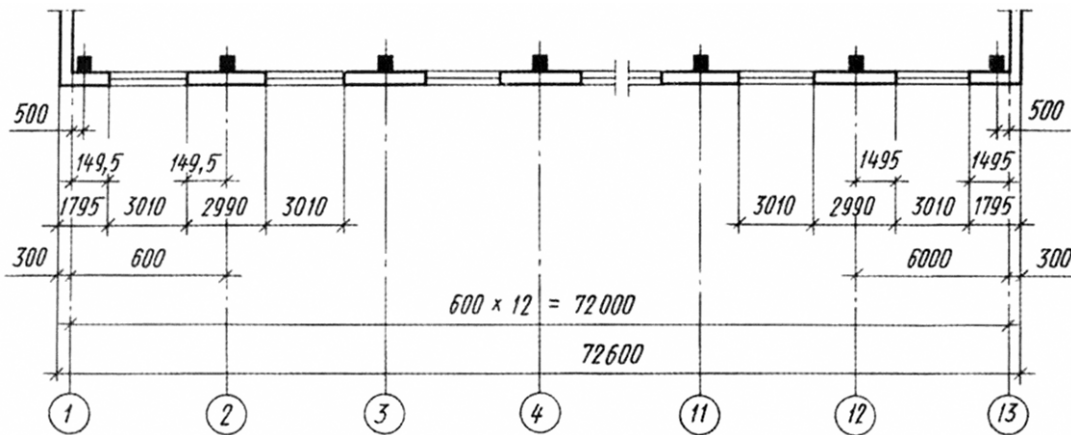


Рисунок 14.3 — Нанесення розмірів між елементами, розташованими на рівних відстанях

Позначки рівнів (висоти, глибини) елемента будинку або конструкції від якогось відлікового рівня, узятого за нульовий, розташовують на виносних лініях або лініях контуру й позначають так (рис. 14.4, а):

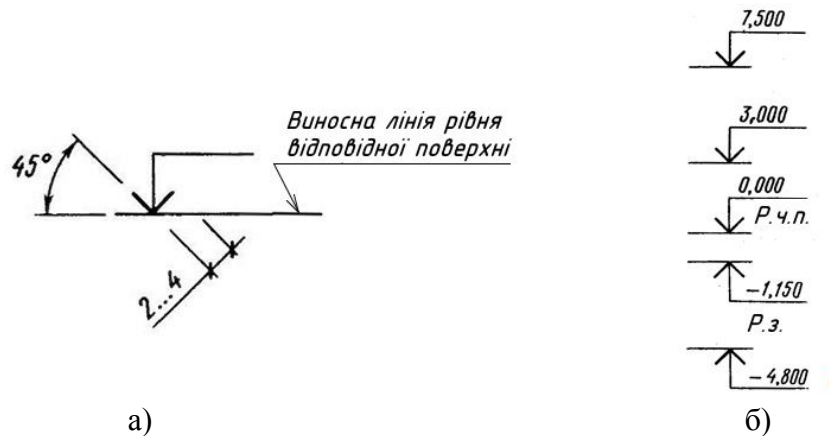


Рисунок 14.4 — Видя і правила нанесення позначок рівнів

Позначки вказують у метрах із трьома десятковими знаками. Умовну нульову позначку позначають 0.000. Позначки нижче умовної нульової записують зі знаком мінус, вище нульової — без знака (рис. 14.4, б). За нульову позначку для будинків зазвичай беруть рівень підлоги першого поверху. Позначки, якщо необхідно, супроводжують пояснювальними написами — Р.ч.п. (рівень чистої підлоги), Р.з. (рівень землі).

На планах розмірне число позначки наносять у прямокутнику, контур якого обведений тонкою суцільною лінією (рис. 14.5, а), або на полиці лінії-виноски. У цьому випадку перед розмірним числом позначки ставлять знак плюс або мінус (рис. 14.5, б).

Ухили. На будівельних кресленнях ухил вказують у вигляді простого дробу. Якщо необхідно, допускається ухил у вигляді десяткового дробу проставляти з точністю до третього знака. Перед розмірним числом, що визначає ухил, ставлять знак із двох ліній, які перетинаються під гострим кутом (рис. 14.5, в).

Позначення ухилу наносять безпосередньо над лінією контуру або на полиці ліній-виноски, до того ж нижня лінія знака ухилу має бути паралельна лінії контуру або лінії виноски, а гострий кут спрямований у бік ухилу.

На планах напрямок ухилу вказують стрілкою. У разі потреби над стрілкою ставлять значення ухилу (рис. 14.5, г).

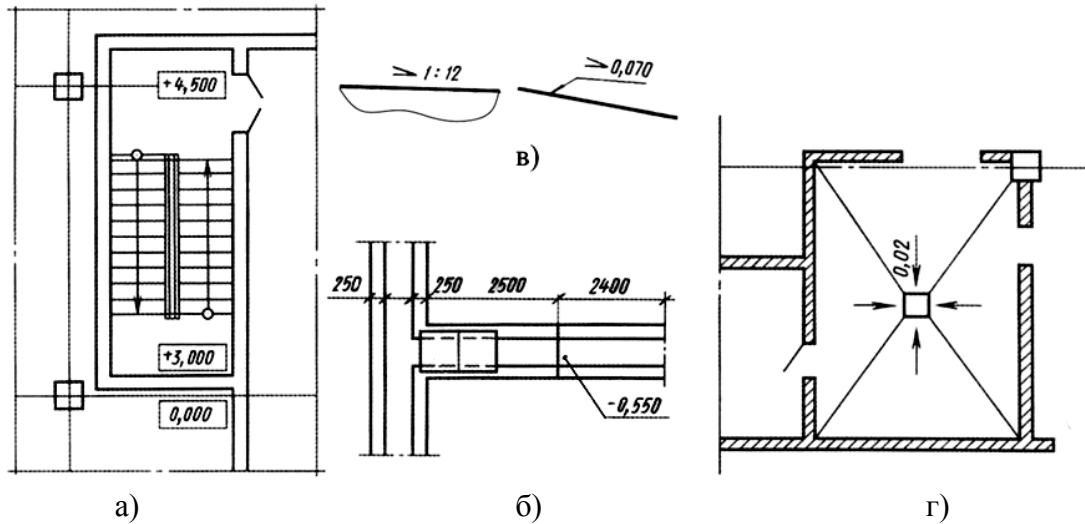


Рисунок 14.5 — Нанесення позначок рівнів і ухилів на планах

### Координатні осі

Основою для стандартизації та уніфікації у проектуванні, виготовленні виробів і будівництві є Єдина модульна система (ЄМС), яка являє правила координації розмірів на базі модуля. За розмір основного модуля (М) беруть розмір 100 мм. На базі основного утворюються укрупнені та дробові модулі, які отримують множенням М на цілі й дробові числа, наприклад: 6000, 3000, 1500 позначають 60М, 30М, 15М (укрупнені модулі), а 50, 20, 10, 5, 2 і 1 — 1/2М, 1/5М, 1/10М, 1/20М, 1/50М, 1/100М (дробові модулі).

Будинок або споруда в плані розчленовується осьовими лініями на елементи. Ці осі визначають розташування основних тримальних конструкцій і називаються *поздовжніми* й *поперечними координаційними осями*.

Відстань між осями в плані називається *кроком* (рис. 14.6). Крок може бути *поздовжнім* або *поперечним*. *Прогоном* називається відстань між осями в напрямку, який відповідає прогону основної тримальної конструкції перекриття або покриття.

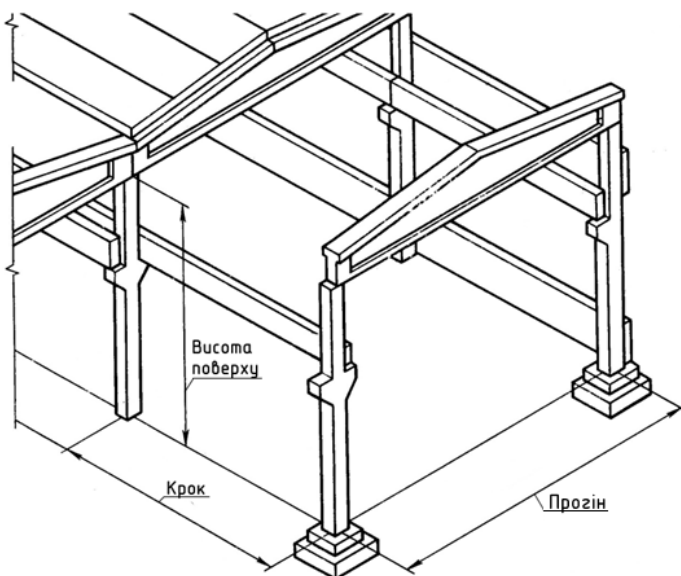


Рисунок 14.6 — Розташування координаційних осей

За висоту поверху  $H_n$  беруть відстань від рівня підлоги даного поверху до рівня підлоги розташованого вище поверху (рис. 14.7, а). В одноповерхових промислових будівлях висота поверху дорівнює відстані від рівня підлоги до нижньої грані конструкції покриття (рис. 14.7, б).

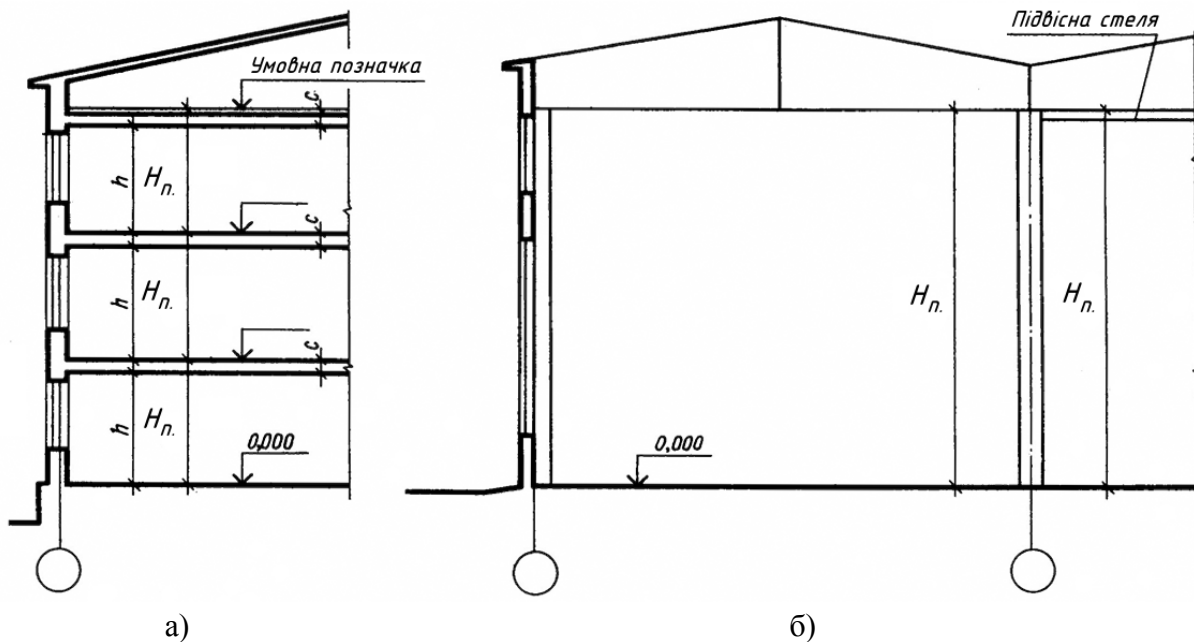


Рисунок 14.7 — Висота поверху у багатоповерхових та одноповерхових будівлях

Координатні осі наносять штрихпунктирними лініями й позначають марками в колах діаметром 8–12 мм. Цифрами маркують осі по стороні будинку з більшою кількістю осей. Для маркування осей на стороні будинку з їх меншою кількістю використовують великі літери українського алфавіту. Послідовність маркування — зліва направо, знизу вгору (рис. 14.8). Якщо положення осей на правій та верхній стороні плану не співпадає з розміткою осей лівої та нижньої його сторін, тоді координатні осі маркують на всіх сторонах плану або на тих двох сторонах, де немає збігу осей.

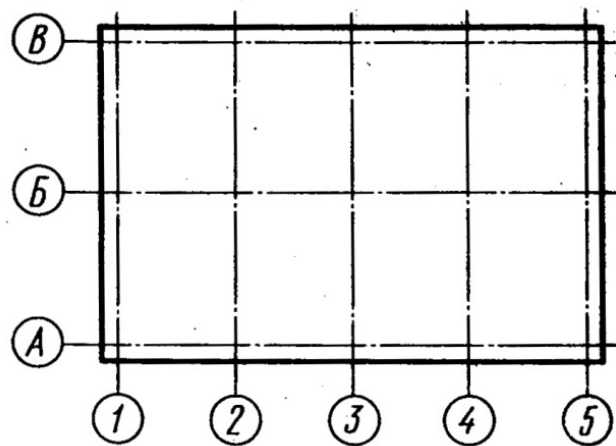


Рисунок 14.8 — Маркування координатних осей

У будинках із тримальними поздовжніми й поперечними стінами прив'язка до координатних осей зовнішніх і внутрішніх стін робиться в такий спосіб:

- внутрішню грань зовнішньої стіни розташовують від координатної осі на відстані  $M$  або  $2M$ , тобто 100 або 200 мм (модульна прив'язка);
- координатна вісь співпадає із внутрішньою поверхнею стіни (нульова прив'язка);
- у внутрішніх стінах координатна вісь має співпадати з віссю симетрії стіни, крім стін сходових кліток і стін із вентиляційними каналами (центральна прив'язка).

## 14.2 Архітектурно-будівельні робочі креслення

До складу комплексу креслень марки АР — «Архітектурні рішення» входять:

- загальні дані з робочих креслень;
- креслення підземних конструкцій будівлі;
- плани поверхів, розрізи, фасади, їхні фрагменти й вузли;
- план покрівлі (даху);
- план підлог;
- схеми розташування перегородок (крім залізобетонних);
- схеми заповнення віконних отворів (крім металевих).

### Деякі конструктивні елементи

Будівельні об'єкти складаються з окремих частин — *конструкцій*. Конструкції бувають *збірні*, що складаються з окремих елементів, і *монолітні*, виготовлені на місці монтажу.

*Фундаментом* під стіну або окрему опору (колону) називають підземну частину будівлі, через яку передається навантаження на ґрунт. Фундаменти бувають *стрічкові* й *стовпчасті*.

*Стіни* в приміщенні поділяють на *зовнішні*, які захищають приміщення від зовнішніх температурних і атмосферних впливів, і *внутрішні*, які відділяють одне приміщення від іншого.

Стіни бувають *тримальні* (які передають навантаження на фундамент від власної ваги та ваги перекриття і даху), *самотримальні* (тільки від власної ваги) і *навісні* (навішуються на колони, складаються з окремих плит і навантаження від ваги передають на колони).

Ділянка стіни, розташована між отворами, називається *простінком*.

*Каркас* є основною тримальною конструкцією в каркасних будівлях. Він складається з системи пов'язаних між собою вертикальних колон і горизонтальних балок (*прогонів* і *ригелів*).

*Перегородки* — внутрішні огорожувальні конструкції.

*Пілястри* — вузькі вертикальні потовщення в стінах, що слугують для збільшення їх стійкості. Влаштовують їх у місцях спирання на стіни елементів перекриття або покриття.

*Цоколь* — нижня частина зовнішньої стіни, яка спирається на фундамент.

*Перекриття* — внутрішня горизонтальна конструкція, що розділяє будівлю на поверхи.

*Покриття* — верхня захисна конструкція, що відокремлює приміщення будівлі від зовнішнього середовища.

*Покрівля* — верхній водоізолювальний шар покриття або даху будівлі.

*Карниз* — горизонтальний профільований виступ стіни, що слугує для відводу від поверхонь стін атмосферних опадів. Відстань, на яку карниз виступає за поверхню стіни, називається *виносом карниза*.

*Отвір* — наскрізний отвір у стіні, призначений для встановлення вікна, двері, воріт тощо.

*Чвертю* називається виступ в отворі, що дорівнює приблизно одній четвертій частині цегли.

*Віконний блок* — віконне плетіння з коробкою.

*Дверний блок* — дверне полотно з коробкою.

*Сходова клітка* — огорожене капітальними (тримальними) стінами приміщення сходів.

*Сходовий марш* — похилий елемент сходів зі ступенями (не більше 18 сходин).

*Сходовий майданчик* — горизонтальний елемент сходів між маршами. *Основний* — на рівні поверхів, *проміжний* — для переходу з одного маршру на інший.

*Пандус* — гладкий похилий в'їзд або вхід у будівлю або приміщення. Ухил пандусів невеликий — від 5° до 12°.



## Умовні зображення елементів будинків і деяких санітарно-технічних пристроїв

У таблиці 14.1 подано умовні графічні зображення на будівельних кресленнях. Варто зважати на те що, виконуючи креслення планів будівель у масштабі 1:200 і дрібніше, чверті у віконних отворах не показують.




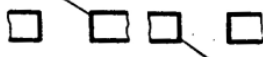
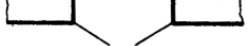
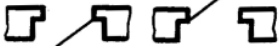
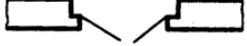



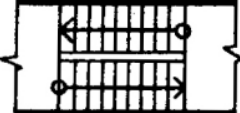


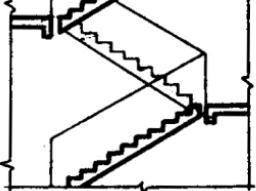
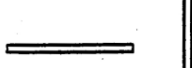

На фасаді плетіння, які відкриваються, позначають трикутником. Основа трикутника визначає місце, де навішується плетіння. Якщо трикутник обведений тонкою суцільною лінією, то плетіння відкривається назовні, а якщо тонкою штриховою — то всередину. В умовах зображення підйомних і розсувних плетінь напрямок переміщення стулок показують стрілкою, плетіння глухе (яке не відчиняється) позначається крапкою.






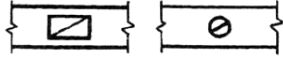











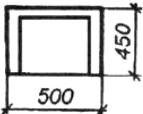
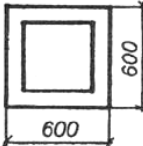
При зображенні дверей у плані кут нахилу полотна двері до площини стіни береться рівним 30°.

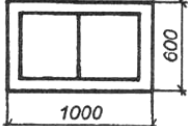
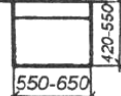
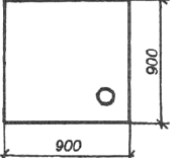
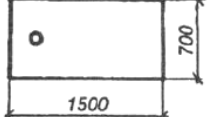
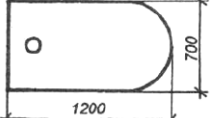
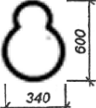
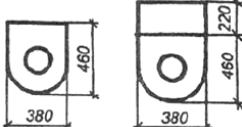
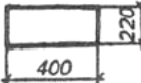
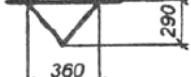
Розміри каналів зазначають тільки тоді, коли вони не наведені на інших кресленнях.

Таблиця 14.1 — Умовні графічні зображення на будівельних кресленнях

Назва	Зображення
1	2
1. Отвір без чвертей у стіні або перегородці	
<b>Вікна</b>	
2. Отвір віконний без чвертей з одинарним заскленням	
3. Отвір віконний з чвертями з подвійним заскленням	
4. Плетіння з боковим причепленням, що відкривається всередину, назовні	
5. Плетіння з нижнім причепленням, що відкривається всередину, назовні	
6. Плетіння з верхнім причепленням, що відкривається всередину, назовні	
7. Плетіння із середнім причепленням горизонтальним, вертикальним	

1	2
8. Плетіння розсувне	
9. Плетіння з підйомом	
10. Плетіння глухе	
<b>Двері (ворота)</b>	
11. Двері однопільні в отворі без чвертей	
12. Двері двопільні в отворі без чвертей	
13. Двері однопільні в отворі з чвертями	
14. Двері двопільні в отворі з чвертями	
15. Двері однопільні з хитним полотном	
16. Двері відкатні однопільні	
17. Двері обертальні	
<b>Сходи</b>	
18. Сходи в плані — верхній марш	
19. Сходи в плані — проміжні марші	
20. Сходи в плані — нижній марш	
21. Сходи в розрізі в масштабі 1:100 і менше	
<b>Перегородки, кабінки, шафи</b>	
22. Перегородка в плані й розрізі	
23. Перегородка збірна щитова в плані	

1	2
24. Перегородка зі склоблоків у плані й розрізі	
25. Душові кабінки в плані	
26. Кабіни туалетів в плані	
27. Шафа вбудована в плані	
<b>Отвори, канали в стінах</b>	
28. Отвір прямокутний, круглий	
29. Вентиляційні шахти і канали	
30. Димар у плані (тверде паливо)	
31. Димар у плані (рідке паливо)	
32. Газовідвідні труби	
<b>Печі, плити, холодильники</b>	
33. Піч опалювальна (загальне призначення)	
34. Піч опалювальна стаціонарна на газі	
35. Плита (загальне призначення)	
36. Плита стаціонарна електрична	
37. Плита стаціонарна на газі	
38. Плита переносна на газі	
39. Плита переносна електрична	
40. Холодильник	
<b>Санітарно-технічні пристрої</b>	
41. Раковина	
42. Мийка кухонна на одне відділення	

1	2
43. Мийка кухонна на два відділення	
44. Умивальник	
45. Піддон душовий	
46. Ванна	
47. Ванна сидяча	
48. Біде	
49. Підлоговий унітаз	
50. Бачок змивний	
51. Пісуар настінний	

Розміри найбільш поширеного санітарно-технічного обладнання, а також кухонних плит подані на рисунку 14.9.

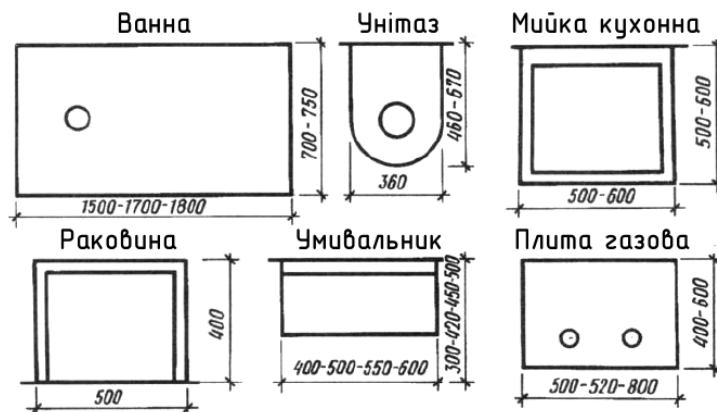


Рисунок 14.9 — Розміри санітарно-технічного обладнання і кухонних плит

### 14.3 Креслення планів будинків

Планом будівлі називається зображення будівлі, подумки розсіченої горизонтальною площиною на рівні віконних і дверних отворів (~ 1 м) і спроеційованої на горизонтальну площину проєкцій. Тобто план — це горизонтальний розріз (рис. 14.10).

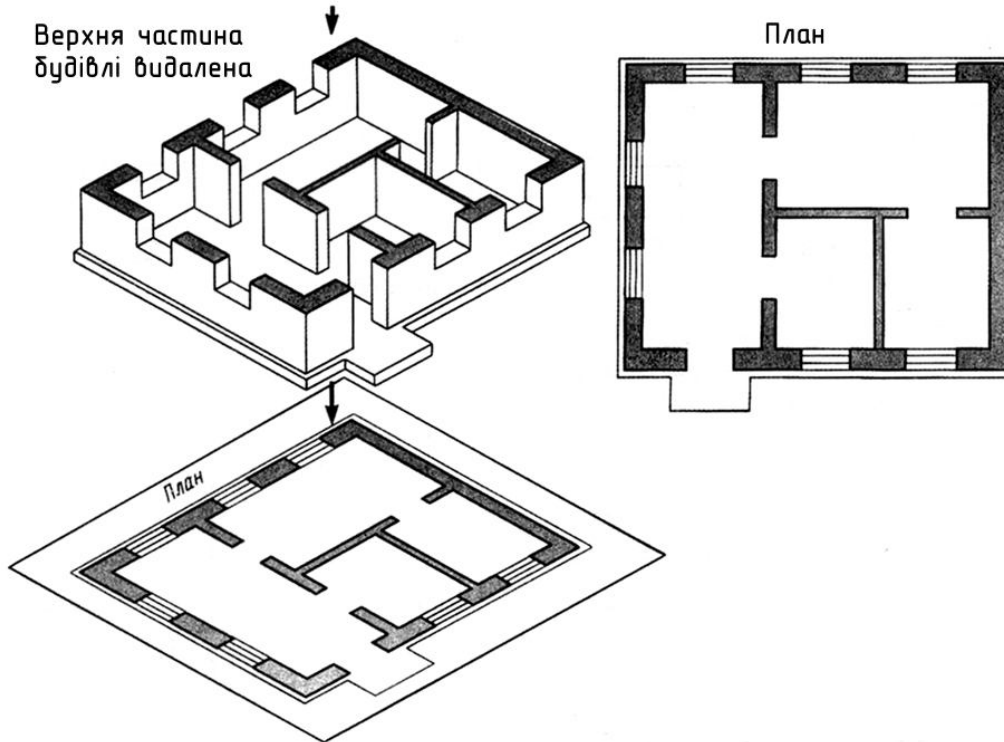


Рисунок 14.10 — Утворення плану будівлі

План будівлі дає уявлення про її конфігурацію та розміри, виявляє форму і розташування окремих приміщень, віконних і дверних отворів, капітальних стін, колон, сходів, перегородок. На план наносять контури елементів будівлі (стіни, простінки, стовпи, перегородки тощо), які потрапили в розріз і розташовані нижче або вище січної площини.

План розташовують під фасадом у проєкційному зв'язку з ним.

Зазвичай невидимі конструктивні елементи на планах не показують. Але якщо на інших кресленнях неможливо показати цей елемент як видимий, на плані його зображують штрихами. При цьому зображуваний елемент може бути розташований як нижче січної площини (ніша для батарей опалення), так і вище за неї (антресолі) (рис. 14.11).

На планах будинків зазвичай показують санітарно-технічне обладнання. Його креслять у тому самому масштабі, що і план будівлі. Розміри санітарно-технічного обладнання зображують згідно з таблицею 14.1 і рисунком 14.9.

На плані поверхів житлових і громадських будівель іноді показують розміщення меблів або іншого обладнання.

Якщо плани поверхів відрізняються один від одного лише влаштуванням окремих ділянок зовнішніх стін, потрібно креслити план одного поверху, і тільки по його периметру розташовувати плани (стрічки) ділянок стін, які чимось відрізняються. При двоярусному розташуванні вікон у приміщенні на основному плані показують отвори нижнього ярусу. Плани ділянок стін з отворами другого ярусу розташовують по периметру основного плану у вигляді окремих стрічок (рис. 14.12).

План 1-20 поверху

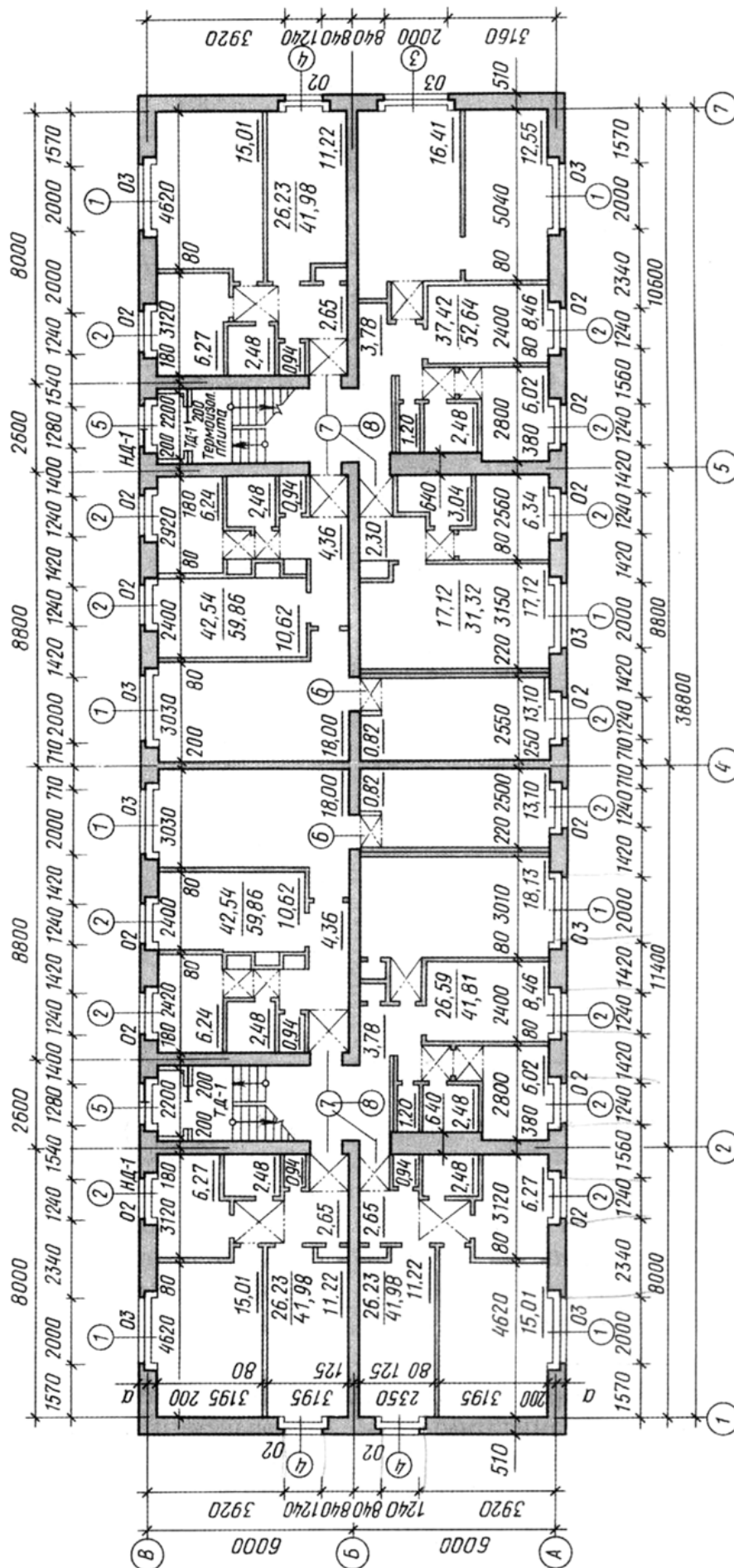


Рисунок 14.11 — Приклад плану будинку

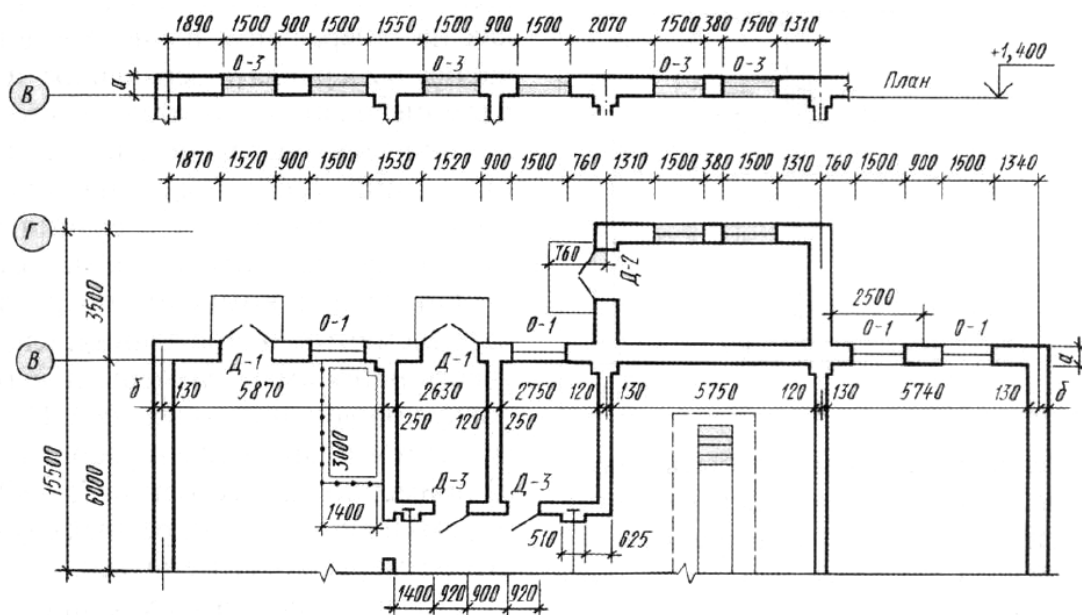


Рисунок 14.12 — План ділянки стіни з отворами другого ярусу

Виконуючи плани цивільних і промислових будинків у дрібному масштабі, складні ділянки потрібно зображувати на фрагментах (рис. 14.13). *Фрагментом* є окрема ділянка будь-якої частини плану, зроблена в більшому масштабі й з більшим ступенем деталізації. На ньому наносять усі необхідні розміри та позначення.

На ділянках, які деталізуються на фрагментах, не проставляють окремі розміри. У таких випадках обмежуються основними та розмірами прив'язок.

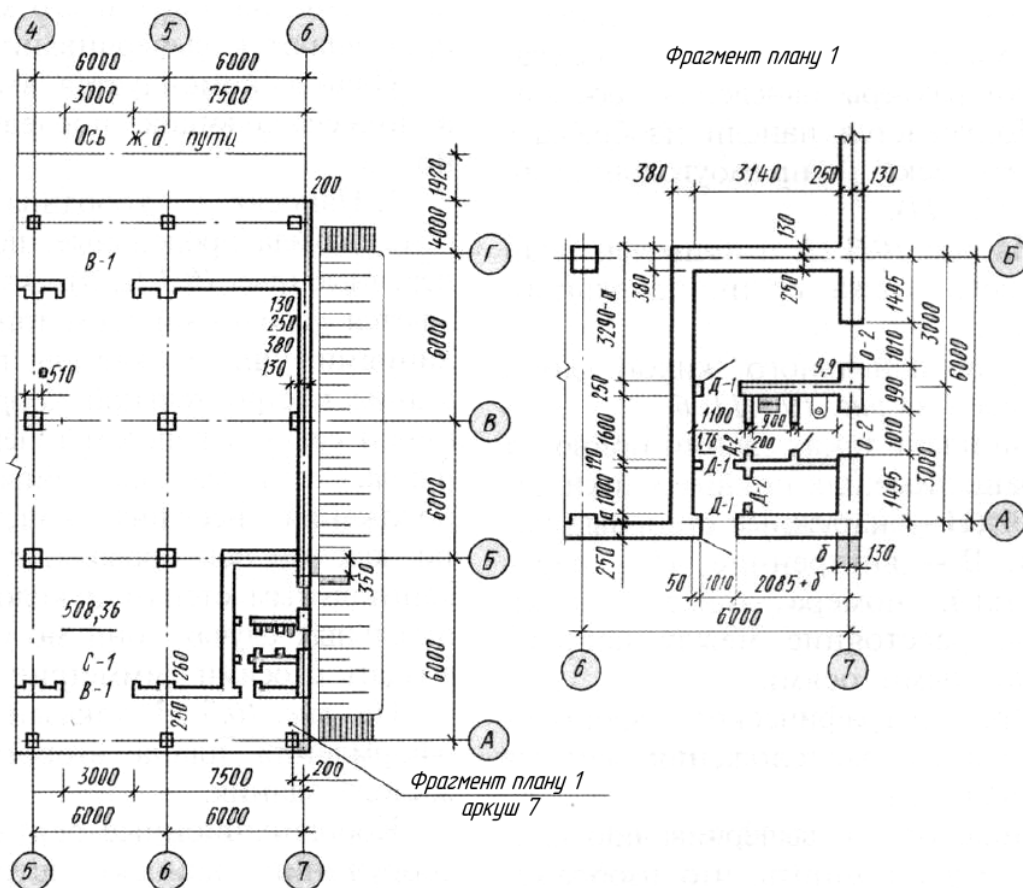


Рисунок 14.13 — Приклад плану й фрагмента до нього

Якщо планування приміщень однакове, то, крім плану першого поверху, виконують план другого поверху і називають його *планом типового поверху*.

На плані типового поверху конструктивні елементи зображають спрощено — віконні отвори без чвертей, дверні отвори без полотен, перегородки — однією лінією.

Плани секційних будинків мають велику довжину і кресляться в дрібному масштабі, тому їх доповнюють кресленнями планів секцій.

*Житлова секція* становить декілька квартир із різною кількістю житлових кімнат, розташованих близько сходової клітки.

Головне призначення плану — дати загальне уявлення про форму та розміри будинку, про кількість секцій, планування квартир і техніко-економічні характеристики квартир та секцій. Приклад креслення плану секції подано на рисунку 14.14.

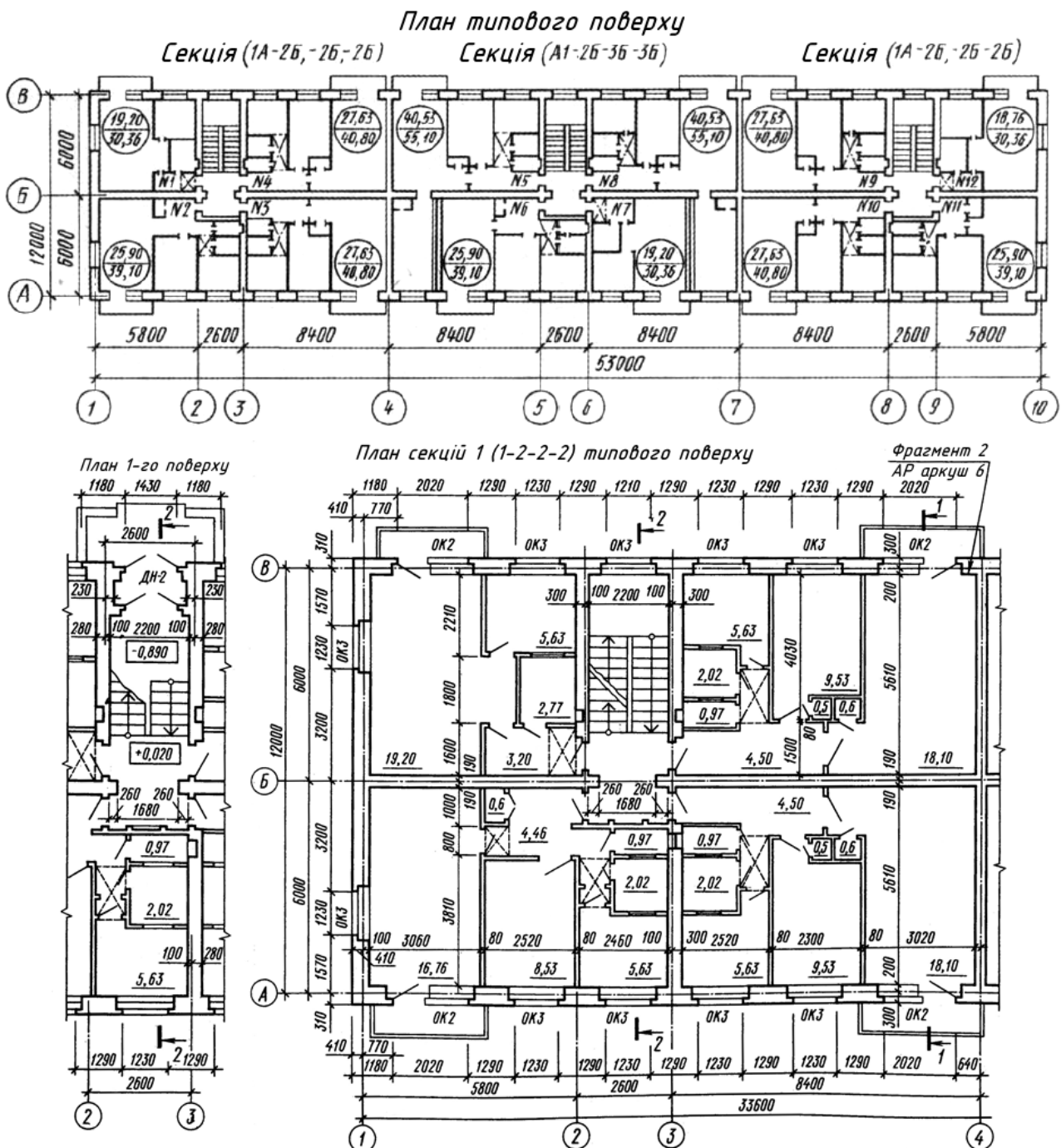


Рисунок 14.14 — Приклад плану житлової секції типового поверху



Для повної характеристики будівлі архітектурно-будівельна частина проекту містить різні плани: плани підвалу і фундаментів, плани неповторюваних поверхів (цокольного або першого), план типового поверху, плани підлог і покрівлі.

Приступаючи до креслення плану, потрібно пам'ятати, що зображення плану будівлі необхідно розташовувати довгою стороною уздовж аркуша. Сторону плану, відповідну головному фасаду будівлі, рекомендується розвертати до нижнього краю аркуша. План будівлі на аркуші має розташовуватися за можливістю так само, як на генеральному плані. Не допускається креслити дзеркальне зображення плану щодо його положення на генеральному плані. Плани будівель розташовують на аркуші в порядку зростання нумерації поверхів від низу до верху або зліва направо.

Визначаючи композицію різних елементів плану будівлі, потрібно врахувати розміри, які наносяться, і маркування координаційних осей. Тому креслення плану має розташовуватися приблизно на відстані 75–80 мм від рамки аркуша. У певних випадках ці розміри можуть змінюватися.

Після визначення місця розташування плану на аркуші та його масштабу приступають до креслення.

### **План рекомендується виконувати в такій послідовності:**

1. Наносять координаційні осі, спочатку поздовжні, потім поперечні (рис. 14.15, а). Ці осі є умовними геометричними лініями. Вони слугують для прив'язки будівлі до будівельної координаційної сітки й реперів генерального плану, а також для визначення положення тримальних конструкцій, оскільки ці осі проводять тільки по капітальних стінах і колонах. В окремих випадках вони можуть не співпадати з осями симетрії стін.

Маркування починають зліва направо і знизу вгору. Зазвичай маркувальні кола (їх діаметр 8–12 мм) розташовують із лівого і нижнього боку будівлі (див. рис. 14.8). Якщо ж розташування осей на правій і верхній стороні плану не співпадає з розбивкою осей лівої та нижньої його сторін, то координаційні осі маркують на всіх сторонах плану або на тих двох, де немає збігу осей (рис. 14.16).

2. Креслять тонкими лініями (завтовшки 0,3–0,4 мм) контури поздовжніх і поперечних зовнішніх і внутрішніх капітальних стін і колон (рис. 14.15, б).

Капітальні зовнішні та внутрішні стіни, колони та інші конструктивні елементи прив'язують до координаційних осей, тобто визначають відстані від внутрішньої або зовнішньої площини стіни або геометричної осі елемента до координаційної осі будівлі.

У зовнішніх тримальних стінах координаційна вісь проходить від внутрішньої площини стін на відстані, яка дорівнює половині номінальної товщини внутрішньої тримальної стіни, кратній модулю або його половині (рис. 14.17, а, б). У цегляних стінах цю відстань найчастіше беруть рівною 200 мм або рівною модулю, тобто 100 мм. Допускається проводити координаційні осі по внутрішній площині зовнішніх стін (рис. 14.17, г). Якщо елементи перекриття спираються на зовнішню стіну по всій її товщині, модульна координаційна вісь поєднується з зовнішньою гранню стіни (рис. 14.17, г).

У внутрішніх стінах геометрична вісь симетрії поєднується з координаційною віссю (рис. 14.17, а). Порушення цього правила допускається для стін сходових кліток і для стін із вентиляційними каналами.

Якщо балки прогонів або ферми спираються на внутрішні пілястри зовнішніх стін, за внутрішню грань стіни береться грань пілястра в рівні верхньої частини стіни (рис. 14.17, в).

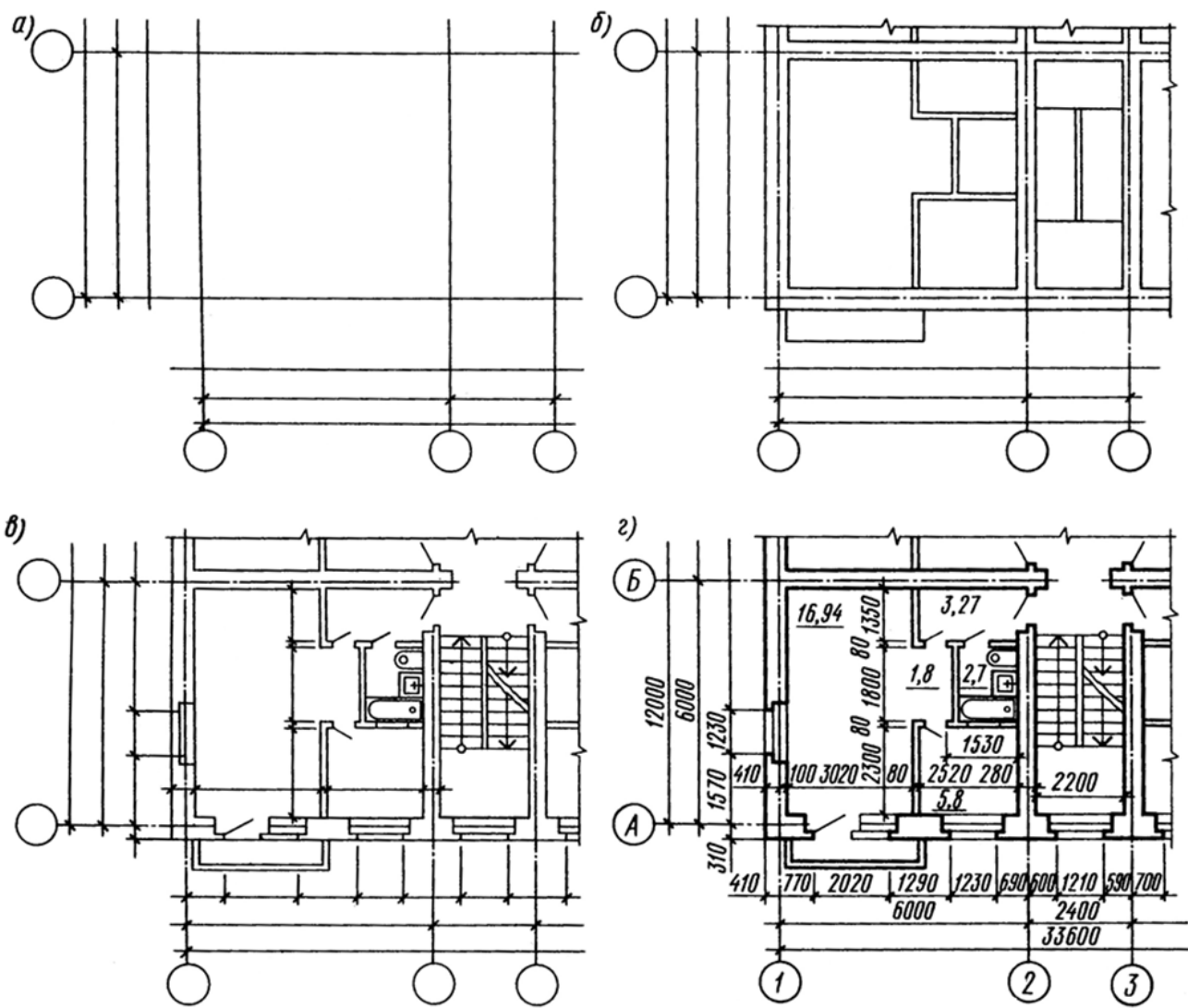


Рисунок 14.15 — Послідовність виконання плану будинку

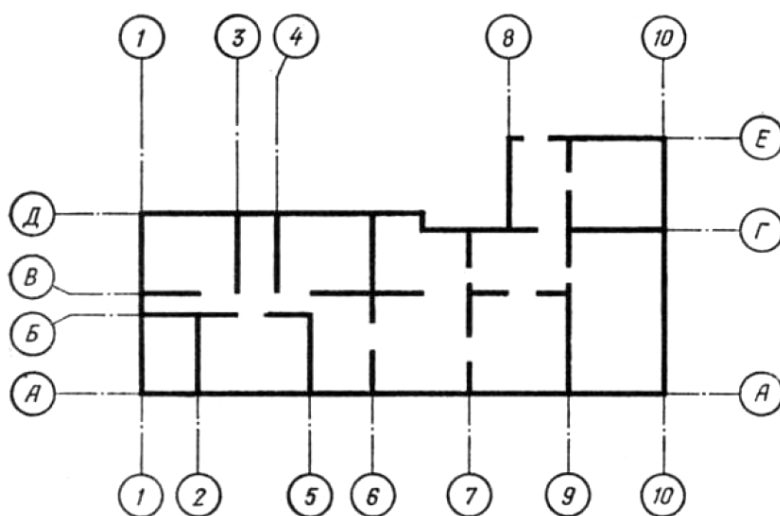


Рисунок 14.16 — Приклад маркування осей на всіх сторонах плану

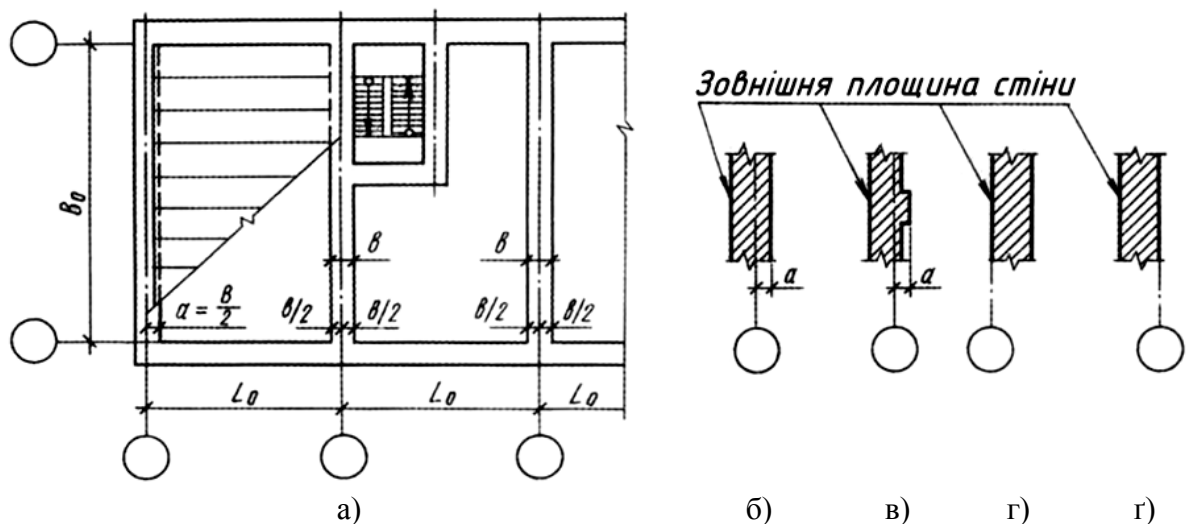


Рисунок 14.17 — Різновиди прив'язок конструктивних елементів до координаційних осей

У каркасних будівлях геометричний центр перерізу колони внутрішнього ряду співпадає з перетином модульних координаційних осей (рис. 14.18).

Модульні координаційні осі, перпендикулярні напрямку колон крайнього ряду, потрібно суміщати з геометричною віссю колон.

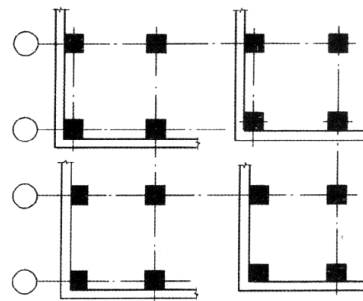


Рисунок 14.18 — Різновиди прив'язок колон до осей

3. Креслять контури перегородок тонкими лініями (рис. 14.15, б). Потрібно звернути увагу на відмінність у приєднанні зовнішніх і внутрішніх капітальних стін і капітальних стін і перегородок (рис. 14.19).

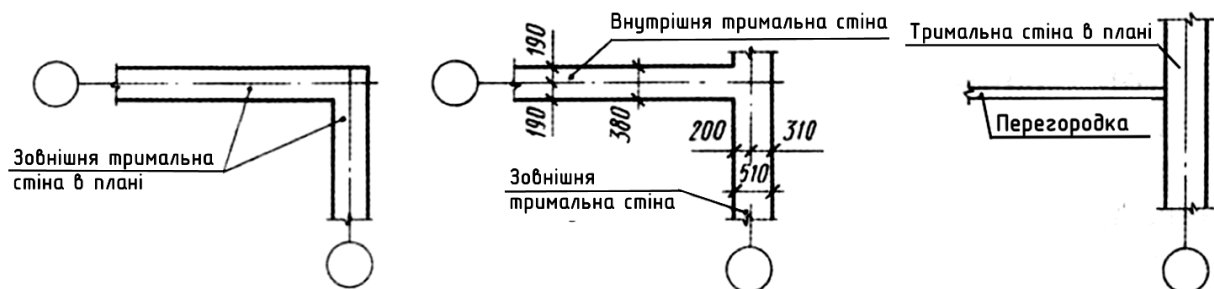


Рисунок 14.19 — Правила приєднання зовнішніх і внутрішніх капітальних стін і перегородок

4. Виконують розбивку віконних і дверних отворів (рис. 14.15, в).

Умовні позначення віконних і дверних отворів з заповненням та без нього зображують згідно з таблицею 14.1. Якщо план виконується в масштабі 1:50 або 1:100, за наявності в отворах чвертей, їхнє умовне зображення дають на кресленні.

Чверть — це виступ у верхніх і бічних частинах отворів цегляних стін, що зменшує продувність і полегшує кріплення коробок (рис. 14.20).

5. Креслять умовні позначення сходів, санітарно-технічного та іншого обладнання, а також зазначають напрямок відкривання дверей (рис. 14.15, в).

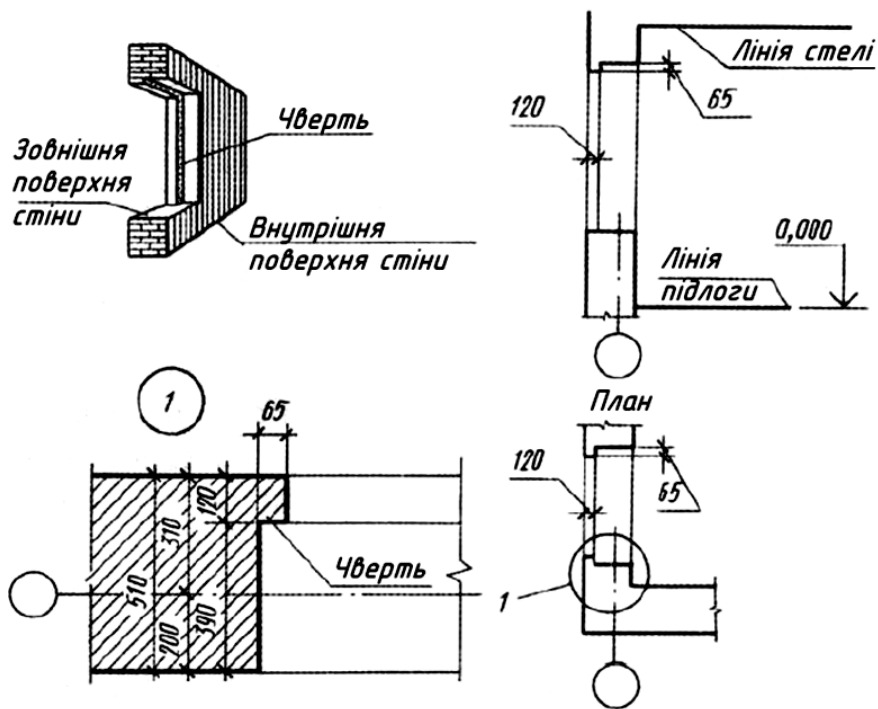


Рисунок 14.20 — Зображення та розміри чвертей в отворах

Зовнішні двері з вулиці в будинок мають відкриватися назовні, а двері зі сходів у квартиру — усередину квартири. Відкривання інших дверей визначається зручністю планування та експлуатації.

Підйом з одного поверху на інший зазвичай здійснюється за двома маршами. Оскільки план поверху утворюють розсіченням умовною січною площиною на рівні  $\sim 1$  м, то в сходовій клітці висхідний марш перетинається приблизно посередині. На плані в цьому місці проводять хвилясту лінію обриву під кутом  $45^\circ$ , довша сторона цієї частини маршу має прилягати до стіни сходової клітки. На планах першого поверху показують укорочений цокольний марш (див. рис. 14.11 або 14.14).

Під час виконання креслень планів будинків, графічне позначення печей або приладів санітарно-технічного обладнання слід креслити в масштабі, прийнятому для цього плану.

Вентиляційні канали в поперечних стінах зазвичай не показують. Їх викладають за спеціальними кресленнями — розгортками стін з каналами.

Невидимі конструктивні елементи на планах показують у тих випадках, коли вони не можуть бути зображені на інших кресленнях як видимі. Їх зображують штриховими лініями.

6. Наносять виносні, розмірні лінії та маркувальні кола.

Першу розмірну лінію, як усередині габариту плану, так і поза ним, необхідно розташовувати не ближче 10 мм від контуру креслення. Однак у зв'язку з тим, що перед першою розмірною лінією часто розміщують марки різних елементів будівлі, цю відстань збільшують до 14–21 мм і більше.

Наступні розмірні лінії розташовують на відстані мінімум 7 мм одна від одної. Розміри, що виходять за габарит плану, найчастіше наносять у вигляді трьох або більше розмірних «ланцюжків» (див. рис. 14.2). Маркувальні кола координатних осей розташовують на відстані 4 мм від останньої розмірної лінії.

7. Проставляють необхідні розміри, марки осей та інших елементів (рис. 14.15, г).

Марки віконних отворів і зовнішніх дверей проставляють із зовнішнього боку стіни (див. рис. 14.14).

У габаритах плану зазначають розміри приміщень, товщину стін, перегородок, прив'язку внутрішніх стін до координаційних осей, перегородок до внутрішніх і зовнішніх стін або до координаційних осей.

Наносять розміри отворів у внутрішніх стінах, у цегляних перегородках, а також їхню прив'язку до контуру стін або до координаційних осей. Розміри дверних отворів у перегородках на плані не показують.

Площі приміщень проставляють у правому нижньому кутку плану приміщення в квадратних метрах без зазначення одиниць вимірювання з двома десятковими знаками та ризикою внизу. Якщо розмір зображення не дозволяє робити напис на кресленні, то приміщення нумерують, а їхні назви й площі наводять в експлікації.

Поза контуром будівлі проставляють розміри віконних і дверних отворів «у світлі» і простітків між ними (перший розмірний ланцюжок), відстані між координаційними осями (другий розмірний ланцюжок) і в осях (третій розмірний ланцюжок).

У будинках із цегли товщини стін, розміри простітків мають бути кратні розмірам цегли:  $250 \times 120 \times 65$  мм.

При однаковому розташуванні отворів на двох протилежних фасадах будівлі допускається наносити розміри тільки на лівій і нижній сторонах плану. У всіх інших випадках розміри ставлять з усіх сторін плану.

При оформленні креслення плану потрібно цифри і букви марок осей та цифри, що позначають площу приміщень або їхнє маркування, писати більшим шрифтом, ніж розмірні.

8. Виконують необхідні написи.

На планах будинків пишуть найменування приміщень. Допускається розміщення назв приміщень в експлікації з нумерацією приміщень на плані в колах діаметром 6–8 мм. Назви приміщень не зазначають, якщо їхнє призначення зрозуміле і без пояснювальних написів, наприклад на планах поверхів житлових будинків.

Над кресленням плану роблять напис по типу «План 1-го поверху» (див. рис. 14.14).

9. На плані наносять горизонтальні сліди уявних площин розрізу, за якими потім будують зображення розрізів будівлі.

Ці сліди креслять товстими розімкнутими штрихами зі стрілками (рис. 14.21). Товсті штрихи зі стрілками не мають проходити через контур плану або підходити до нього впритул.

Залежно від положення розмірних ланцюжків і заповненості креслення їх можна розташовувати у контурі плану або за крайнім розмірним ланцюжком (див. рис. 14.14). Потрібно уникати розрізів за двома або декількома січними площинами. Січні площини розрізів позначають літерами українського алфавіту або цифрами.

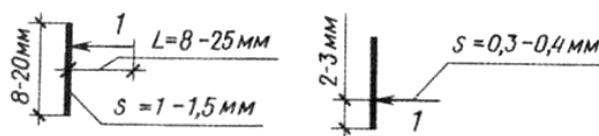


Рисунок 14.21 — Параметри слідів площин розрізу

10. Перевіряють креслення, виконане в тонких лініях; після виправлень і доопрацювання пропущених місць приступають до остаточного обведення плану олівцем марки ТМ або М (рис. 14.15, г).

Контури розрізів і перерізів на кресленнях планів будівель виконують суцільною основною лінією (завтовшки 0,6–1,5 мм). Усі інші лінії креслення, які не потрапляють у площину перерізу, виконують суцільними тонкими лініями. При виборі товщини ліній обведення потрібно врахувати, що нетримальні конструкції, зокрема контури перегородок, обводять лініями меншої товщини, ніж тримальні капітальні стіни й колони.

## 14.4 Креслення сходів

Сходи є важливою частиною багатопверхового будинку, оскільки слугують не тільки для сполучення між поверхами, а й для евакуації у разі пожежі або іншої аварійної ситуації.

Кожні сходи складаються з маршів і майданчиків. Марш становить конструкцію, що складається з ряду сходин. Сходини спираються на балки — косоури, що розташовуються під сходинами. До складу маршів входять огорожі — перила. Висота огорожі — 90–95 см. Тримальні елементи маршу своїми кінцями спираються на тримальні елементи майданчиків — балки.

У сучасних будівлях сходи монтують переважно з великорозмірних цільних сходових маршів і майданчиків. Ці елементи виготовляють із залізобетону.

Висота підйому одномаршових сходів дорівнює висоті поверху. У двомаршових сходах висота підйому одного маршу береться рівною половині висоти поверху.

Найчастіше використовують двомаршові сходи. Ширину маршів зазвичай беруть у межах 90–240 см, для допоміжних сходів — не менше 90 см, для головних — не менше 105 см.

Сходові марші встановлюють з такими ухилами: 1:2, 1:1,75; 1:1,5 тощо. У марші допускається не менше 3 і не більше 18 сходин.

Кожен марш для одного зі сходових майданчиків буде висхідним, тобто підніматися вгору, а для іншого — низхідним, тобто опускатися вниз. Висхідний марш починається з нижньої фризної сходини, яка слугує переходом до майданчика, а низхідний марш — з верхньої фризної сходини. Нижня і верхня фризні сходини маршу, які співпадають із підлогою майданчиків, мають особливі обриси. Усі інші сходини маршу однакові.

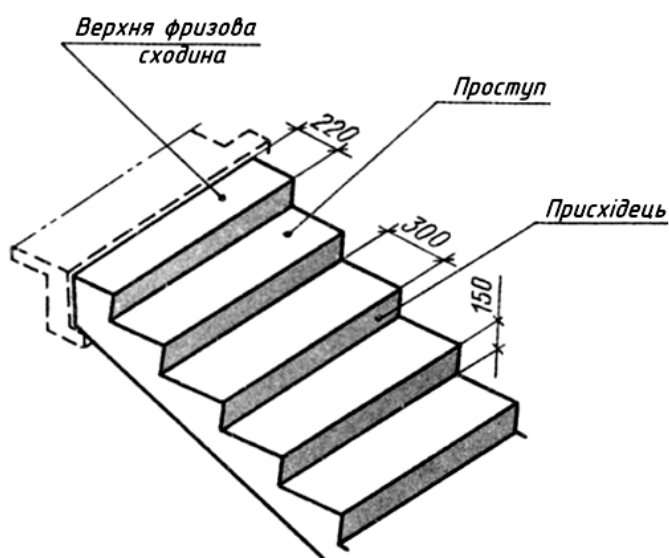


Рисунок 14.22 — Елементи сходів

Сходи характеризуються висотою присідця  $h$  і шириною проступа  $b$ . Для зручності користування сходами необхідно, щоб подвоєна висота присідця  $h$  і ширина проступа  $b$  у сумі дорівнювали середньому кроку людини, що береться від 570 до 640 мм. Найчастіше цю величину беруть рівною 600 мм. Отже,  $b + 2h = 600$ .

Висота присідця знаходиться в межах 135–180 мм (найчастіше 150 мм). Ширина проступа — 250–300 мм (рис. 14.22).

Нижче розглядається приклад побудови двомаршових сходів. Попередньо виконують розрахунок, а потім графічні побудови.

Припустімо, що висота поверху  $H = 3000$  мм, ширина маршу  $b = 1050$  мм, ухил сходів — 1:2. Для цього ухилу вибирають сходину 150×300 мм. Ширина сходової клітки  $V$  дорівнює сумарній ширині обох маршів плюс проміжок між ними. Проміжок, який необхідний для пропускання пожежного шланга, має бути не менше 100 мм. Для цього розрахунку беремо проміжок 100 мм.

$$V = 2b + 100 = 2 \times 1050 + 100 = 2200 \text{ мм.}$$

$$\text{Висота одного маршу буде } H : 2 = 3000 : 2 = 1500.$$

$$\text{Кількість сходин в одному марші } n = 1500 : 150 = 10.$$

Кількість проступів в одному марші буде на одиницю менше кількості сходин, оскільки верхній проступ розташовується на рівні майданчика. Отже при кресленні сходів у плані потрібно підрахувати кількість сходин не за проміжками між лініями, а за самими лініями, що позначають межі сходин.

Приймаючи ширину проміжного майданчика  $C_1 = 1650$  мм, а ширину основного  $C_2 = 1300$  мм, визначаємо повну мінімальну довжину сходової клітки (рис. 14.23):  $L = d + C_1 + C_2 = 2700 + 1650 + 1300 = 5650$  мм.

Після креслення стін сходової клітки горизонтальними лініями відзначаємо основні сходові майданчики завширшки 1650 мм і проміжні завширшки 1300 мм (рис. 14.24, а).

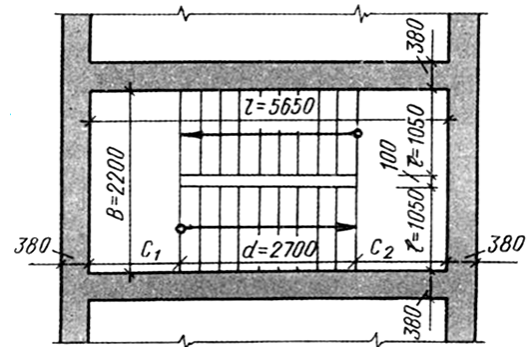


Рисунок 14.23 — Дані для розрахунку двомаршових сходів

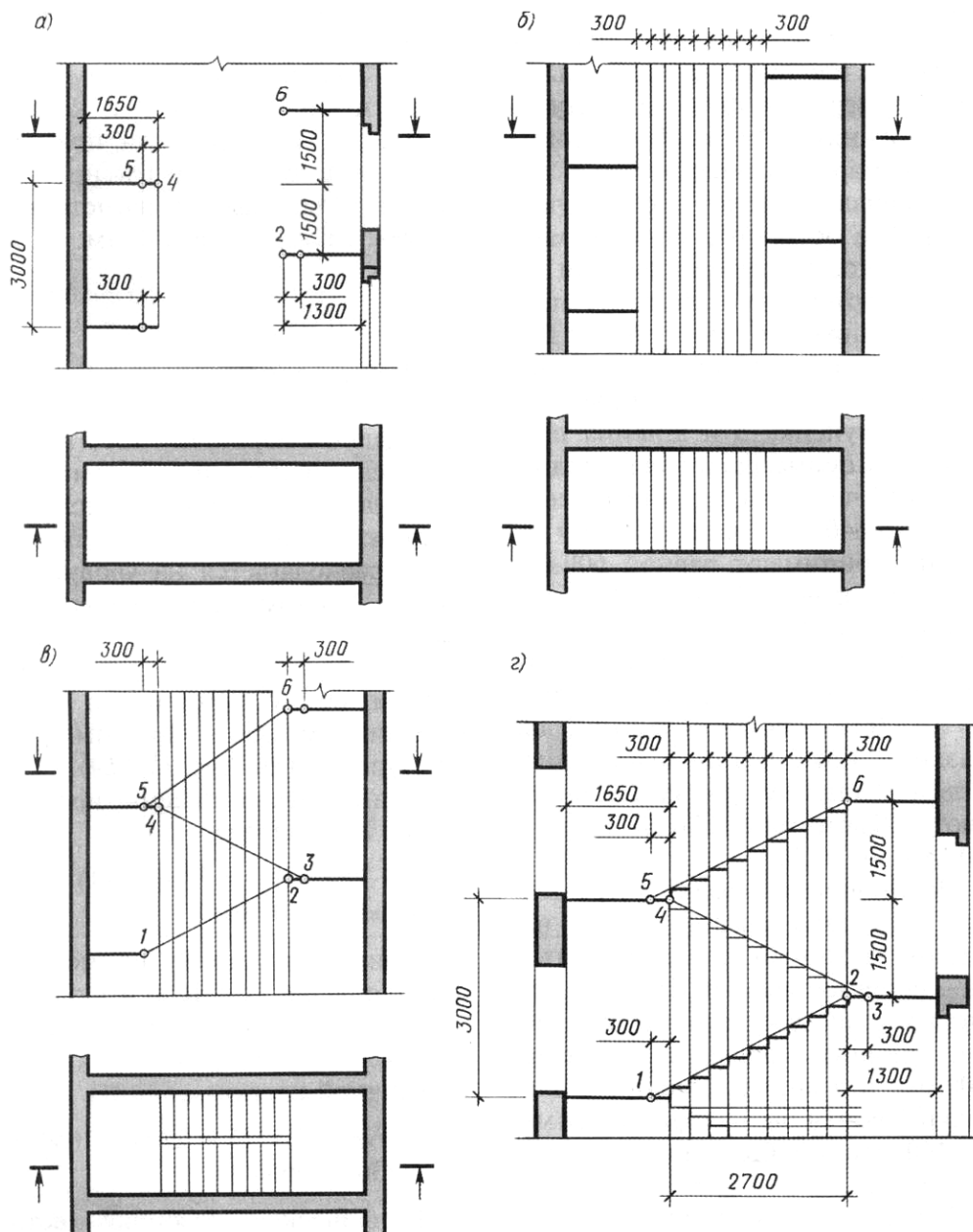


Рисунок 14.24 — Послідовність побудови двомаршових сходів

Прийнявши, як було умовлено під час розрахунку, ширину сходини, тобто проступа, рівну 300 мм, відкладаємо від краю лінії майданчика всередину сходової клітки дев'ять разів по 300 мм і через ці точки проводимо вертикальні лінії побудови (рис. 14.24, б).

Щоб отримати точки 1, 3, 5, відкладемо від краю майданчика ширину сходини, тобто 300 мм (див. рис. 14.24, а). Точки 2, 4 і 6 беремо на краю лінії, яка позначає майданчик. З'єднаємо тонкою похилою лінією точки 1 і 2, 3 і 4, 5 і 6 (рис. 14.24, в). Вони перетинають вертикальні лінії розбивки в точках, через які проводимо горизонтальні лінії — проступи й вертикальні — присхідці (рис. 14.24, г).

## 14.5 Креслення розрізів будинків

Розрізом називається зображення будівлі, подумки розсіченої вертикальною площиною. Розрізи на будівельних кресленнях слугують для виявлення об'ємного та конструктивного рішення будівлі, взаємного розташування окремих конструкцій, приміщень тощо. Розрізи бувають *архітектурні* та *конструктивні*.

*Архітектурний розріз* (рис. 14.25) слугує здебільшого для визначення композиційних сторін внутрішньої архітектури. На такому розрізі показують висоту приміщень, віконних, дверних отворів, цоколю та інших архітектурних елементів. Висота цих елементів, пов'язаних з архітектурним оздобленням приміщень, найчастіше визначається позначками.

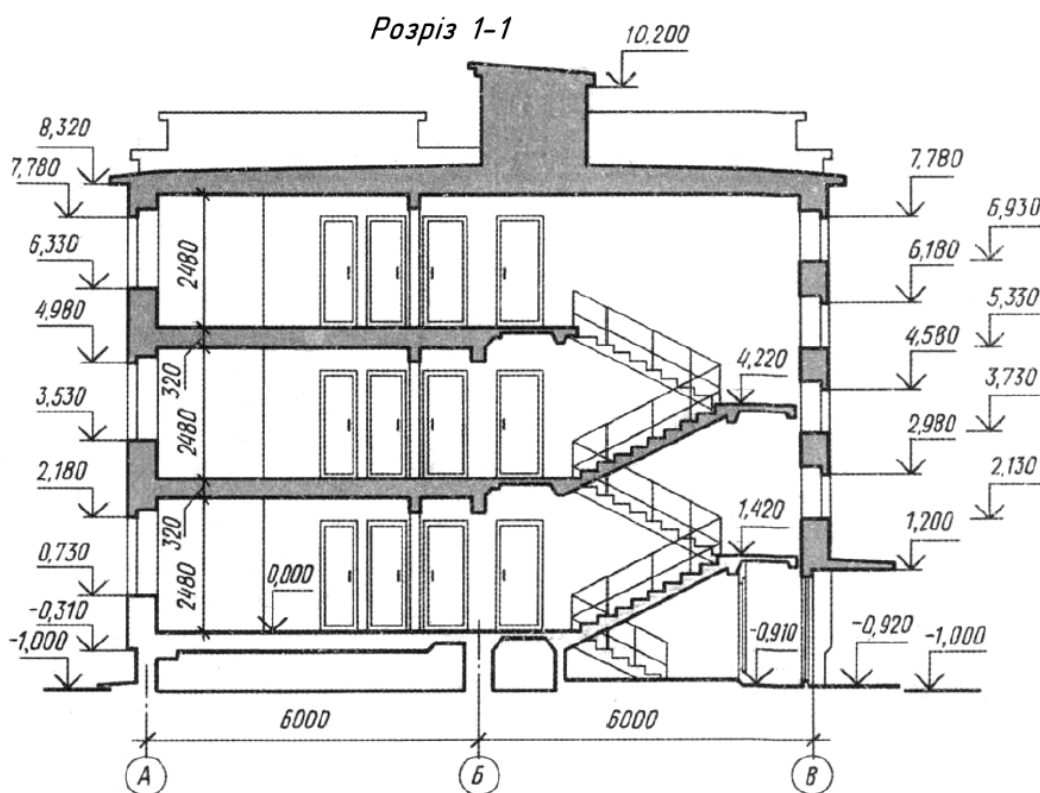


Рисунок 14.25 — Архітектурний розріз

Архітектурні розрізи складають на початковій стадії проектування і на них не показують товщину горищного перекриття, конструкцію даху і фундаментів. Лінія нижнього контуру горищного приміщення при цьому має відповідати низу горищного перекриття, а лінія верхнього контуру — верху даху, тобто покрівлі.



Під час креслення віконних отворів відстань від підлоги до низу віконного отвору (підвіконня) має бути 750–800 мм, а від верху отвору до стелі — близько 400 мм.

Архітектурні розрізи використовують для пророблення фасаду будівлі, для будівництва такі розрізи не використовуються.

*Конструктивні розрізи* входять у робочі креслення проекту будівлі. На цьому типі розрізів показують конструктивні елементи будівлі, а також наносять необхідні розміри й позначки (рис. 14.26). Отвори, сходи зображують умовними позначеннями відповідно до таблиці 14.1.

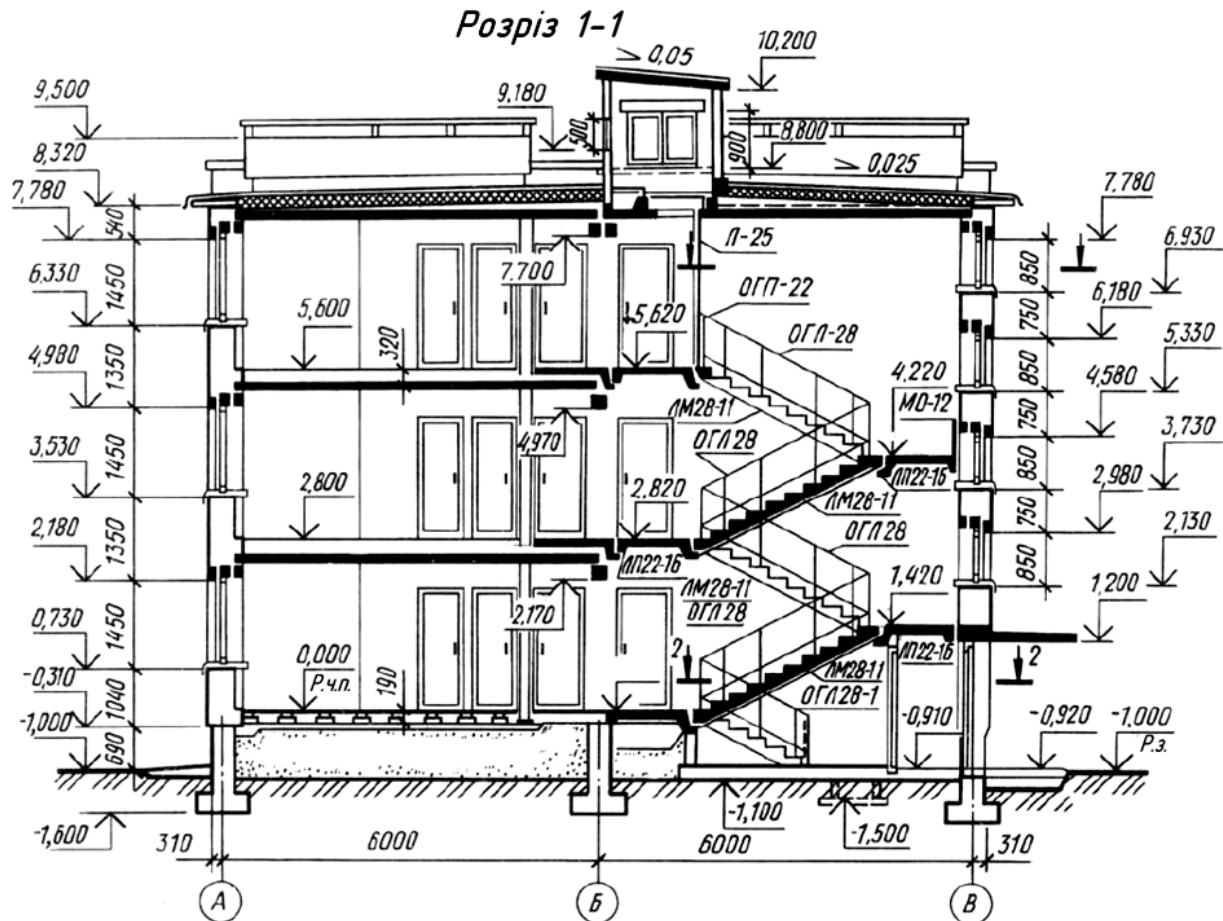


Рисунок 14.26 — Конструктивний розріз

У будівельних кресленнях використовують прості, ступінчасті, поперечні і поздовжні розрізи. Однак рекомендується застосовувати прості розрізи (однією площиною).

Напрямок погляду для розрізів приймають зазвичай за планом знизу вгору і справа наліво.

Виконуючи поперечний розріз, січну площину розташовують перпендикулярно конику даху або найбільшому розміру будівлі; при поздовжньому розрізі вона паралельна їм.

Напрямок січної площини зазвичай вибирають таким, щоб вона проходила найбільш важливими у конструктивному або архітектурному плані частинами будівлі: віконними і дверними отворами, сходовими клітками (бажано по одному з маршів), балконами, шахтами підйомників тощо. Потрібно врахувати, що в розрізах за сходами січну площину проводять маршем, розташованим ближче до спостерігача. При цьому марш сходів, що потрапив у розріз, обводять лінією більшої товщини (суцільна основна), ніж контур маршу, яким січна площина не проходить. Контур цього маршу обводять суцільною тонкою лінією.

Січна площина не має проходити через колони, стійки, уздовж балок стін і перегородок. Бажано розташовувати її між цими елементами. Отже, контури фундаментів під колонами й стовпами креслять лініями невидимого контуру.

Положення січної площини в будівлях, у яких протилежні стіни мають однакове рішення на великій відстані, потрібно підбирати так, щоб з одного боку розрізу були показані віконні отвори, а з іншого — отвір воріт або зовнішніх дверей (див. рис. 14.26).

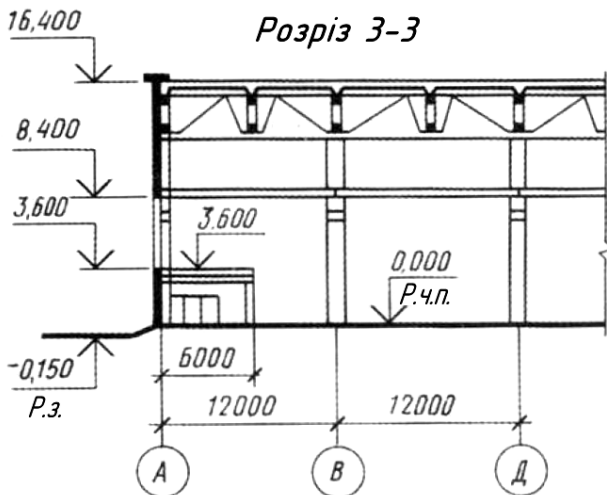


Рисунок 14.27 — Місцевий розріз

Крім загальних розрізів, на яких показують будівлю загалом, застосовують місцеві розрізи. Їх роблять за такими ділянками будівлі, конструкція яких не виявлена на головних розрізах (рис. 14.27).

На розрізах рекомендується зображати не всі елементи, розташовані за січною площиною, а лише ті, які знаходяться в безпосередній близькості від неї.

Виконуючи розрізи будівель у типових проектах, їх зазвичай поділяють на дві частини. Одна частина (нульовий цикл) використовується для будівництва підземної частини будівлі, тобто фундаментів і технічного підвалу (рис. 14.28).

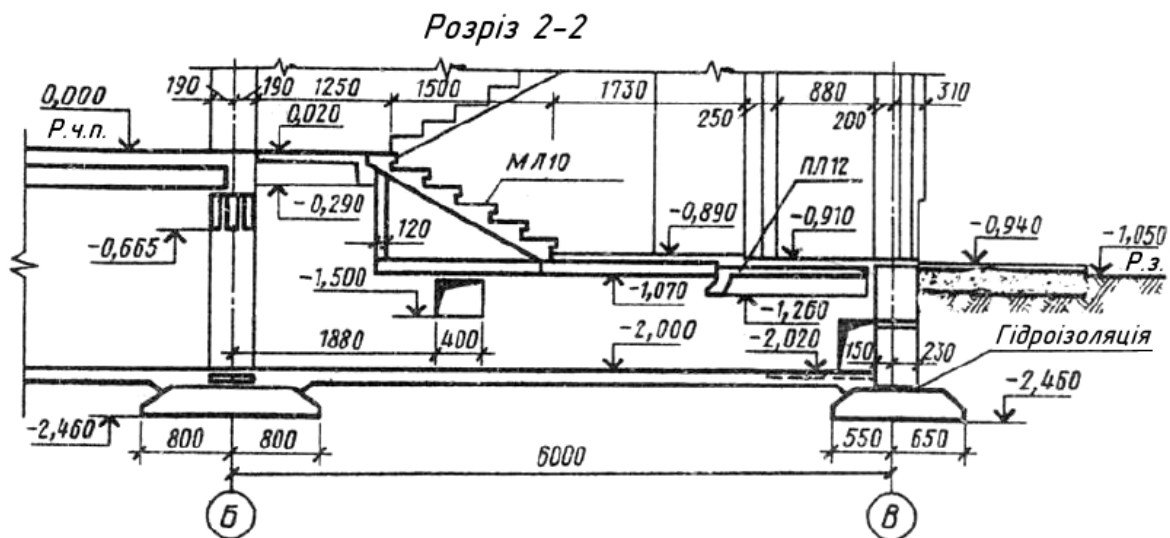


Рисунок 14.28 — Розріз підземної частини будівлі

Інша використовується для будівництва надземної частини будівлі. Такий поділ креслень цілком доцільний, оскільки при прив'язці типового проекту до умов будівельного майданчика доводиться вносити деякі зміни, переважно в креслення підземної частини будівлі. Отже, нижні частини сходів включають у креслення технічного підвалу.

На розрізах координаційні осі виносять униз, маркують і проставляють розміри між суміжними осями.

Положення конструктивних елементів по висоті визначають за допомогою висотних позначок і розмірів, які проставляють на виносних лініях рівнів відповідних елементів.

Усередині розрізу наносять висоти поверхів, дверних і віконних отворів, а також висотні позначки рівнів підлог і сходових майданчиків.

Із зовнішнього боку розрізу на відстані 12–15 мм проводять розмірні ланцюжки, що визначають розміри віконних отворів і простінків, цоколю, зовнішнього дверного отвора. На відстані 10–15 мм від цього ланцюжка наносять висотні позначки рівня землі й верху стіни, полиці повернені назовні. Для зручності розташування позначок потрібно провести тонку вертикальну лінію.

За умовну нульову беруть позначку підлоги першого поверху. Також наносять позначки підлоги сходової клітки в тамбурі, вхідного майданчика — на одну сходину вище тротуару. Рівень цих майданчиків підвищується в напрямку до сходового маршу для того, щоб дощова вода не потрапляла до сходової клітки.

Зображуючи на розрізах отвори із чвертями, їхні розміри зазначають за найменшою величиною отвору.

### **Розріз будинку можна виконувати у такій послідовності:**

1. Проводять вертикальні координаційні осі основних тримальних конструкцій стін і колон, якщо вони є (рис. 14.29, а).

2. Перпендикулярно до координаційних осей креслять горизонтальні лінії рівнів: поверхні землі (тротуару), підлоги всіх поверхів і умовно верху горищного перекриття і карниза (рис. 14.29, б).

3. Наносять тонкими лініями контури зовнішніх і внутрішніх стін, перегородок, які входять у розріз, а також висоти міжповерхових і горищного перекриттів і коника даху (рис. 14.29, в).

4. Відзначають і креслять виноси карниза (від стіни) і цоколю, креслять схили даху (рис. 14.29, в).

5. Намічають у зовнішніх і внутрішніх стінах і перегородках віконні та двірні отвори, а також видимі дверні отвори й інші елементи, розташовані за січною площиною (рис. 14.29, г).

6. Проводять виносні та розмірні лінії, кола для маркування координаційних осей та знаки для проставлення висотних позначок (рис. 14.29, г).

7. Остаточо обводять перерізи, проставляють висотні позначки й розміри, роблять пояснювальні написи та зазначають назву розрізу; видаляють зайві лінії (рис. 14.29, г).

Цю послідовність побудови застосовують для зображення архітектурного розрізу. Порядок побудови може дещо змінюватися.

У процесі побудови конструктивного розрізу така послідовність зберігається. Однак детальніше креслять конструктивні елементи, позначають вузли (колом або овалом) для подальшого розроблення, для багат шарових конструкцій даються етажерки, позначається контур природного ґрунту й інших елементів.

На відміну від розрізів у машинобудівному кресленні, конструктивні елементи будинку, що потрапили в розріз, але виконані з матеріалу, що є основним для даної будівлі або споруди, не штрихують. У цьому разі тільки ділянки стін, що відрізняються матеріалом, виділяють умовним штрихуванням.

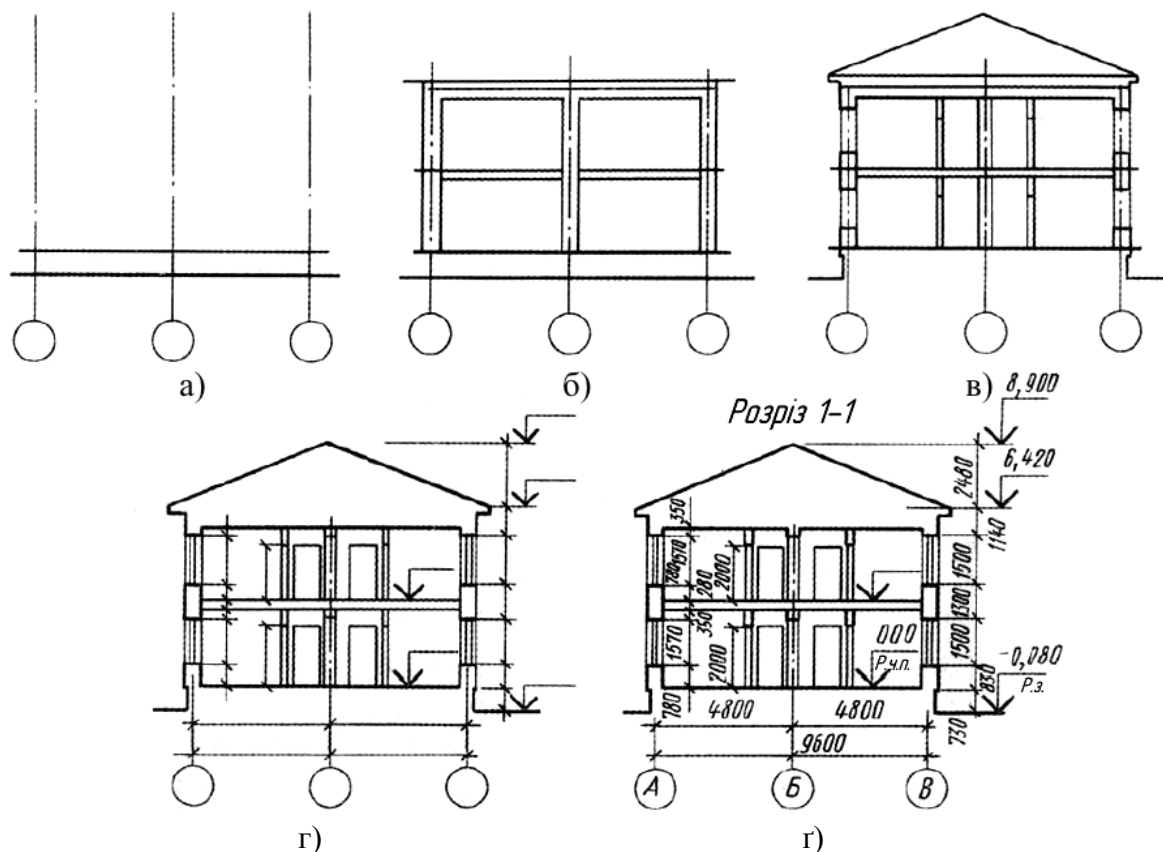


Рисунок 14.29 — Послідовність виконання розрізу будівлі

## 14.6 Креслення фасадів будинків

Фасади — ортогональні проекції будівлі на вертикальну площину — зовнішній бік будівлі. Креслення фасаду дає уявлення про зовнішній вигляд будівлі, її загальну форму, розміри, кількість поверхів, наявність балконів і лоджій, її архітектуру і співвідношення окремих елементів. Розрізняють *головний* фасад, *дворовий* і *бічні*, або *торцеві*, фасади.

*Головним фасадом* називається вигляд будівлі з боку вулиці або площі.

У проекті зазвичай дають фасади всіх сторін будівлі. При її складній конфігурації (Г- і Ш-образній тощо) фасади, що знаходяться в різних площинах, допускається зображувати на окремих кресленнях. На однакові фасади роблять одне креслення.

Назва фасаду визначається крайніми координатними осями, між якими розташовують ділянку будівлі, зображену на кресленні.

Ступінь деталізації на кресленнях фасадів цивільних і промислових будівель залежить від масштабу. Рисунок віконних рам, тип дверей і воріт показують тільки на фасадах, виконаних у масштабі 1:100 і більше; при дрібніших масштабах креслять тільки контури стулок і отворів.

Якщо на фасаді є складні ділянки, їх зображують окремо в більшому масштабі, тобто виконується *фрагмент* фасаду. На основному кресленні фасаду має бути посилання на його фрагменти із зазначенням номера аркуша, на якому вони розташовані (рис. 14.30).

Розміри на фасадах не наносять, показують тільки крайні координатні осі. Праворуч або ліворуч проставляють позначки висот — рівня землі, цоколю, низу й верху отворів, карниза, верху покрівлі. Полиці позначок повернуті назовні. На фасадах маркують конструктивні елементи, які не були зображені на кресленнях планів і розрізів. Основою фасаду є суцільна потовщена лінія 1,5–2 с.

Фасади зазвичай виконують у масштабах 1:100, 1:200 (цивільні будівлі) та 1:200, 1:500 (промислові будівлі). Фрагменти фасадів виконують у масштабах 1:10, 1:20.

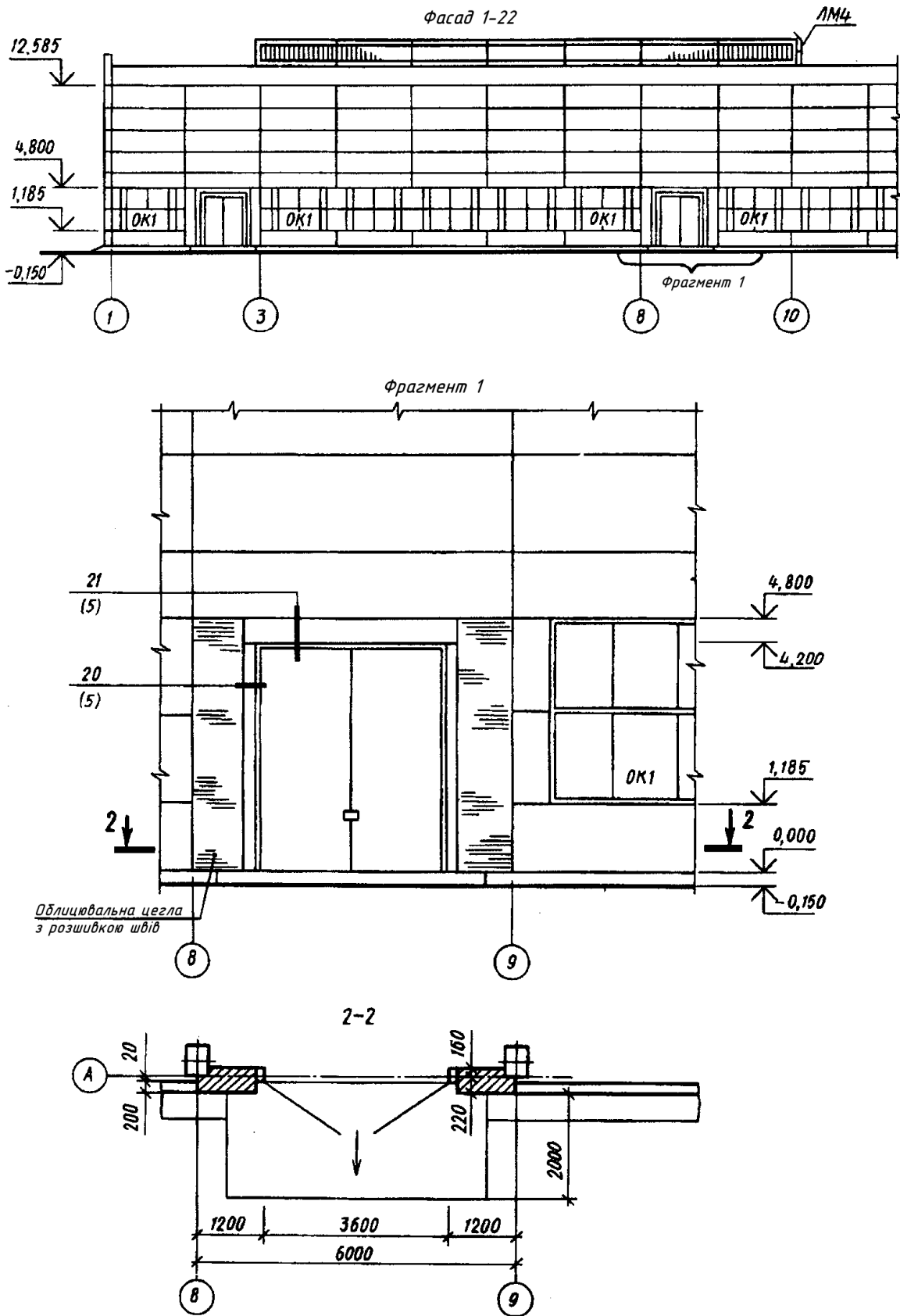


Рисунок 14.30 — Приклад виконання фрагмента фасаду

На кресленнях фасадів виробничих будівель наносять марки заповнення віконних отворів, деформаційні шви, пожежні сходи, жалюзійні решітки тощо. Штрихуванням виділяють ділянки стін, матеріал яких відрізняється від усього фасаду. Конструктивні елементи зображують спрощено, наприклад товщину плетинь креслять в одну лінію (рис. 14.30).

Креслення фасаду будується на основі креслень плану і розрізу. Усі попередні побудови виконують тонкими лініями.

### Креслення фасаду будівлі виконують в такій послідовності:

1. Спочатку проводять горизонтальну пряму лінію (рис. 14.31) товщиною, прийнятою для обведення фасаду. Її виводять за контур приблизно на 30 мм. Ця лінія є основою, на якій будують фасад будівлі.

2. Потім проводять другу горизонтальну лінію на відстані півтора міліметра від першої — лінію вимощення.

3. Тонкими лініями проводять горизонтальні контури цоколю, низу і верху отворів (віконних і дверних), карниза, коника й інших елементів будівлі.

4. Далі проводять вертикальні лінії координаційних осей, стін, віконних і дверних отворів тощо.

5. Креслять огорожі балконів, димарі й вентиляційні труби та інші архітектурні деталі фасаду.

6. Наносять маркувальні кола, позначають елементи фасаду, зображені на фрагментах, кола координаційних осей, виносні лінії і знаки висотних позначок.

7. Проставляють висотні позначки, марки осей, виконують усі необхідні написи.

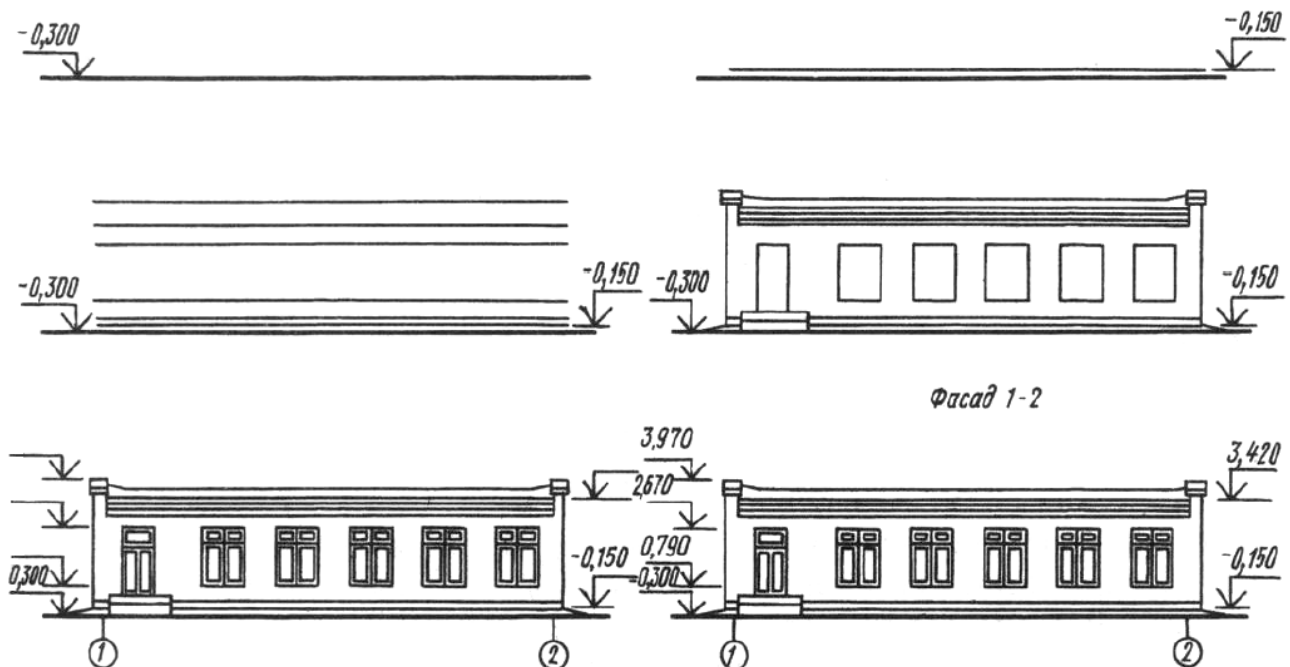


Рисунок 14.31 — Послідовність виконання фасаду будівлі

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Архитектурная графика : пер. с англ. / Франсис Д. К. Чинь. — М. : АСТ : Астрель, 2010. — 215, [9] с., ил.
2. Архитектурное черчение : справочник / Д. И. Ткач, Н. Л. Русскевич, П. Р. Нириинберг, М. Н. Ткач ; под ред. Д. И. Ткача. — Киев : Будивэльнык, 1991. — 272 с.
3. Великий тлумачний словник сучасної української мови. — Ірпінь : ВТФ Перун, 2001. — 1440 с.
4. Графіка-креслення : навч. посібник / О. В. Кащенко та ін. — Київ : КНУБА, 2015. — 158 с.
5. Единая система конструкторской документации. Общие правила выполнения чертежей. Сборник стандартов. — М., 1984. — 240 с.
6. Інженерна та комп'ютерна графіка / В. Є. Михайленко, В. М. Найдиш, А. М. Підкоритов, І. А. Скидан. — 2-ге видання. — Київ : Вища школа, 2001. — 352 с.
7. Строительное черчение : учебник для вузов / В. П. Каминский ; под общ. ред. О. В. Георгиевского. — М. : ООО Издательство «Архитектура-С», 2007. — 456 с., ил.
8. Конспект лекцій «Інженерна графіка (спеціальний курс)» / сост.: А. А. Радченко; Харьков. нац. ун-т гор. хоз-ва им. А. Н. Бекетова. — Харьков : ХНУГХ им. А. Н. Бекетова, 2015. — 43 с.
9. Короев Ю. И. Начертательная геометрия : учебник / Ю. И. Короев. — 3-е изд., стер. — М. : КНОРУС, 2015. — 422 с.
10. Короев Ю. И. Строительное черчение и рисование : учебник для строительных специальностей вузов / Ю. И. Короев — М. : Высш. школа, 1983. — 288 с., ил.
11. Короев Ю. И. Черчение для строителей : учебник для проф. учеб. заведений / Ю. И. Короев — 7-е изд., стер. — М. : Высш. школа, Изд. центр «Академия», 2001. — 256 с., ил.
12. Королёв Ю. И. Начертательная геометрия: учебник для вузов / Ю. И. Королёв — 2-е изд. — СПб. : Питер, 2010. — 256 с., ил.
13. Практикум з нарисної геометрії : навч. посібник / В. І. Лусь, Т. Є. Киркач, О. Є. Мандріченко, А. О. Радченко; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. — Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2014. — 118 с.
14. Нарисна геометрія : практикум до виконання графічних робіт / уклад. Г. Д. Галкіна. — Харків : ХНАМГ, 2009. — 48 с.
15. Основы черчения. Инженерная графика: указания к практическим занятиям и самостоятельному выполнению графических работ / сост. : А. А. Радченко. — Харьков : ХНАГХ, 2009. — 101 с.
16. Соловьев С. А. Черчение и перспектива / С. А. Соловьев, Г. В. Буланже, А. К. Шульга. — М. : Высшая школа, 1967. — 420 с.

*Навчальне видання*

**РАДЧЕНКО** Алла Олександрівна,  
**УСАЧОВА** Олена Юріївна

## **ОСНОВИ АРХІТЕКТУРНОЇ ГРАФІКИ**

Навчальний посібник

Відповідальний за випуск *Т. Д. Рищенко*

Редактор *В. І. Шалда*

Коректор *О. С. Лук'янова*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарової*

Дизайн обкладинки *Г. А. Коровкіної*

Підп. до друку 20. 06. 2017 р.  
Друк на ризографі  
Зам. №

Формат 60 × 90/8  
Ум. друк. арк. 14,6  
Тираж 300 пр.

Видавець і виготовлювач:  
Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002  
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК № 5328 від 11. 04. 2017 р.